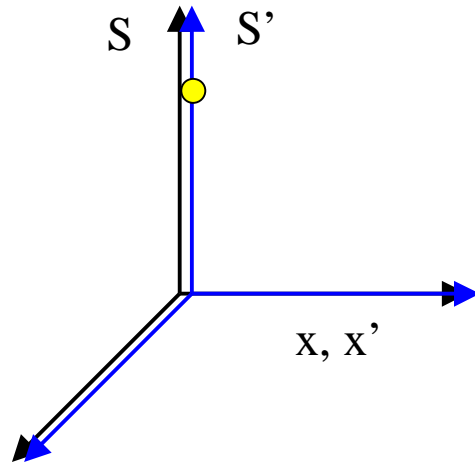
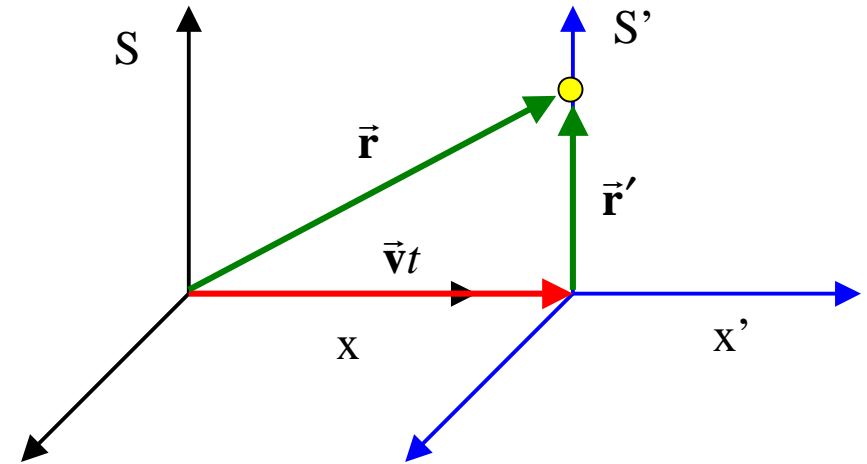


Transformacja Galileusza (1564-1642)



$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$



Zasada względności Galileusza: prawa mechaniki są jednakowe we wszystkich inercjalnych układach odniesienia.

$$\vec{a}' = \vec{a}$$

$$\vec{F}' = \vec{F}$$

Uwaga: newtonowskie dodawanie prędkości: $\vec{u} = \vec{u}' + \vec{v}$

Problem ze światłem:

$$c \approx 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

ale względem jakiego układu?

Przypuszczano, że względem Kosmosu, dokładniej: eteru kosmicznego.

Einstein: „to narusza zasadę względności”.

Obserwator w układzie inercyjnym mógłby odróżnić swój stan spoczynku od ruchu jednostajnego, mierząc prędkość światła.

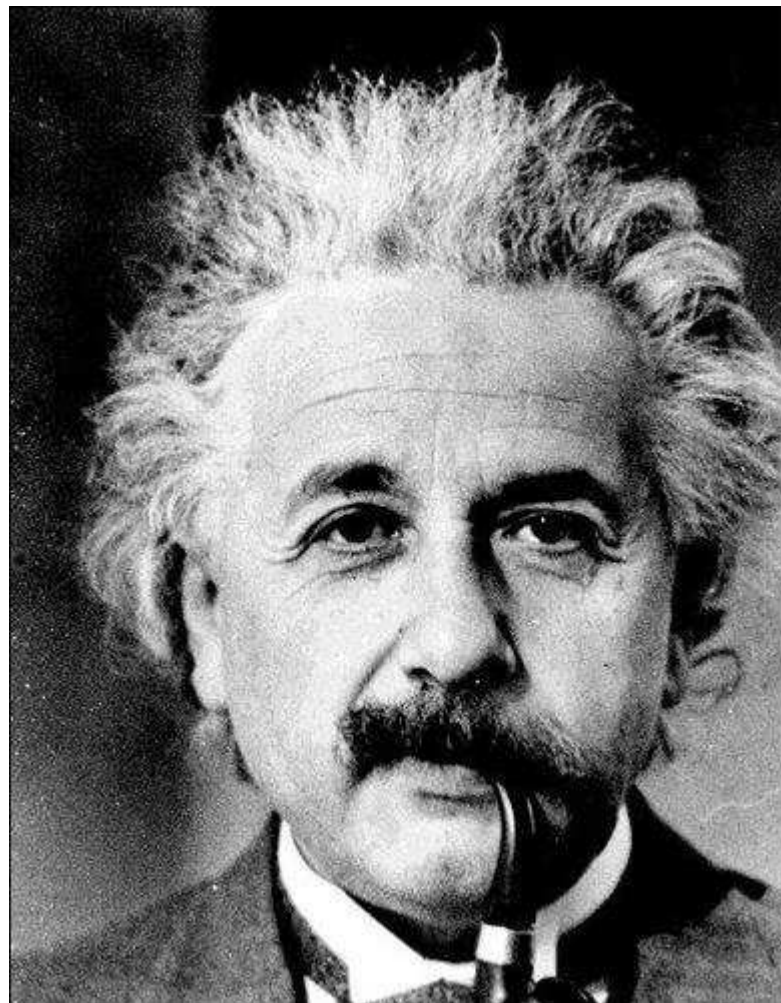
Postulaty Einsteina

- I. Ruch jest względny, tzn. żadne doświadczenie fizyczne nie jest w stanie wykazać różnicy między spoczynkiem a ruchem jednostajnym prostoliniowym układu odniesienia (zasada względności Einsteina).
- II. Prędkość światła jest stała we wszystkich inercjalnych układach odniesienia.

II postulat jest sprzeczny z transformacją Galileusza, a konkretnie z prawem dodawania prędkości

$$c + v = c \quad ???????$$

Konieczna jest nowa transformacja, jeżeli te postulaty są prawdziwe.



Albert Einstein
(1879-1955)
(źródło – Internet)

Badania doświadczalne

Eksperyment Michelsona-Morleya

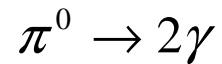
Specjalny przyrząd, interferometr Michelsona-Morleya, pędzi razem z Ziemią, $v = 30 \frac{\text{km}}{\text{s}}$.

Oczekiwanie: prędkość światła dodaje się wektorowo.

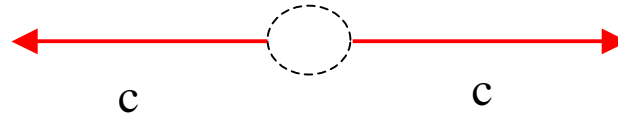
Wynik: negatywny (nagroda Nobla 1907)

Eksperyment w CERN 1964 rok

Rozpad mezonu

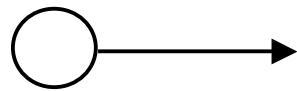


I. w spoczynku

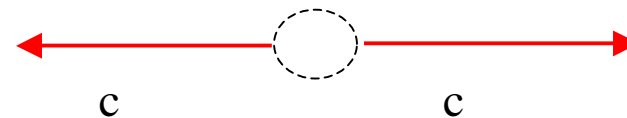


II. w ruchu

generator
mezonów

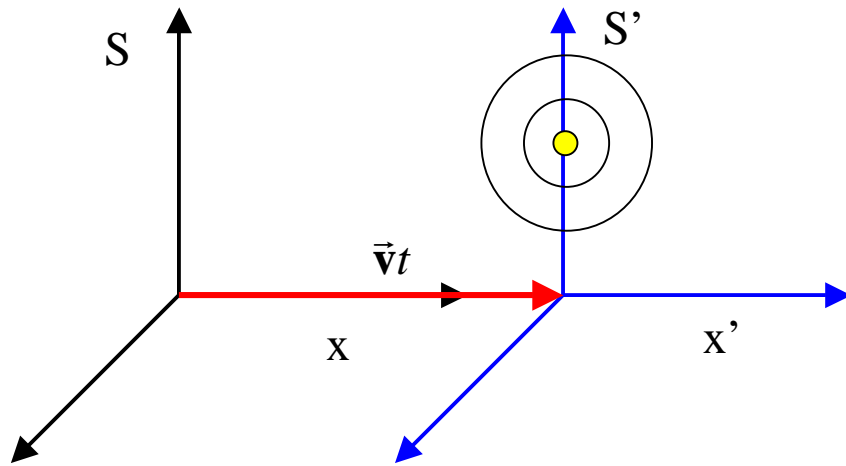


$$v=0,99975c$$



Transformacja Lorentza

Wynika ona z warunku, aby powierzchnia falowa światła była sferyczna w każdym inercjalnym układzie odniesienia.



$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2 \text{ i również } x'^2 + y'^2 + z'^2 = (ct')^2$$

zdefiniujemy czynnik Lorentza γ

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

inny zapis transformacji Lorentza

$$x' = \gamma(x - vt)$$
$$t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

transformacja odwrotna

$$x = \gamma(x' + vt')$$
$$t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)$$



Hendrik Antoon Lorentz

(1853-1928)

(źródło – Internet)

Relatywistyczne dodawanie prędkości

$$dx = \gamma(dx' + v dt')$$

$$dt = \gamma\left(dt' + \frac{v}{c^2} dx'\right)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\gamma(dx' + v dt')}{\gamma\left(dt' + \frac{v}{c^2} dx'\right)} = \frac{\frac{dx'}{dt'} + v}{1 + \frac{v}{c^2} \frac{dx'}{dt'}}$$

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v u'}{c^2}}$$

Względność równoczesności

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta x'\right)$$

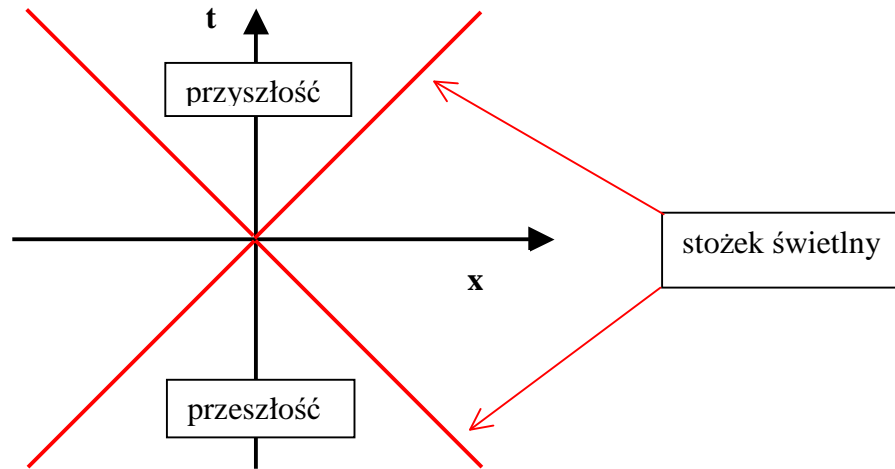
Jeżeli $\Delta x' = 0$ i $\Delta t' = 0$, to $\Delta t = 0$. Zdarzenia są równoczesne w obu układach.

Jeżeli $\Delta x' \neq 0$ i $\Delta t' = 0$ (zdarzenia równoczesne w S' , ale w różnych miejscach), to $\Delta t = \gamma \frac{v}{c^2} \Delta x' \neq 0$.

Zdarzenia nie są równoczesne w S ! Nawet ich kolejność nie jest ustalona.

Czyżby naruszenie zasady przyczynowości?

Struktura przyczynowa czasoprzestrzeni



równanie stożka świetlnego

$$0 = (ct)^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

interwał czasoprzestrzenny

$$(\Delta s)^2 = (ct)^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

jest niezmiennikiem transformacji Lorentza.

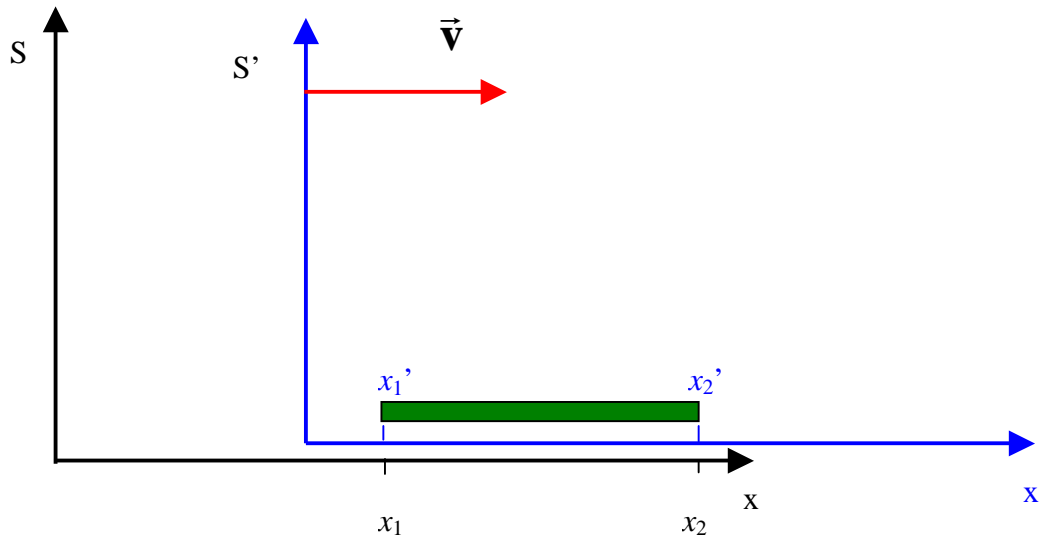
Wewnątrz stożka

$(\Delta s)^2 > 0$ **interwał typu czasowego, zachowane związki przyczynowe.**

Poza stożkiem

$(\Delta s)^2 < 0$ **interwał typu przestrzennego, kolejność zdarzeń zależy od układu odniesienia, ale nie są one powiązane przyczynowo.**

Relatywistyczne skrócenie długości (kontrakcja Lorentza)



miarka o długości l_0 spoczywa w S' (l_0 – długość własna)

jej długość mierzona w S' : $l' = x_2' - x_1'$ $l' = l_0$

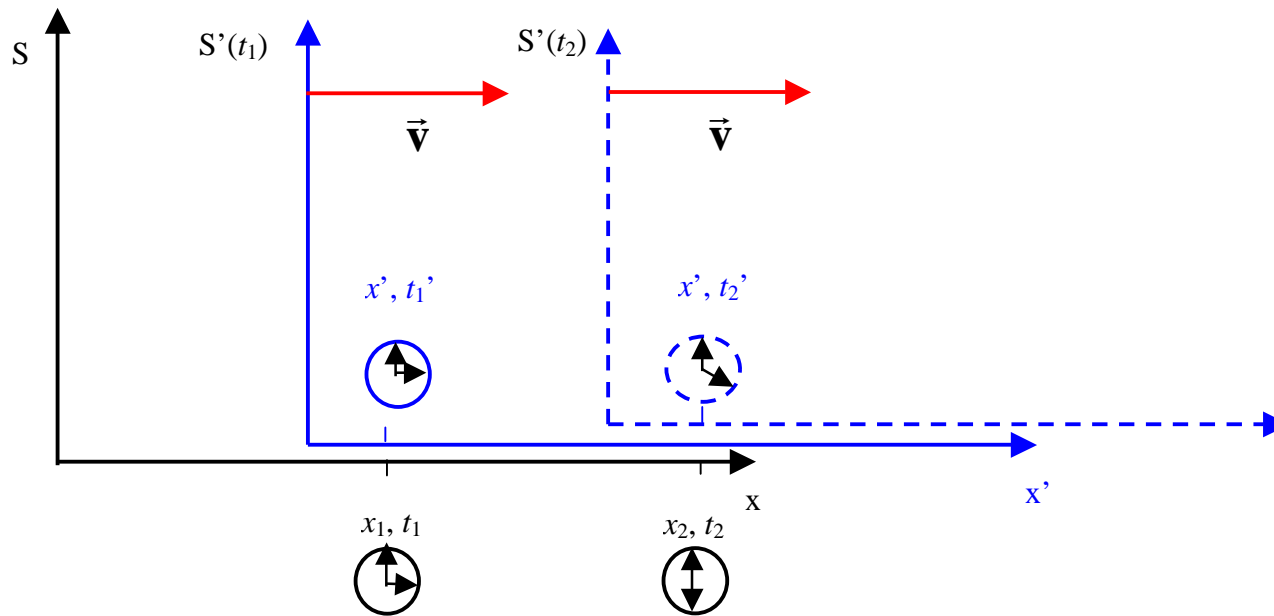
jej długość mierzona w S : $l = x_2 - x_1$ w tej samej chwili czasu $t_2 = t_1$

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$l' = x_2' - x_1' = \gamma(x_2 - vt_2) - \gamma(x_1 - vt_1) = \gamma(x_2 - x_1) = \gamma l, \quad \text{tzn. } l_0 = \gamma l, \quad \text{stąd } l = \frac{l_0}{\gamma}$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad \text{więc } \boxed{l < l_0}$$

Relatywistyczne wydłużenie czasu (dylatacja czasu)



wskazania zegara spoczywającego w S' porównujemy z dwoma różnymi zegarami spoczywającymi w S

$$t = \gamma \left(t' + \frac{v}{c^2} x' \right)$$

$$t_1 = \gamma \left(t'_1 + \frac{v}{c^2} x'_1 \right) \quad t_2 = \gamma \left(t'_2 + \frac{v}{c^2} x'_2 \right)$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \gamma \left(t'_2 + \frac{v}{c^2} x'_2 \right) - \gamma \left(t'_1 + \frac{v}{c^2} x'_1 \right) = \gamma (t'_2 - t'_1) = \gamma \Delta t', \quad \Delta t' \equiv \tau \quad \text{czas własny}$$

$$\Delta t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \text{więc} \quad \boxed{\Delta t > \tau}$$

Potwierdzenie eksperymentalne

1. różny czas życia mionów

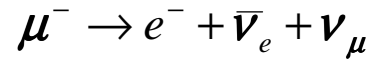
Wskutek oddziaływania promieniowania kosmicznego

z atomami i cząsteczkami atmosfery powstają głównie mezony π .

Mezony π rozpadają się na miony:



Miony też się rozpadają:



Ich czas połowicznego zaniku w spoczynku:

$$T_{1/2} = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

ale powstają 60 km n.p.m. i lecą z prędkością $v \approx c$. Czas przelotu

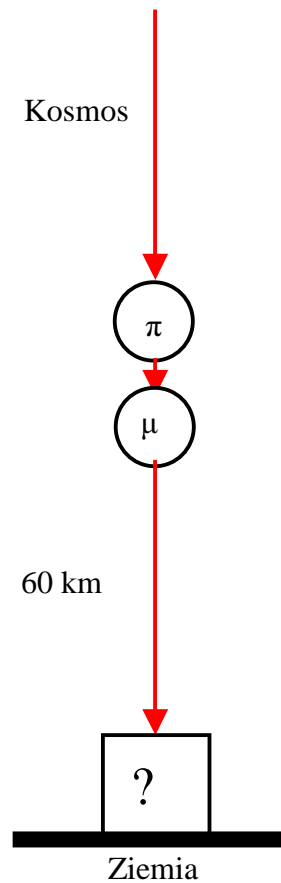
$$\frac{60 \text{ km}}{300000 \frac{\text{km}}{\text{s}}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ s} = 133 T_{1/2}.$$

Powinno ich zostać

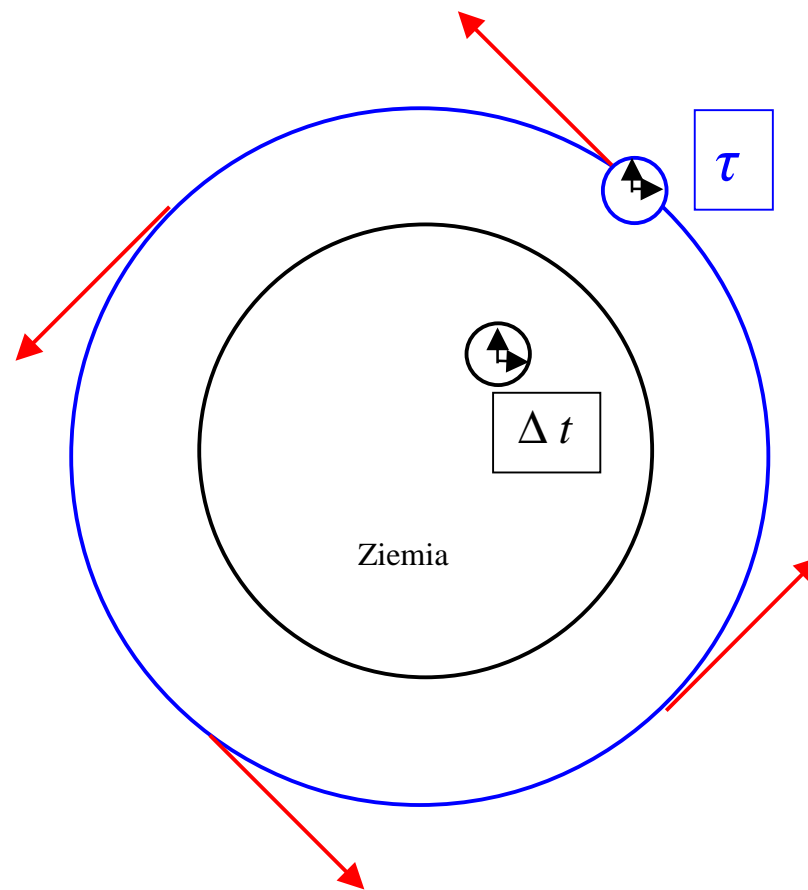
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{133} = 10^{-40} = 0,0001 \approx \text{zero}$$

a naprawdę zostaje $\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$. U nich minęło $3 T_{1/2}$.

Nastąpiło wydłużenie czasu w stosunku $\Delta t / \tau = 133/3 = 44,3$ co odpowiada prędkości $v = 0,99975 c$.



2. bezpośredni pomiar czasu przy pomocy zegarów atomowych (lot dookoła świata)



Różnica czasów:

$(\Delta t) - \tau$ obliczona: ok. 184 ns

$(\Delta t) - \tau$ zmierzona: ok. 203 ns

zgodność w granicach niepewności pomiarowej.