

Elektrodynamika

Prąd elektryczny

- jest to strumień ładunków płynących przez przewodnik.

- umowa: prąd płynie od + do – (tzn. płyną ładunki dodatnie)
- fakt przyrodniczy: w metalach płyną ładunki ujemne (czyli od – do +)

Natężenie prądu – stosunek ładunku przepływającego przez przekrój poprzeczny przewodnika do czasu, w którym ten ładunek przepłynął

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

Jeżeli $i = const$, tzn. nie zależy od wyboru Δt , to mówimy, że jest to prąd stały.

W przeciwnym przypadku jest to prąd zmienny.

Natężenie chwilowe

$$i = \frac{dq}{dt}.$$

Jednostka natężenia: 1 amper

$$1 \text{ A} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ s}} \leftarrow \text{to jest definicja kulomba, nie ampera!}$$

Gęstość prądu – natężenie przepływające przez jednostkę powierzchni \perp do kierunku przepływu

$$j = \frac{\Delta i}{\Delta S} \leftarrow \text{gęstość średnia}$$

Jednostka gęstości prądu: $1 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$

Definiujemy j jako wektor, o kierunku zgodnym z kierunkiem przepływu (od + do -), wtedy

$$\Delta i = \vec{j} \cdot \Delta \vec{S}$$

Natężenie prądu płynącego przez cały przekrój poprzeczny przewodnika

$$i = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

Każdy ładunek jest przyspieszany polem \vec{E} .

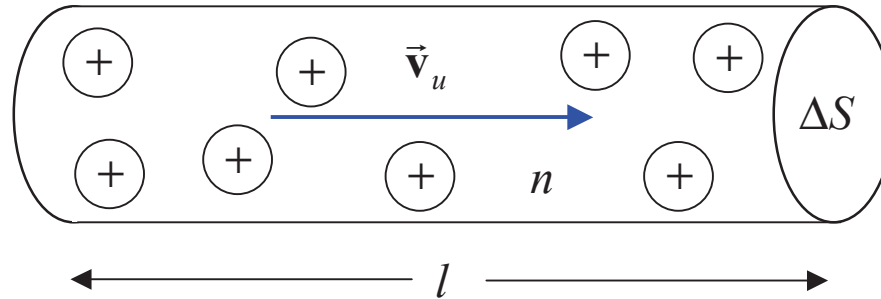
Prędkość powinna rosnać do dużych wartości.

W stałym polu \vec{E} natężenie i oraz gęstość \vec{j} bardzo szybko stabilizują się.

Wnioski:

- **zbiór ładunków przesuwa się ze stałą prędkością (prędkość unoszenia \vec{v}_u)**
- **coś przeszkadza temu ruchowi (opór elektryczny R)**

Prędkość unoszenia \vec{v}_u



ładunek zawarty w tym fragmencie przewodu

$$\Delta q = n l \Delta S e$$

gdzie n - liczba ładunków na jednostkę objętości;

czas przepływu tego ładunku przez ΔS

$$\Delta t = \frac{l}{v_u}$$

natężenie

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = n \Delta S e v_u$$

stąd

$$v_u = \frac{i}{n e \Delta S} \quad \text{albo} \quad v_u = \frac{j}{ne} \quad (\text{ponieważ tutaj } i = \Delta i)$$

typowe wartości

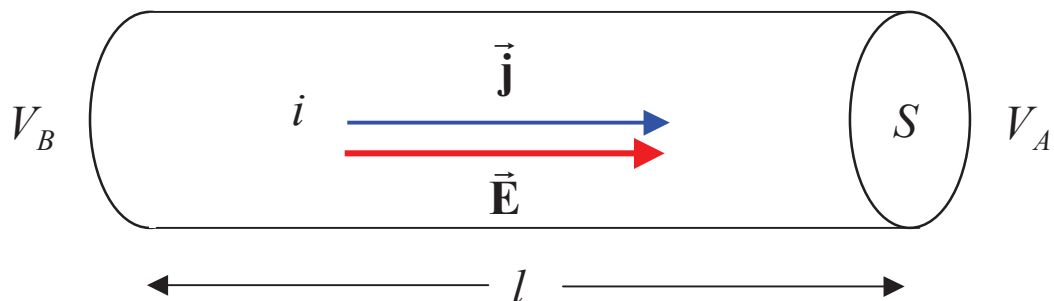
$$v_u = 0,1 \div 0,01 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Opór elektryczny

Definicja: oporem danego przewodnika nazywamy stosunek napięcia na końcach tego przewodnika do wytworzonego przez to napięcie natężenia prądu

$$R \equiv \frac{U}{i}$$

Napięcie U to różnica potencjałów $U = V_B - V_A$.



Jednostka oporu: 1 om, $1 \Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}}$

Definicja: opór właściwy jest to stała materiałowa, charakterystyczna dla danej substancji:

$$\rho = \frac{E}{j}$$

związek między tymi wielkościami:

$$\rho = \left(\frac{V_B - V_A}{l} \right) / \frac{i}{S} = \frac{U S}{i l} = \frac{U S}{i l} = R \frac{S}{l}$$

stąd jednostka oporu właściwego: $1 \Omega \text{ m}$

typowe wartości dla metali: $10^{-8} \div 10^{-6} \Omega \text{ m}$

dla izolatorów: woda $10^{10} \Omega \text{ m}$, szkło $10^{13} \Omega \text{ m}$, tetra $10^{20} \Omega \text{ m}$

często stosowana zależność:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Prawo Ohma:

opór danego przewodnika, zdefiniowany równaniem

$$R \equiv \frac{U}{i}$$

w ustalonej temperaturze jest wielkością stałą.

Inne sformułowanie: natężenie prądu płynącego w przewodniku jest wprost proporcjonalne do napięcia między jego końcami, a odwrotnie proporcjonalne do jego oporu

$$i = \frac{U}{R}$$

przy czym opór dany jest wzorem

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Opis makro

U

i

R

Opis mikro

\vec{E}

\vec{j}

ρ

Mikroskopowa postać prawa Ohma:

związek między \vec{E} i \vec{j} jest liniowy

$$\vec{E} = \rho \vec{j}$$

Mikroskopowa teoria oporu właściwego

W metalach nośnikami prądu są elektrony (na ogół walencyjne).

Gaz elektronowy przemieszcza się przez idealny kryształ bez zakłóceń.

Odchylenia od idealnej struktury krystalicznej zaburzają ruch elektronów i są powodem powstania oporu elektrycznego:

- a) defekty stałe, np. domieszki obcych atomów, wakanse, dyslokacje;**
- b) drgania termiczne.**

Reguła Matthiessena:

$$\rho(T) = \rho_0 + \rho_i(T)$$

gdzie

ρ_0 - opór resztkowy (wynika z punktu a)

$\rho_i(T)$ - opór idealny (wynika z punktu b)

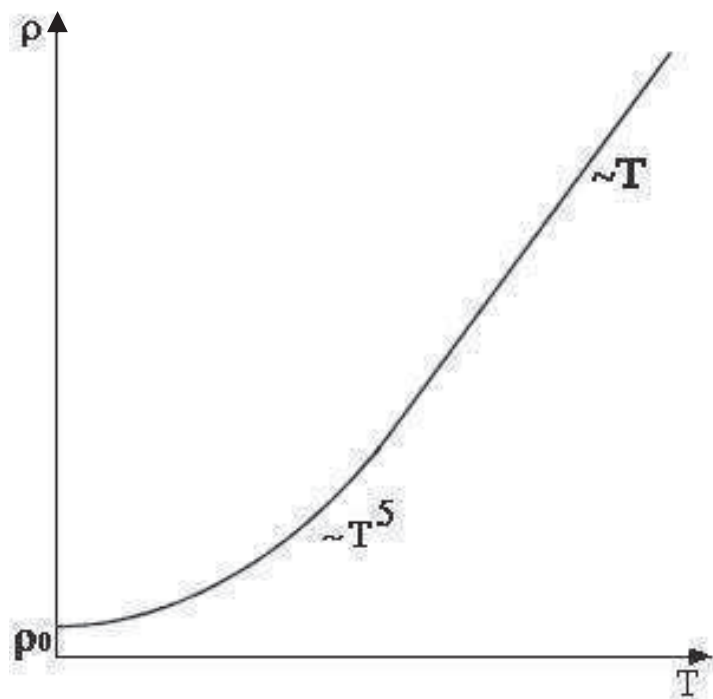
Funkcja $\rho_i(T)$ jest znana, istotne jest to, że

$\rho_i(T) \propto T^5$ dla niskich temperatur

$\rho_i(T) \propto T$ dla wysokich temperatur

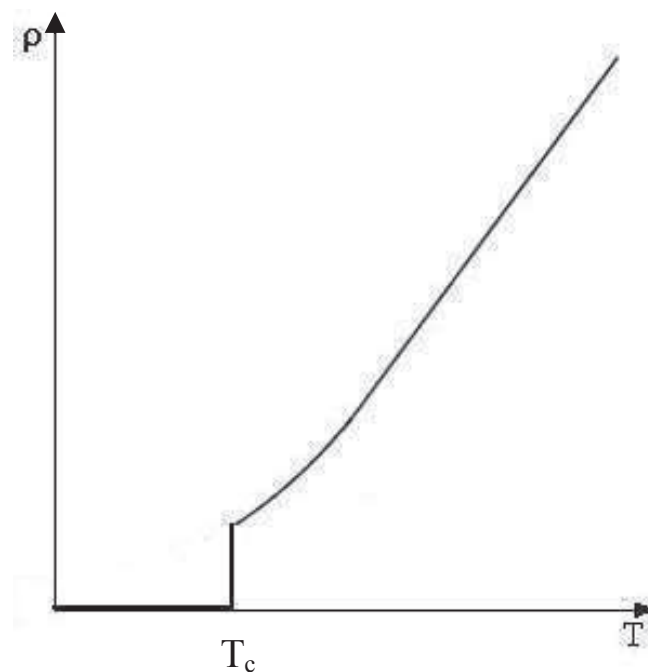
Zależność oporu właściwego od temperatury

dla metali normalnych



ρ_0 – opór reszkowy

dla metali nadprzewodzących



T_c – temperatura krytyczna

(temperatura przejścia w stan nadprzewodzący)

Wskutek zderzeń wydziela się ciepło.

Obliczmy energię oddaną przez ładunek po przebyciu różnicy potencjałów $\Delta V = V_B - V_A$

$$dW = \Delta V dq$$

$$dq = idt$$

$$dW = \Delta V idt$$

Moc oddawana do sieci krystalicznej

$$P = \frac{dW}{dt} = \Delta V i = Ui$$

$$U = iR$$

$$P = i^2 R$$

wydziela się w postaci ciepła Joule'a-Lenza

$$Q = i^2 R t$$

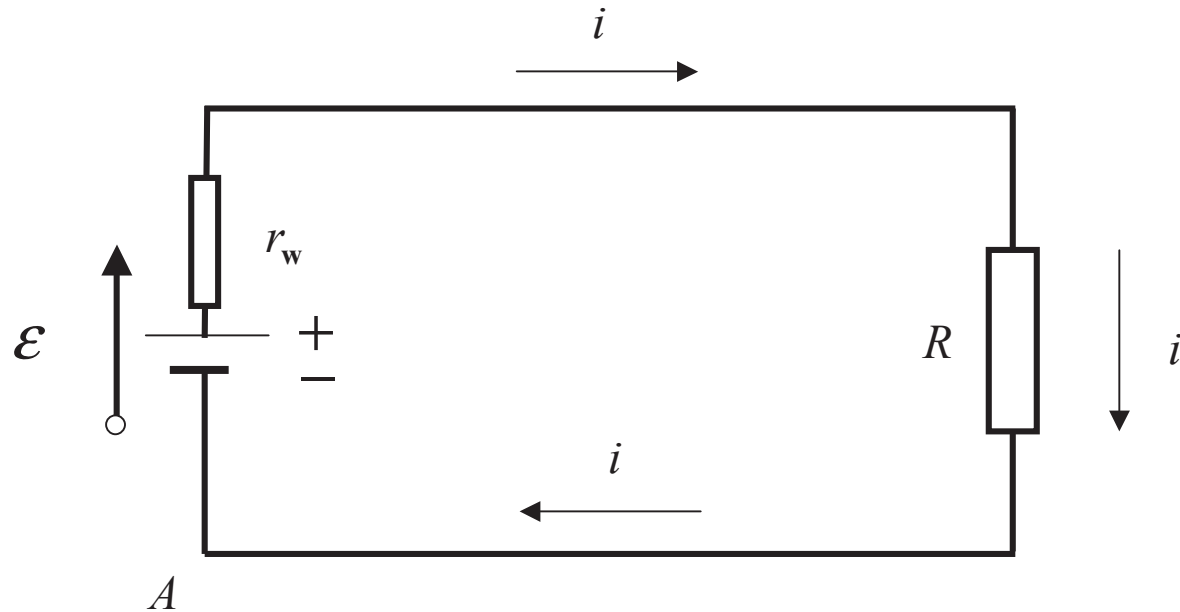
gdzie t oznacza czas przepływu prądu stałego przez opór R .

Dla prądu zmiennego

$$Q = \int_0^{t_k} i^2 R dt.$$

Siła elektromotoryczna (SEM)

- jest to czynnik powodujący wytworzenie różnicy potencjałów między dwoma punktami obwodu kosztem innego rodzaju energii.



Siła elektromotoryczna \mathcal{E} przenosi ładunki elektryczne dodatnie w kierunku wyższego potencjału (w tym przykładzie na koszt energii chemicznej)

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq}$$

Jednostka SEM: $1 \text{ V} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ C}}$

taka sama jak potencjału i napięcia, ale SEM nie jest napięciem!

Zasady obchodzenia obwodu:

a) jeżeli przechodzimy źródło zgodnie z kierunkiem SEM, to zmiana potencjału = $+\mathcal{E}$

b) jeżeli przechodzimy opór zgodnie z kierunkiem prądu, to zmiana potencjału = $-iR$.

W przykładowym obwodzie:

$$V_A + \mathcal{E} - ir_w - iR = V_A$$

$$\mathcal{E} = ir_w + iR$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r_w}$$

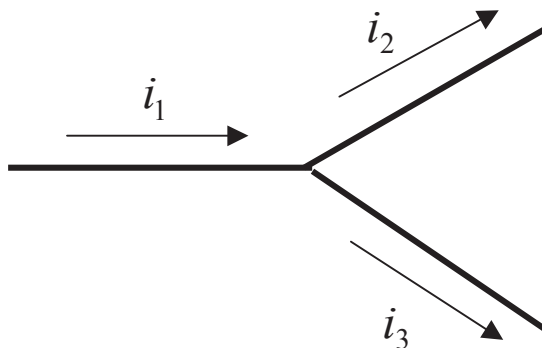
Dwie ostatnie równości to tzw. prawo Ohma dla całego obwodu.

Prawa Kirchhoffa:

I. W dowolnym węźle sieci suma algebraiczna prądów musi być równa zero

$$\sum_k i_k = 0$$

przykład:

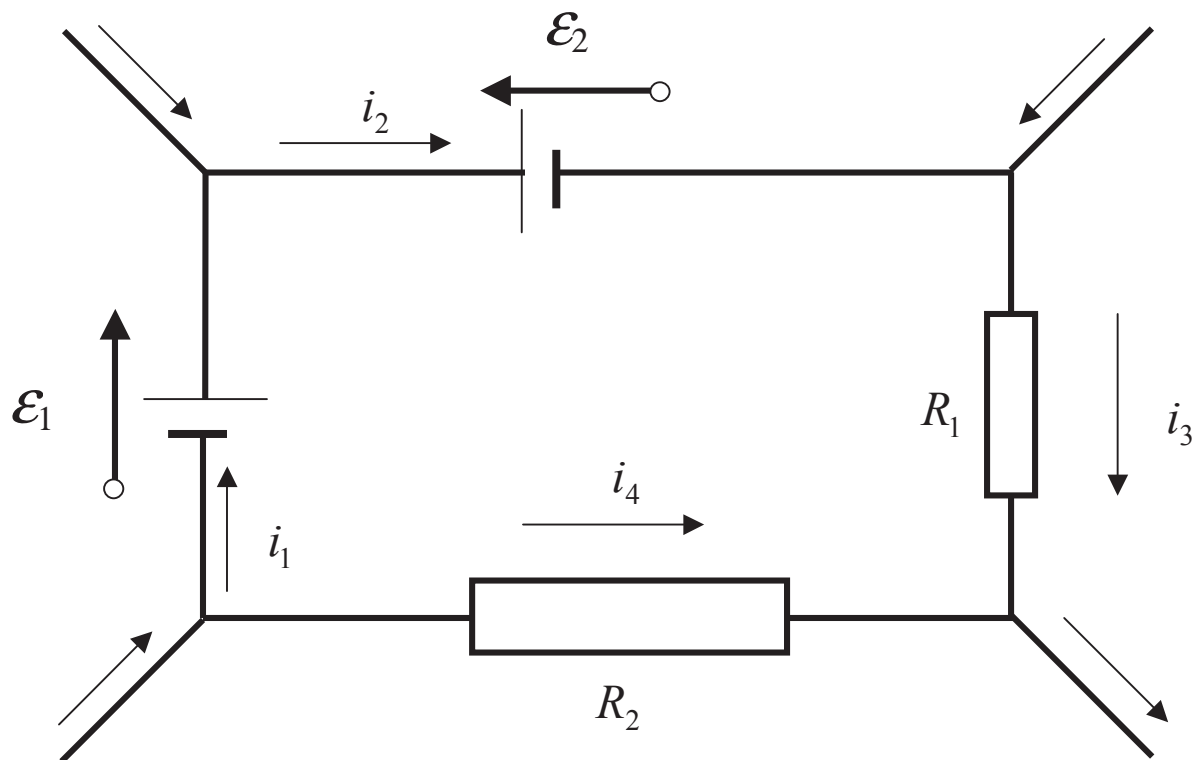


$$i_1 - i_2 - i_3 = 0 \quad \text{lub} \quad i_1 + i_2 + i_3 = 0, \text{ ale wtedy } i_2 < 0 \text{ i } i_3 < 0$$

II. Suma zmian potencjału napotykanym przy obchodzeniu dowolnego oczka sieci musi być równa zeru

$$\sum_k \mathcal{E}_k + \sum_k i_k R_k = 0$$

przykład



$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 - i_3 R_1 + i_4 R_2 = 0$$

Prawa Kirchhoffa służą do obliczania parametrów obwodów elektrycznych.

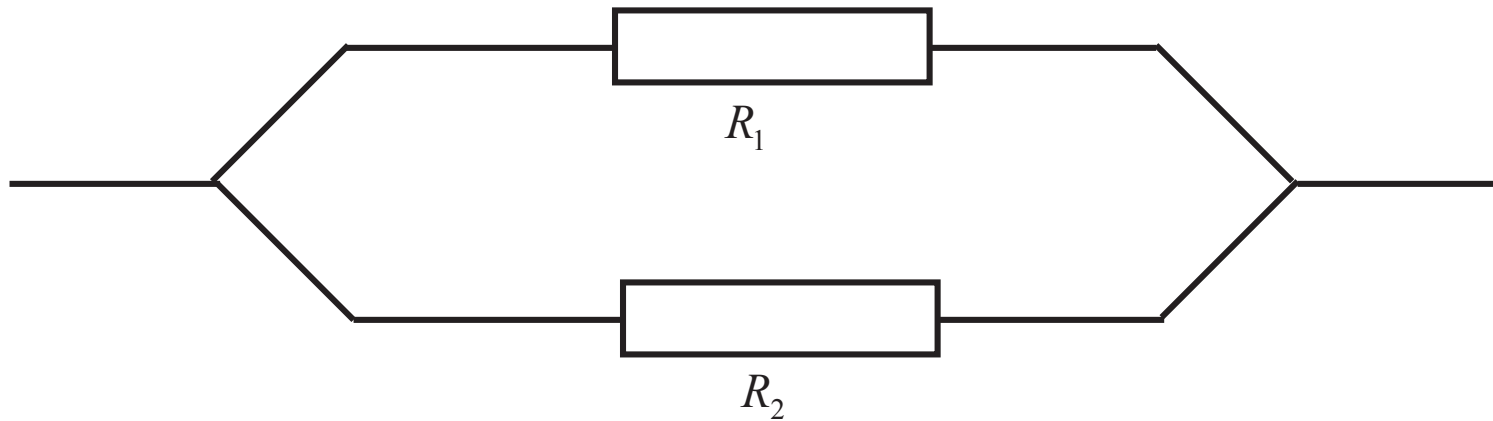
Zastosowanie: reguły łączenia oporów (obliczanie oporów zastępczych)

- połączenie szeregowe



$$R = R_1 + R_2$$

- połączenie równoległe



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$