

**Przebieg funkcji  $R_{\lambda,T}$  - wyzwanie dla fizyków-teoretyków (nie da się otrzymać z fizyki klasycznej).**

**Drgania pola elektromagnetycznego we wnętrzu = drgania niezależnych oscylatorów harmoniczných.**

**Klasyczne rachunki dają nieskończoną energię całkowitą.**

**Rewolucyjna hipoteza Maxa Plancka (1900):**

**dopuszczalne energie tych oscylatorów stanowią zbiór nieciągły**

$$E_n = nE_0$$

**przy czym**

$$E_0 = h\nu$$

**gdzie  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  J s - stała Plancka.**

**Wzór Plancka**

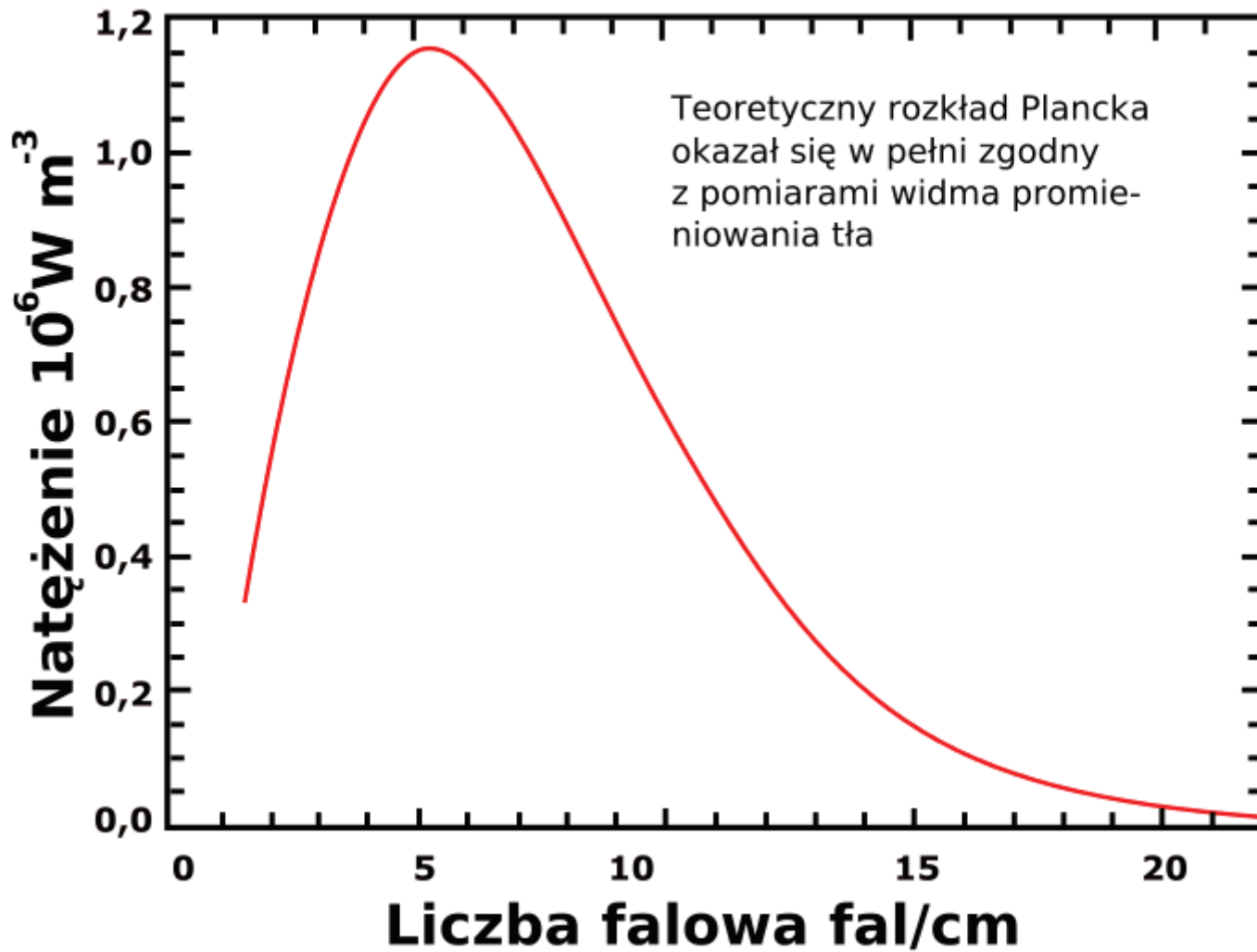
$$\mathcal{E}_{\nu,T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}$$

**lub równoważny**

$$R_{\lambda,T} = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1}$$

**doskonale zgadza się z doświadczeniem.**

## Widmo promieniowania tła uzyskane z satelity COBE



Rozkład ten odpowiada temperaturze około 2,7 K.

**Znane wcześniej dwa prawa empiryczne wynikają wprost ze wzoru Plancka.**

**Prawo przesunięć Wiena:**

**ze wzrostem temperatury, maksimum zdolności emisyjnej przesuwa się w stronę fal krótszych w ten sposób, że iloczyn długości fali, dla której jest maksimum, i temperatury jest wielkością stałą**

$$\lambda_{\max} T = \text{const}$$

**Wystarczy obliczyć pochodną i rozwiązać równanie**

$$\frac{\partial R_{\lambda, T}}{\partial \lambda} = 0$$

$$\lambda_{\max} T = 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

**Prawo Stefana-Boltzmann:**

**całkowita zdolność emisyjna jest proporcjonalna do czwartej potęgi temperatury**

$$\varepsilon_T = \sigma T^4$$

**Wystarczy obliczyć całkę**

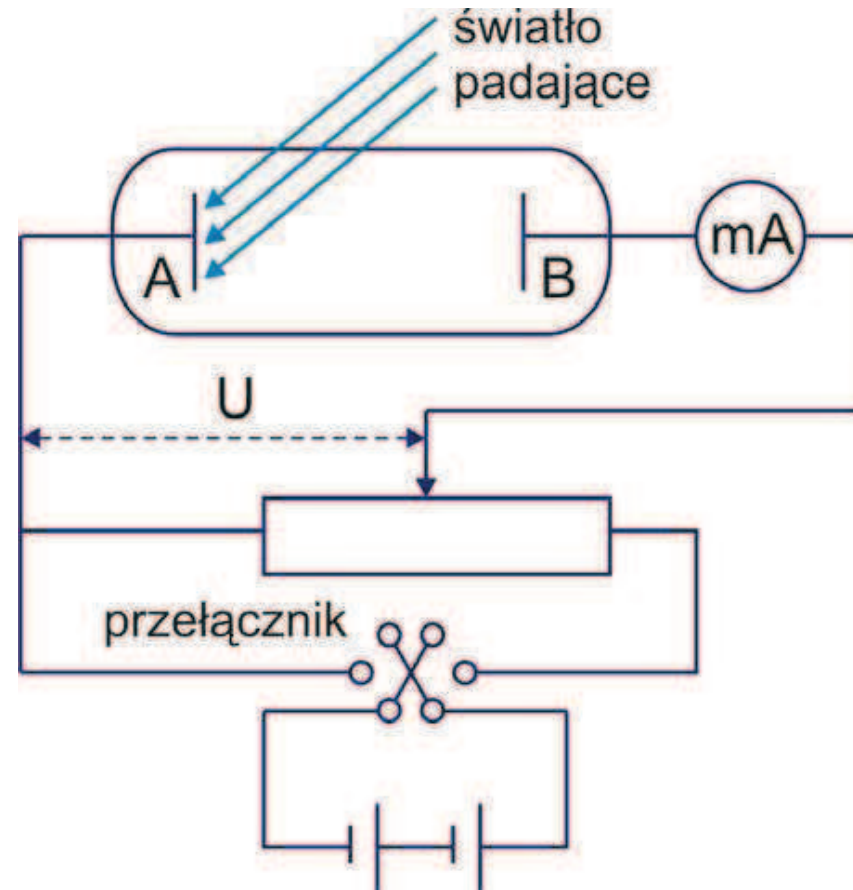
$$\varepsilon_T = \int_0^{\infty} \varepsilon_{\nu, T} d\nu \quad \text{lub} \quad \varepsilon_T = \int_0^{\infty} R_{\lambda, T} d\lambda$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

# Elementy fizyki kwantowej

## Zjawisko fotoelektryczne zewnętrzne

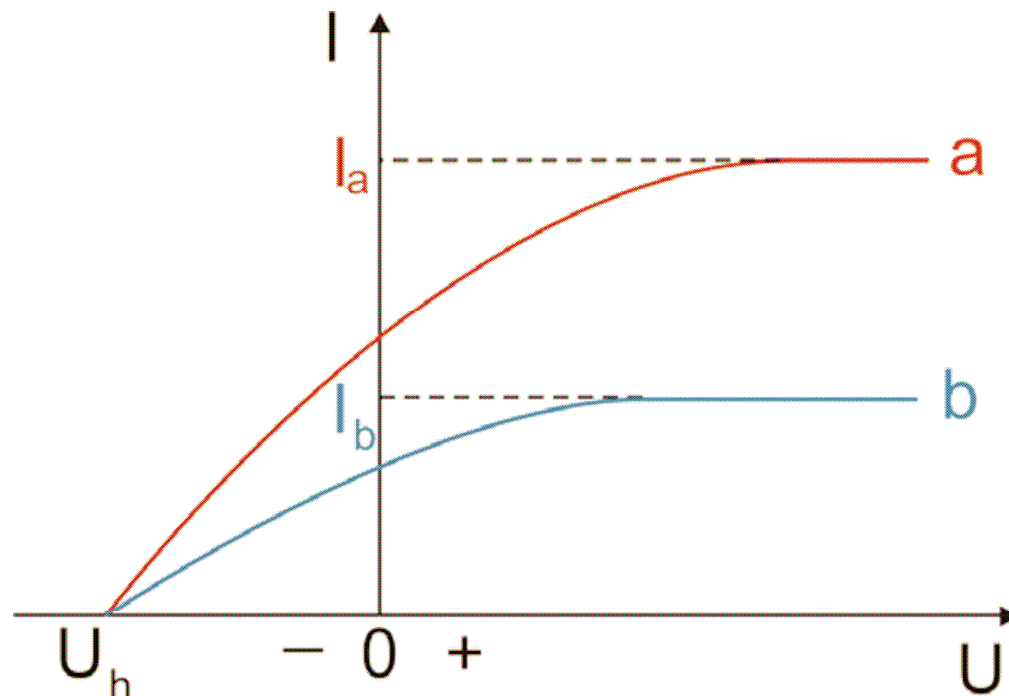
polega na wybijaniu elektronów z powierzchni ciała stałego przez padające światło (promieniowanie elektromagnetyczne). Odkrywca: Lenard, ok. 1900.



**typowy obwód do obserwacji zjawiska**

(źródło: [http://galaxy.uci.agh.edu.pl/~kakol/wyklady/Fizyka\\_modul\\_10.pdf](http://galaxy.uci.agh.edu.pl/~kakol/wyklady/Fizyka_modul_10.pdf) - za zgodą autora)

## Fakty doświadczalne

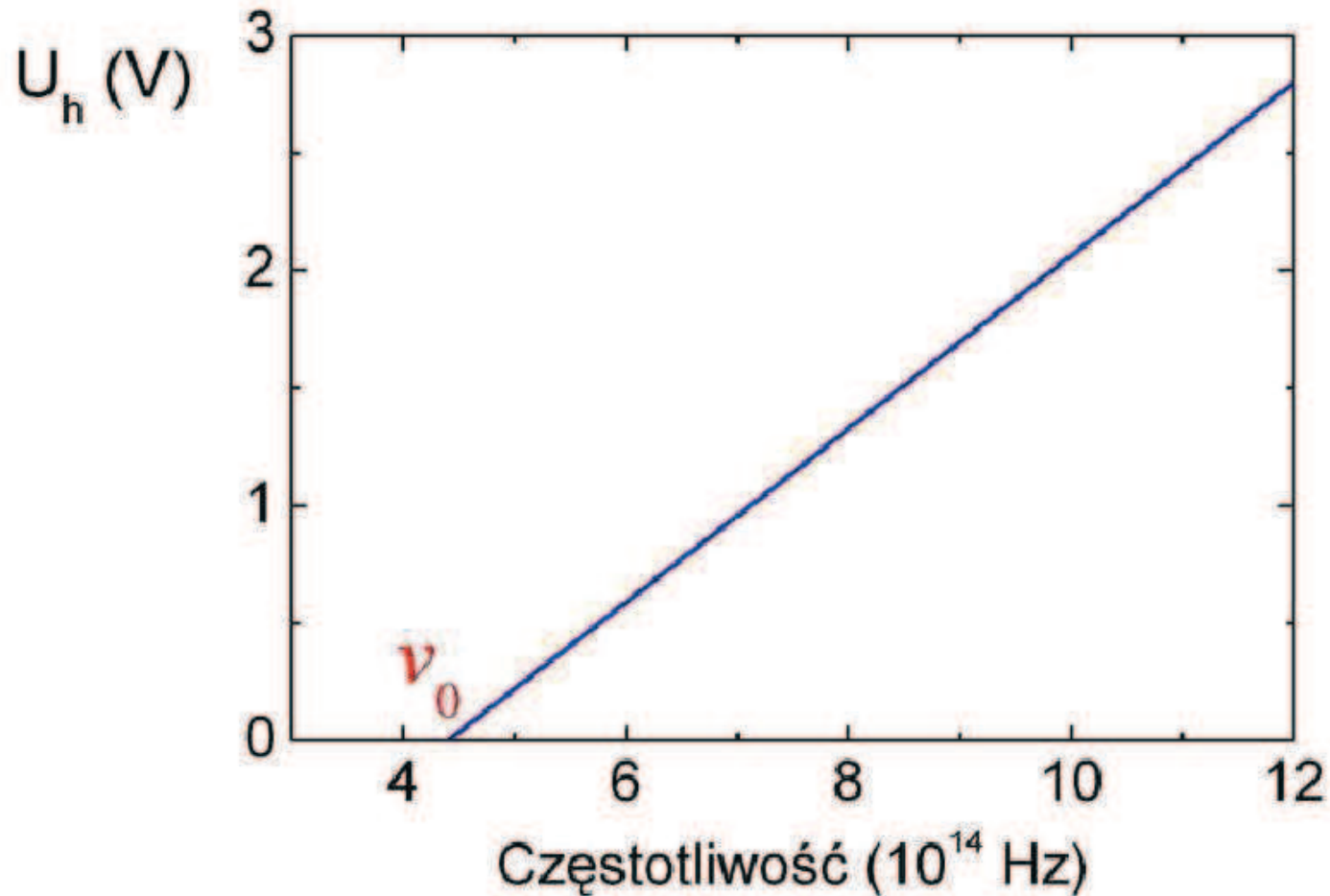


(źródło: [http://galaxy.uci.agh.edu.pl/~kakol/wyklady/Fizyka\\_modul\\_10.pdf](http://galaxy.uci.agh.edu.pl/~kakol/wyklady/Fizyka_modul_10.pdf) - za zgodą autora)

1. Jeżeli elektroda B ma potencjał dodatni względem A, przez bańkę szklaną płynie prąd, który przy pewnym napięciu ulega nasyceniu. Wartość prądu nasycenia jest proporcjonalna do strumienia światła.
2. Jeżeli elektroda B ma potencjał ujemny względem A, przepływ prądu ulega zahamowaniu i jest całkowicie zablokowany przy napięciu  $U_h$ . Napięcie hamowania  $U_h$  jest miarą maksymalnej energii kinetycznej wybijanych elektronów

$$eU_h = E_{k \max}$$

i nie zależy od strumienia światła, natomiast rośnie liniowo ze wzrostem częstości światła padającego.



### Zależność napięcia hamowania od częstotliwości światła padającego

(źródło: [http://galaxy.uci.agh.edu.pl/~kakol/wyklady/Fizyka\\_modul\\_10.pdf](http://galaxy.uci.agh.edu.pl/~kakol/wyklady/Fizyka_modul_10.pdf) - za zgodą autora)

3. Dla każdego metalu istnieje częstotliwość graniczna  $\nu_0$ , poniżej której zjawisko nie zachodzi.
4. Zjawisko zachodzi natychmiastowo.

ad 1. Fakt ten może być zrozumiany na gruncie teorii klasycznej: większa energia wiązki światła – większy prąd. Natomiast pozostałe fakty nie mogą być wyjaśnione przez teorię klasyczną.

ad 2. Energia kinetyczna wybijanych elektronów powinna zależeć od energii wiązki światła, ale nie zależy. Natomiast ta energia zależy od częstotliwości, chociaż nie powinna.

ad 3. Zgodnie z teorią klasyczną każda fala niesie energię, więc zjawisko powinno zachodzić dla każdej częstotliwości, a tymczasem nie zachodzi dla  $\nu < \nu_0$ .

ad 4. Dla małych natężeń potrzebny jest pewien czas, aby energia fali skoncentrowała się na jednym elektronie, a tymczasem zjawisko zachodzi bez żadnego opóźnienia.

### Hipoteza Einsteina (1905):

energia promieniowania świetlnego rozchodzi się w przestrzeni w postaci skończonych porcji tzn. kwantów promieniowania (nazwa „foton” powstała później). Zjawisko fotoelektryczne polega na tym, że jeden foton uderza w jeden elektron i przekazuje mu całą swoją energię  $E = h\nu$ . Jeżeli energia ta jest wystarczająco duża, elektron pokonuje oddziaływanie przyciągające reszty metalu (praca wyjścia  $W$ ) i opuszcza metal z energią kinetyczną  $E_k$ . Z prawa zachowania energii

$$h\nu = E_{k\max} + W$$

Ta prosta teoria tłumaczy wszystkie cechy zjawiska (nagroda Nobla 1921).

**ad 1. Jeden foton wybija jeden elektron, dlatego prąd maksymalny zależy wprost proporcjonalnie od strumienia światła, tzn. liczby fotonów.**

**ad 2. Napięcie hamowania zależy od właściwości metalu i energii pojedynczego fotonu**

$$h\nu = eU_h + W$$

$$U_h = \frac{h}{e}\nu - \frac{W}{e}$$

**więc nie może zależeć od strumienia światła. Ostatnie równanie tłumaczy również liniową zależność napięcia hamowania (czyli energii maksymalnej) od częstotliwości.**

**ad 3. Jeżeli  $h\nu = W$ , to  $E_{k\max} = 0$  i zjawisko przestaje zachodzić. To wyjaśnia istnienie częstotliwości progowej i daje nam związek między częstotliwością progową a pracą wyjścia:**

$$W = h\nu_0$$

**ad 4. Nawet przy bardzo słabych natężeniach światła niektóre fotony trafią w elektrony – to tłumaczy natychmiastowość zjawiska.**

**Dualizm korpuskularno-falowy: promieniowanie elektromagnetyczne rozchodzi się jak fale, ale oddziałuje z materią jak cząstki o określonej energii (kwanty energii).**

**Z równania**

$$U_h = \frac{h}{e}\nu - \frac{W}{e}$$

**Millikan wyznaczył dokładną wartość stałej Plancka (nagroda Nobla 1923).**

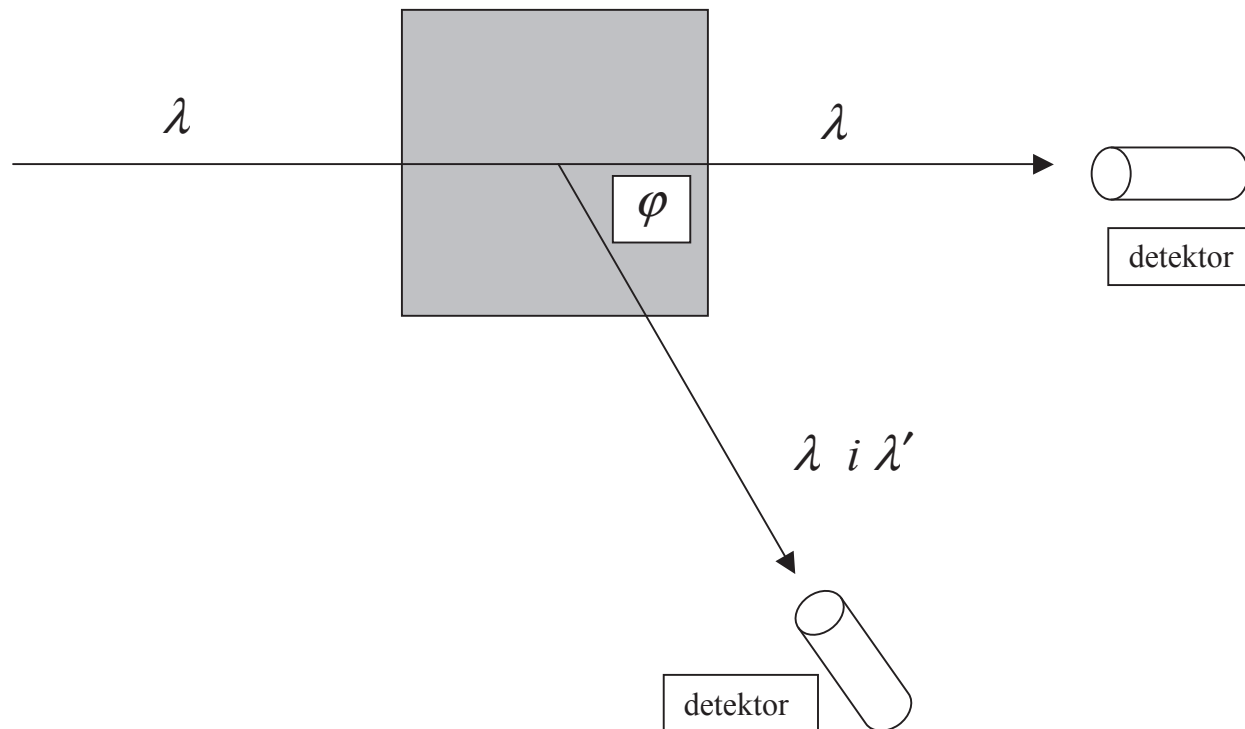
**Równanie to (lub równoważne) nazywane jest równaniem Einsteina-Millikana.**



# Elementy fizyki kwantowej

## Efekt Comptona

**Eksperyment: rozpraszanie promieni  $\gamma$  na bloku grafitu.**

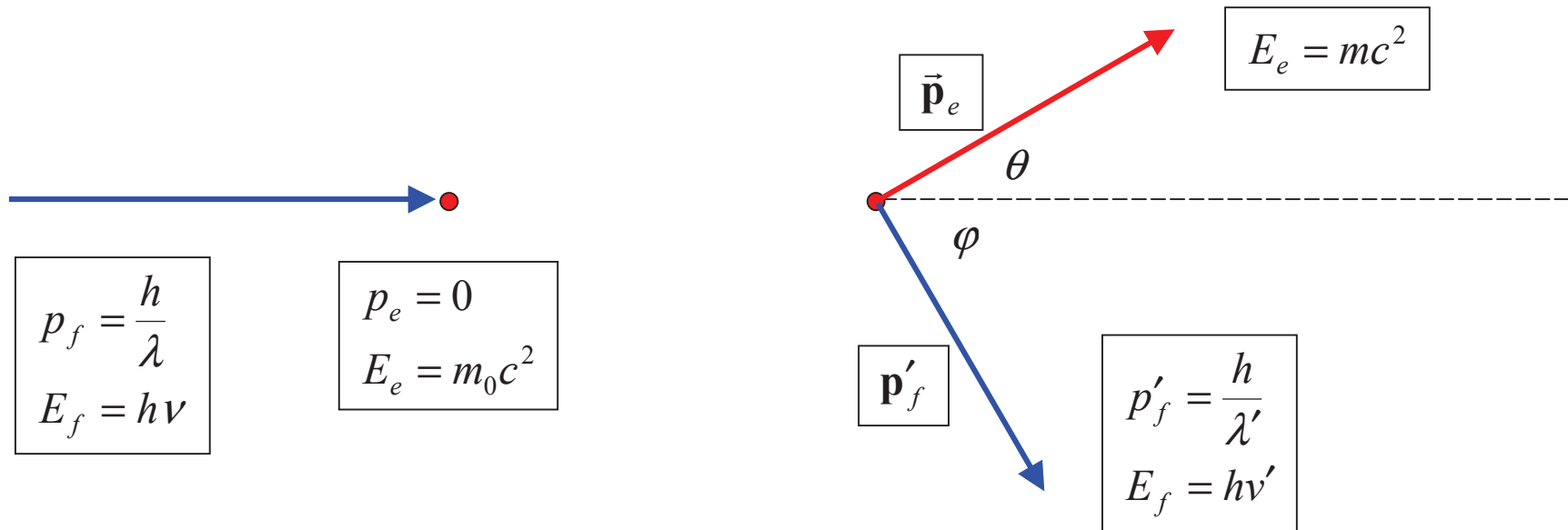


**Fakty doświadczalne:**

**oprócz fali o długości  $\lambda$  (równej  $\lambda$  fali padającej) obserwujemy falę dłuższą o długości  $\lambda'$ , różnica długości fali  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  zależy od kąta obserwacji  $\varphi$**

$$\Delta\lambda = \text{const}(1 - \cos \varphi)$$

## Opis zjawiska: zderzenie fotonu z (prawie) swobodnym elektronem



**prawo zachowania energii:**

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2$$

**prawo zachowania pędu:**

$$x: \quad p_f = p'_f \cos \varphi + p_e \cos \theta$$

$$y: \quad 0 = p'_f \sin \varphi - p_e \sin \theta$$

**Eliminując  $\theta$  i  $p_e$  z tych równań (trzeba przy tym skorzystać z wyrażenia na energię  $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$ ) otrzymujemy**

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos \varphi)$$

**całkowicie zgodne z doświadczeniem.**

**A. H. Compton - nagroda Nobla 1927 r.**

# Elementy fizyki kwantowej

## Model Bohra atomu wodoru

Ruch elektronu w atomie wodoru może być opisany przez mechanikę Newtona i prawo Coulomba. Jednakże układ taki byłby niestabilny, ponieważ – zgodnie z równaniami Maxwella – promieniowałby energię w sposób ciągły. Dlatego Bohr wprowadził dodatkowo 3 postulaty (1913):

I. Elektron nie może poruszać się po orbitach dowolnych, tylko po ściśle określonych, tzn. takich, że jego orbitalny moment pędu jest równy wielokrotności stałej Plancka podzielonej przez  $2\pi$

$$L = n \frac{h}{2\pi}, \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

II. Elektron na orbicie stacjonarnej nie promieniuje energii.

III. Elektron emituje energię w postaci kwantu energii  $h\nu$  podczas przeskoku z wyższej orbity na niższą.

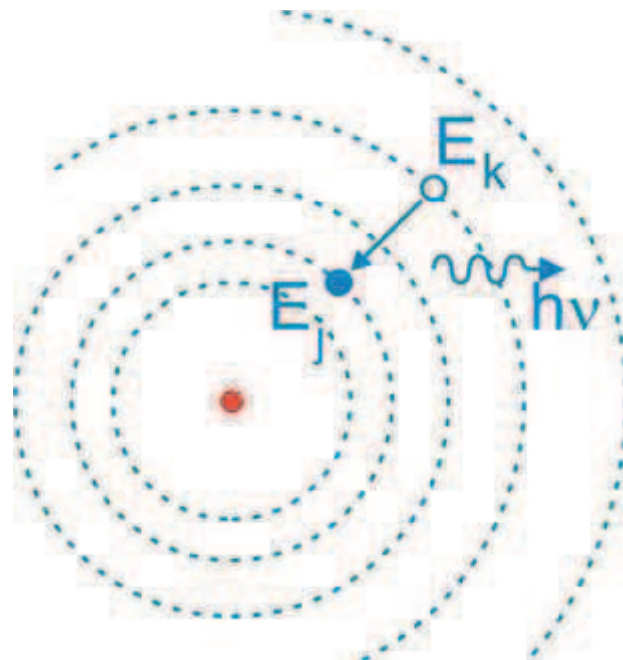
Na  $n$ -tej orbicie elektron ma określoną energię kinetyczną (związaną z momentem pędu) i określoną energię potencjalną (elektrostatyczną, związaną z odległością od jądra atomu). Prosty rachunek daje

$$E_n = E_{kin} + E_{pot} = -\frac{E_1}{n^2}, \text{ gdzie } E_1 = \frac{m e^4}{8\epsilon_0^2 h^2}$$

Energia emitowanego kwantu

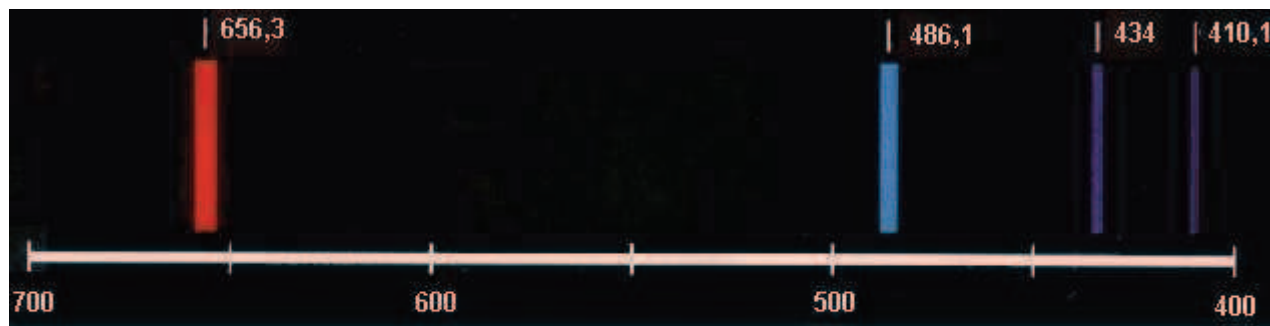
$$h\nu = E_k - E_j = -E_1 \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{j^2} \right)$$

Model Bohra dobrze opisuje widmo liniowe atomu wodoru i jonów wodoropodobnych. Dla atomów bardziej złożonych ma charakter jakościowy. Pozwala jednak zrozumieć emisję i absorpcję promieniowania.



### Emisja fotonu

(źródło: [http://galaxy.uci.agh.edu.pl/~kakol/wyklady/Fizyka\\_modul\\_10.pdf](http://galaxy.uci.agh.edu.pl/~kakol/wyklady/Fizyka_modul_10.pdf) - za zgodą autora)



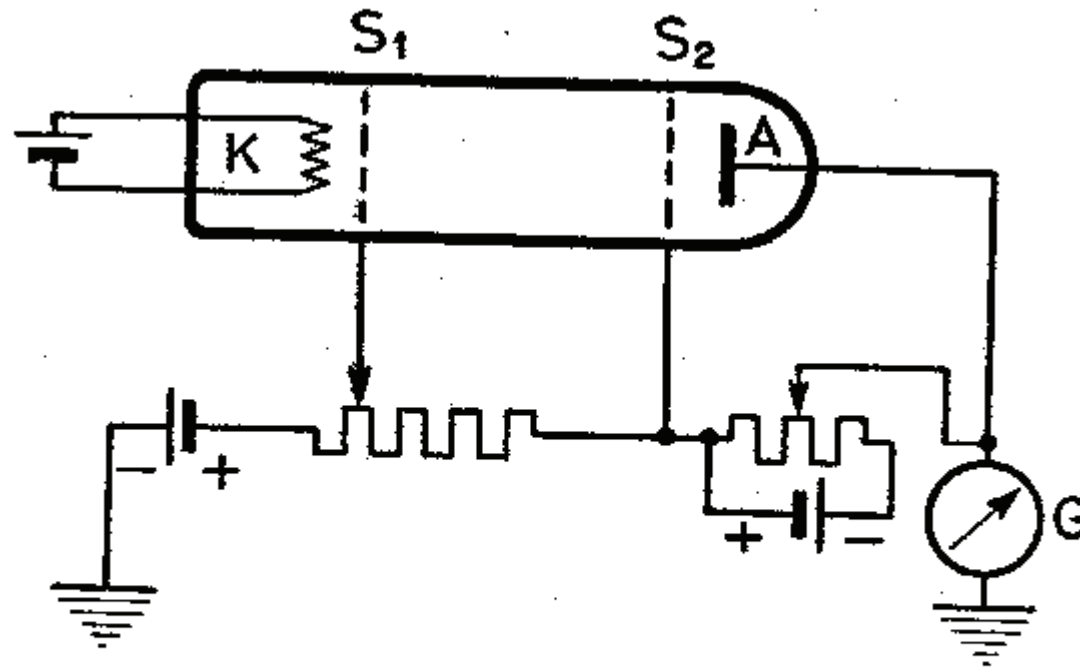
Liniowe widmo wodoru

widmo liniowe atomu wodoru



**Niels Bohr (1885-1962)  
(nagrada Nobla 1922)**

## Doświadczenie Francka-Hertza



Elektrony są emitowane z katody K.

Przyspieszane są przez siatkę  $S_1$  napięciem  $U$ .

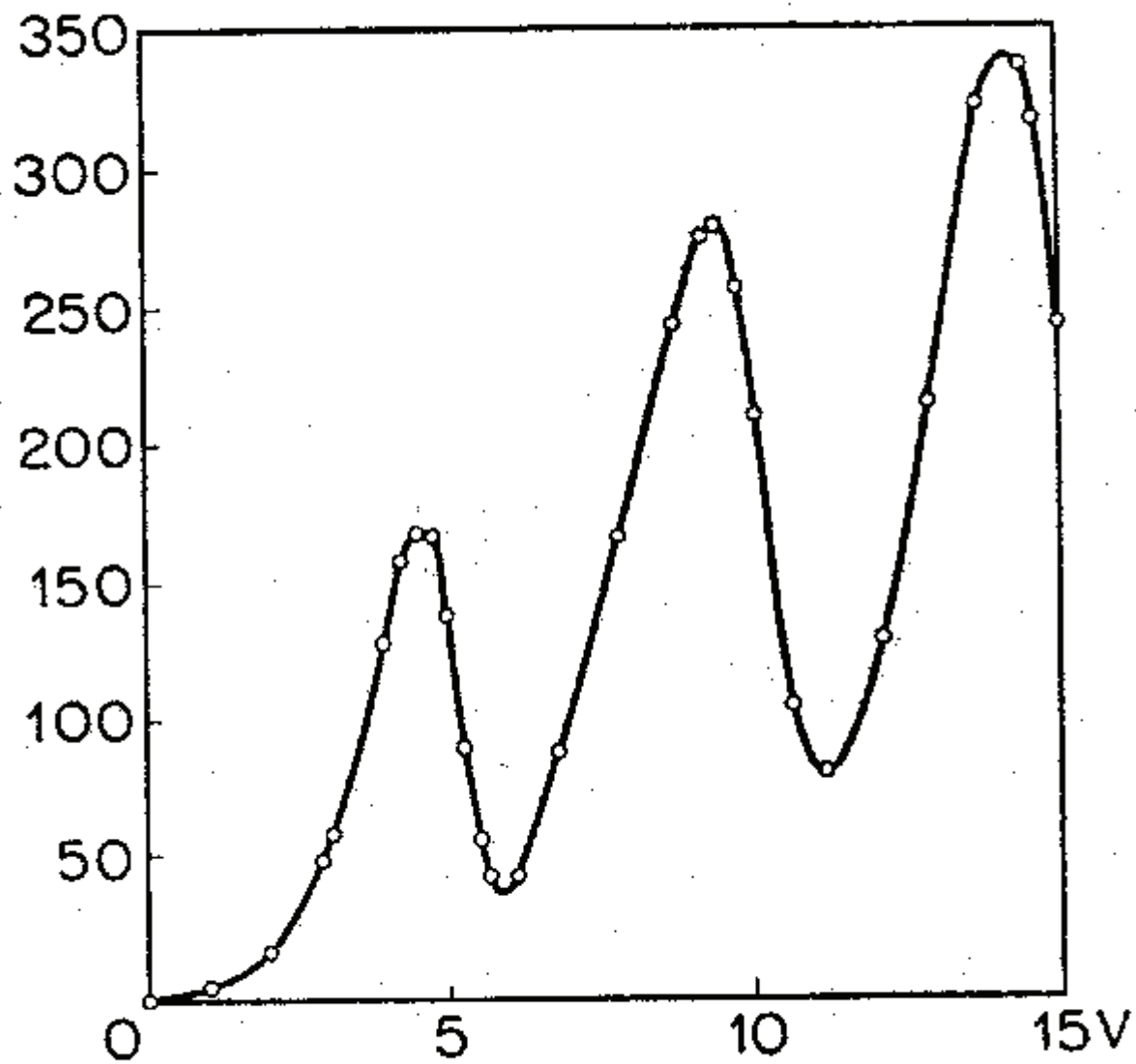
Między siatkami  $S_1$  i  $S_2$  mają energię kinetyczną

$$\frac{mv^2}{2} = eU$$

Między anodą A i siatką  $S_2$  przyłożone jest napięcie hamujące (nie duże).

Większość elektronów dochodzi do A.

**Wzrost  $U$  powoduje wzrost prądu.  
Jednak przy pewnej wartości  $U$  prąd gwałtownie spada.**



**Wyjaśnienie:**

**gdy energia elektronów  $\frac{mv^2}{2}$  osiągnie wartość różnicy między poziomami energetycznymi atomów gazu w bańce, następuje absorpcja energii i większość elektronów nie może pokonać napięcia hamującego między S<sub>2</sub> i A.**

**W oryginalnym doświadczeniu użyto par rtęci.  
Później powtórzono je dla wodoru atomowego.  
Wyniki były zgodne z modelem Bohra.**