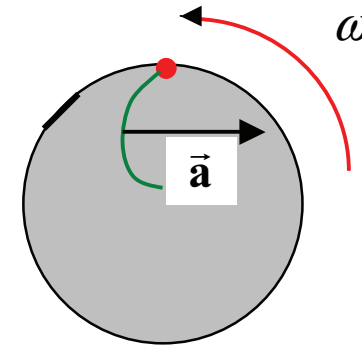
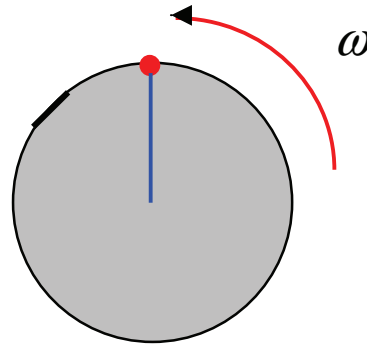
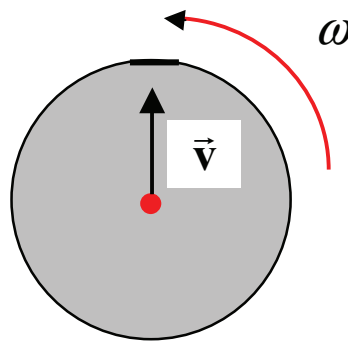


3. Siła bezwładności występująca podczas ruchu ciała w układzie obracającym się – siła Coriolisa



co widzi
obserwator
w układzie
inercyjnym

co widzi
obserwator
w układzie
nieinercyjnym

tajemnicze przyspieszenie:

to właśnie przyspieszenie Coriolisa

a związana z nim siła

to siła Coriolisa

$$\vec{a} \propto \vec{v} \times \vec{\omega}$$

$$\vec{a}_C = 2\vec{v} \times \vec{\omega}$$

$$\vec{F}_C = m \vec{a}_C$$

$$\vec{F}_C = 2m \vec{v} \times \vec{\omega}$$

Przejawy siły Coriolisa

Planeta Ziemia jest taką wirującą platformą. Jest to szczególnie widoczne, jeżeli spojrzymy na nią „z góry”, od strony bieguna.

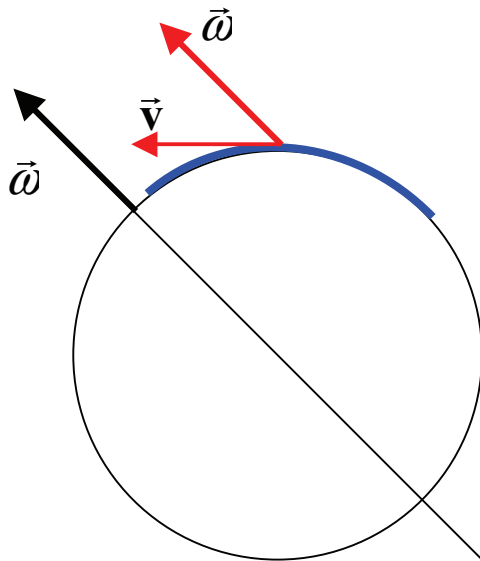
- **Efekty militarne**

I wojna światowa: ostrzał artyleryjski Paryża z odległości 110 km – znoszenie pocisków na wschód o 1,6 km

II wojna światowa: bombardowanie Londynu raketami V2 z odległości ok. 300 km – odchylenie torów rakiet na wschód o 3,7 km

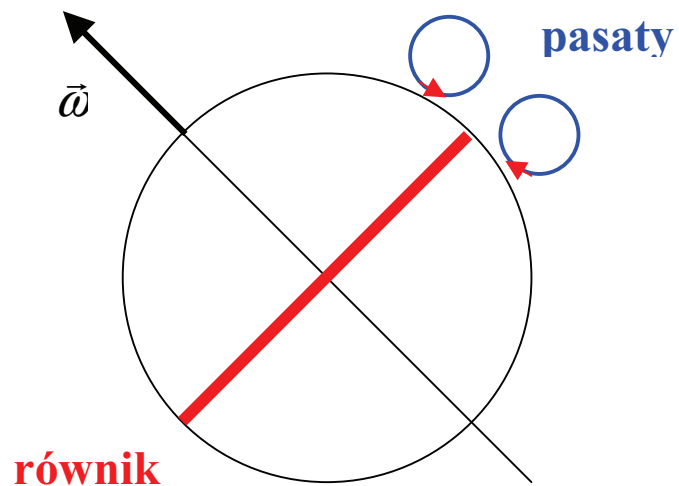
- **Zjawiska przyrodnicze**

➤ podmywanie prawych brzegów rzek syberyjskich



Siła Coriolisa $\vec{F}_C = 2m \vec{v} \times \vec{\omega}$ skierowana jest na wschód

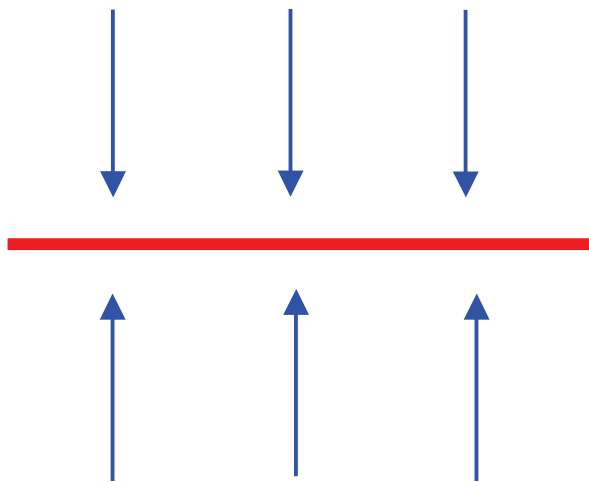
➤ skręcanie pasatów (w prawo na półkuli północnej, w lewo – na południowej)



na półkuli północnej \vec{F}_C skierowana jest na zachód

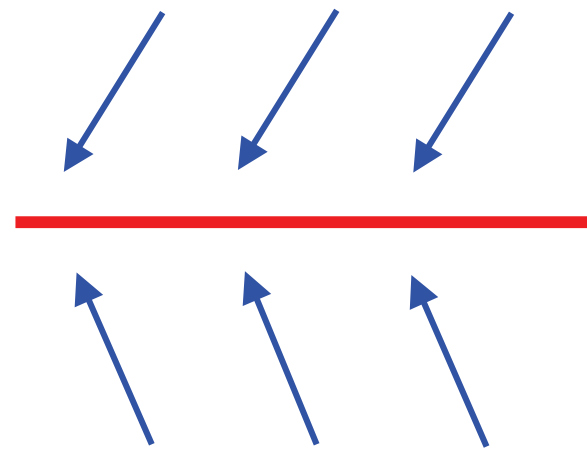
widok z góry:

wirtualnie



(bez obrotu Ziemi)

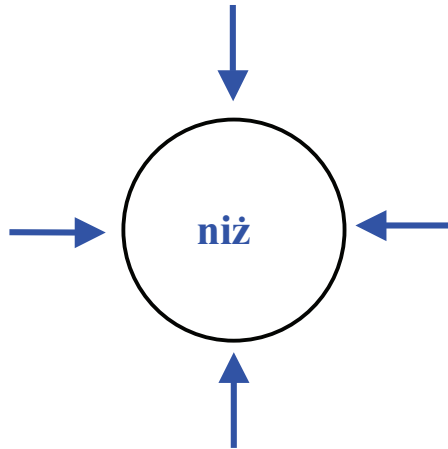
rzeczywiście



(na obracającej się Ziemi)

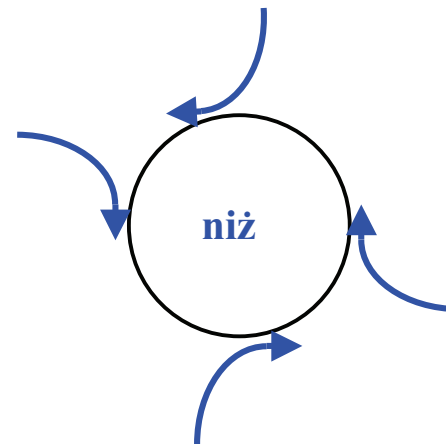
➤ **cyklony (sytuacja na półkuli północnej)**

wirtualnie



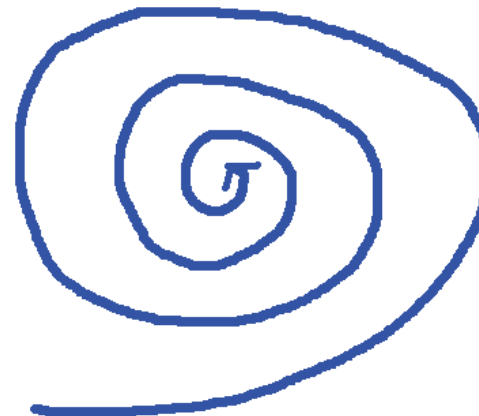
(bez obrotu Ziemi)

rzeczywiście



(na obracającej się Ziemi)

efekt końcowy:



- **Zjawiska fizyczne**

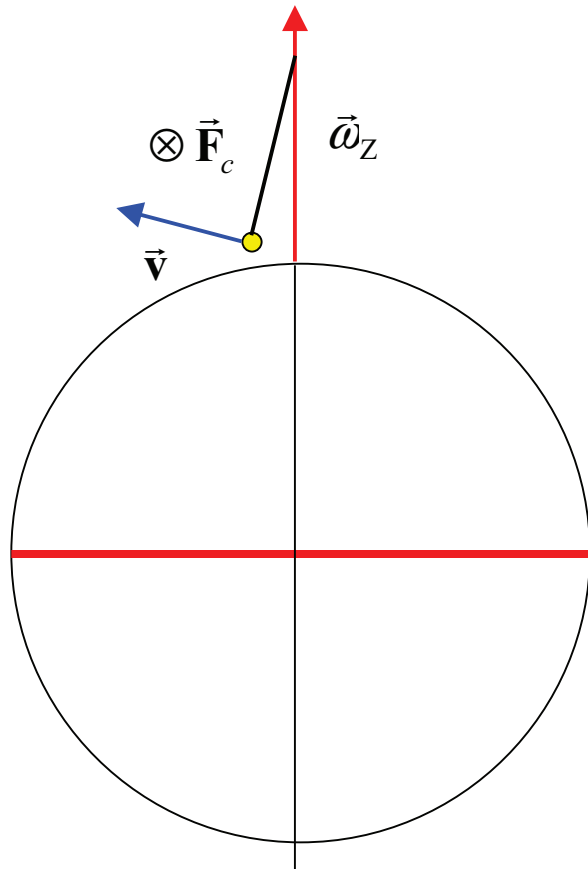
- odchylenie swobodnie spadających ciał od pionu (niewielkie)

- wahadło Foucault (czyt. „fuko”)

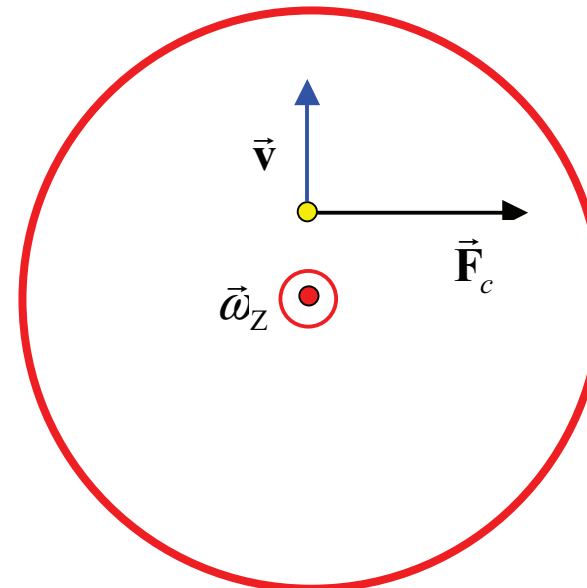
Jeżeli uruchomimy wahadło na biegunie północnym, to przy każdym wahnięciu kulka odchyli się w prawo dla obserwatora związanego z Ziemią (dochodząc do bieguna – na wschód, po minięciu bieguna – na zachód). Dla niego płaszczyzna wahań będzie obracać się względem podłoża z prędkością kątową Ziemi, tylko, że w przeciwnym kierunku

$$\omega_Z = \frac{2\pi}{24 \text{ godziny}} = \frac{\pi}{12} \text{ godz}^{-1} = 15^\circ / \text{godz}$$

widok z boku:



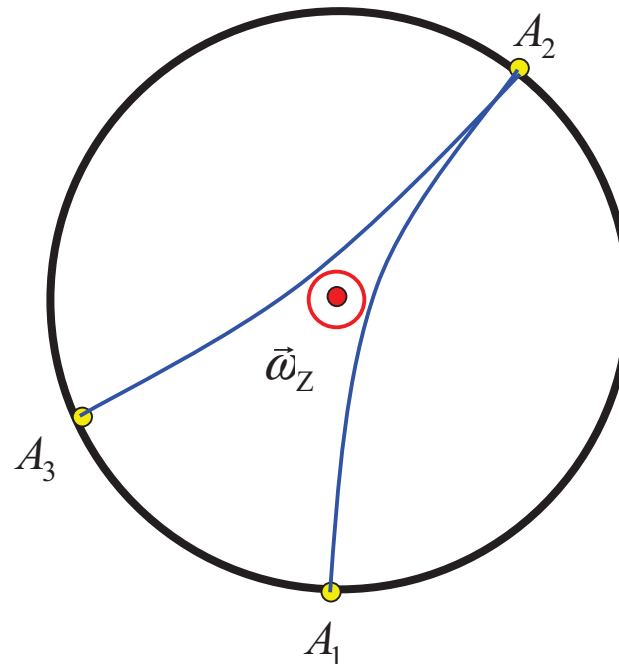
widok z góry:



równik

Trajektoria kulki wahadła na biegunie północnym:

wahadło będzie skręcało w prawo, omijając biegun

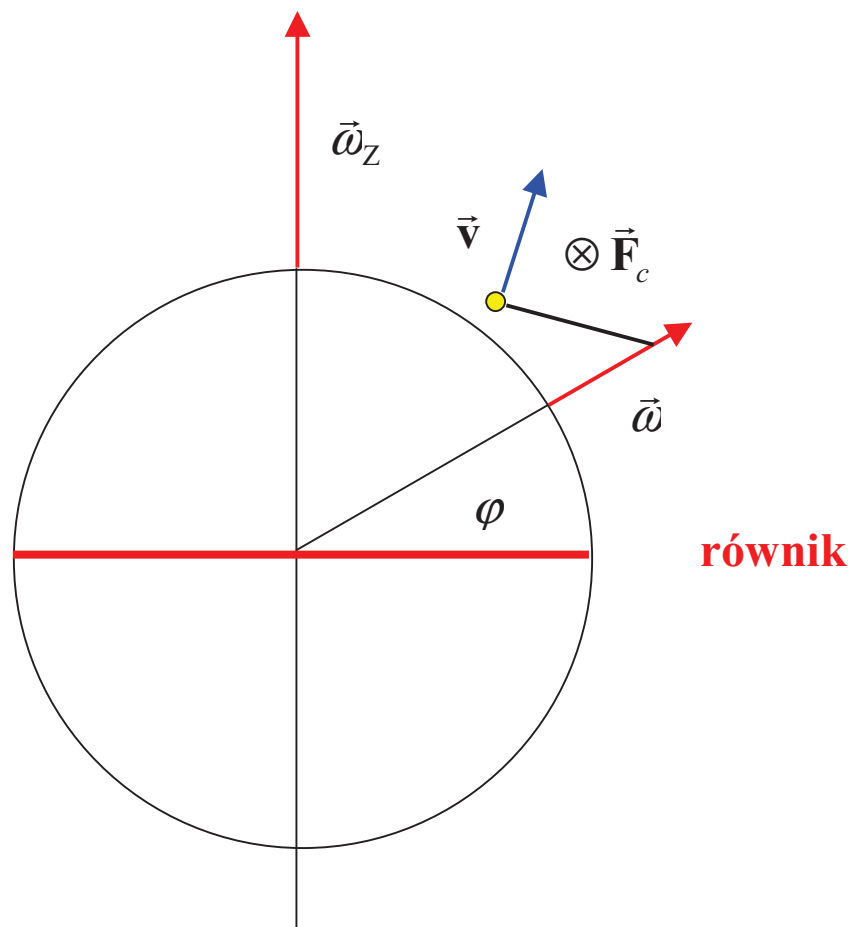


A_1, A_2, A_3 – kolejne skrajne położenia kulki wahadła podczas jednego „okresu” wahań.

Dla obserwatora stojącego na Ziemi płaszczyzna wahań wykonuje obrót ze wschodu na zachód.

Jest to dowód, że Ziemia obraca się z zachodu na wschód.

Na innych szerokościach geograficznych zjawisko też jest widoczne



- składowa $\vec{\omega}_Z$ na kierunek pionu

$$\omega = \omega_Z \cos(90^\circ - \phi) = \omega_Z \sin \phi$$

dla Krakowa i Paryża $\omega = 12^\circ / \text{godz}$

Foucault pokazał to w Paryżu, w Panteonie.

W Krakowie można to zobaczyć w kościele św. Piotra i Pawła.

Elementy rachunku całkowego

Całka oznaczona

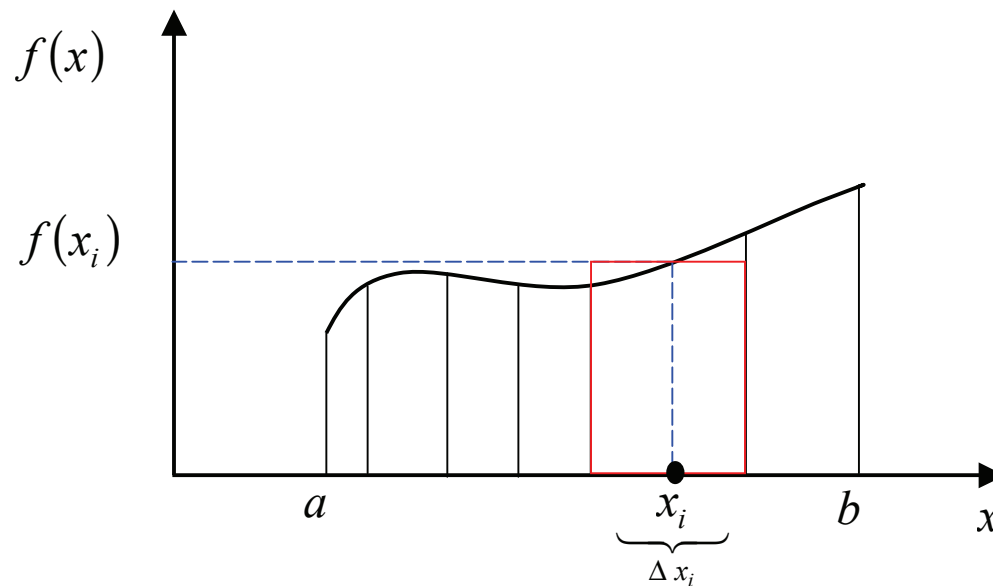
Dana jest $f(x)$, $x \in [a, b]$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x_i \equiv \int_a^b f(x) dx$$

$$n \rightarrow \infty$$

$$\sup(\Delta x_i) \rightarrow 0$$

Interpretacja geometryczna:



Dla $f(x) \geq 0$ jest to pole pod krzywą.

Inne rodzaje całek oznaczonych

całka krzywoliniowa

dana jest funkcja $\vec{F}(\vec{r})$, określona na łuku krzywej K , od punktu A do punktu B

$$\int_K \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \vec{F}(\vec{r}_i) \cdot \Delta\vec{r}_i$$

całka powierzchniowa

dana jest funkcja $\vec{F}(\vec{r})$, określona na powierzchni S

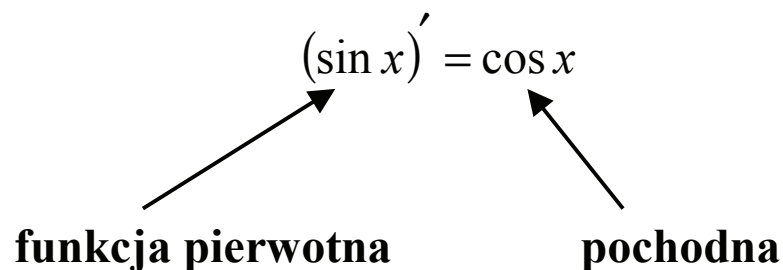
$$\int_S \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{S} \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \vec{F}(\vec{r}_i) \cdot \Delta\vec{S}_i$$

całka objętościowa

dana jest funkcja $\vec{F}(\vec{r})$, określona w obszarze V

$$\int_V \vec{F}(\vec{r}) dV \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \vec{F}(\vec{r}_i) \Delta V_i$$

Całka nieoznaczona



Jeżeli $F'(x) = f(x)$, to $\int f(x)dx \equiv F(x)$

całka nieoznaczona

funkcja pierwotna

ale

$$[F(x) + \text{const}]' = f(x)$$

więc

$$\int f(x)dx = F(x) + \text{const}$$

Całka nieoznaczona jest symbolem operacji matematycznej odwrotnej do różniczkowania. Wynik tej operacji nie jest jednoznaczny. Wynikiem jest cała rodzina funkcji pierwotnych, różniących się o dowolną stałą.

Źródło informacji o całkach nieoznaczonych – tablice.

Zastosowania

1. Rozwiązywanie równań różniczkowych

przykład:

$$\frac{dv}{dt} = a, \quad \text{inaczej } v'(t) = a, \quad \text{więc } v(t) = \int a dt = at + \text{const}$$

nieznaną stałą *const* wyznaczamy z warunków początkowych, np. dla $t = 0$, $v(t) = v_0$ i otrzymujemy znane równanie $v(t) = v_0 + at$

2. Obliczanie całek oznaczonych

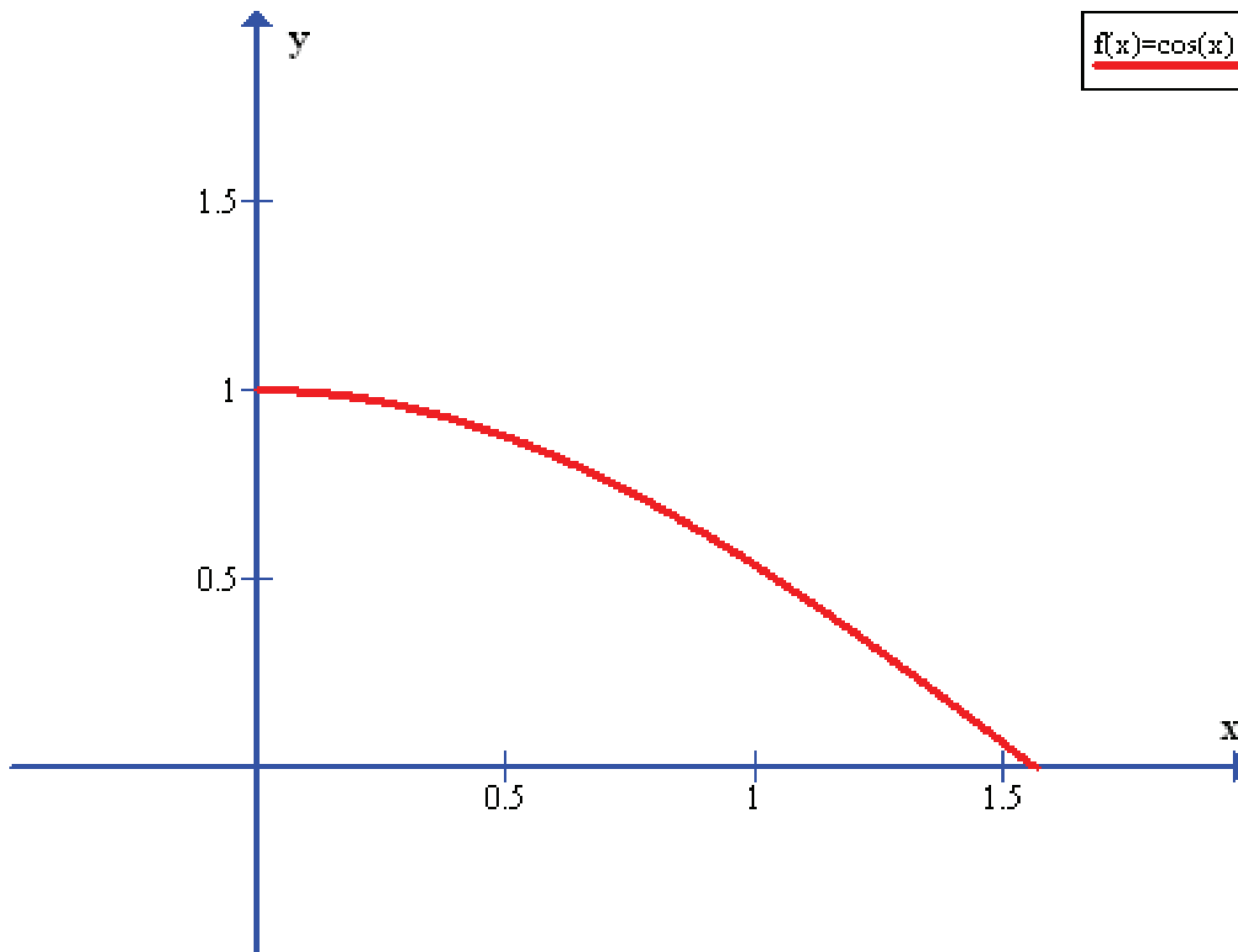
Twierdzenie o związku między całką oznaczoną i nieoznaczoną

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b \equiv F(b) - F(a)$$

przykład:

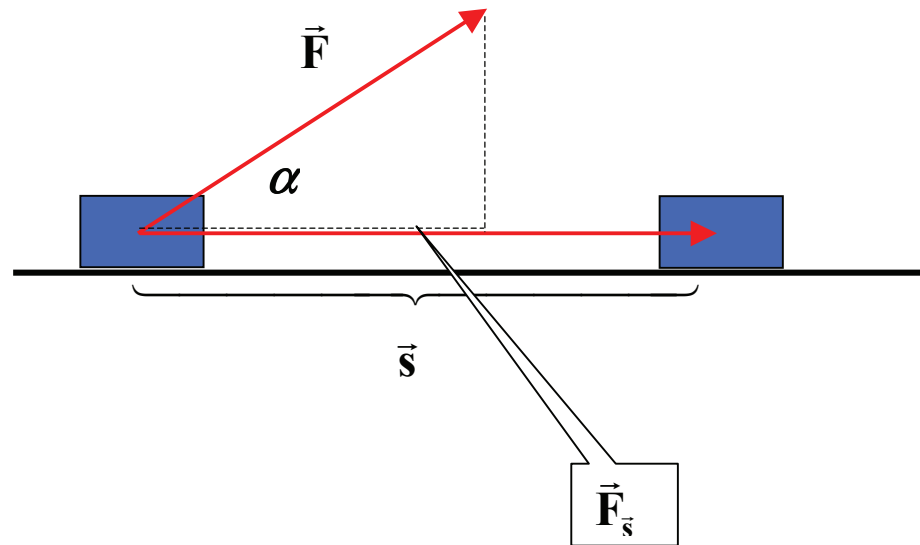
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin 0 = 1 - 0 = 1$$

To pozwala obliczyć pole pod krzywą $f(x) = \cos x$ w tym przedziale:



Praca, energia, moc

definicja pracy



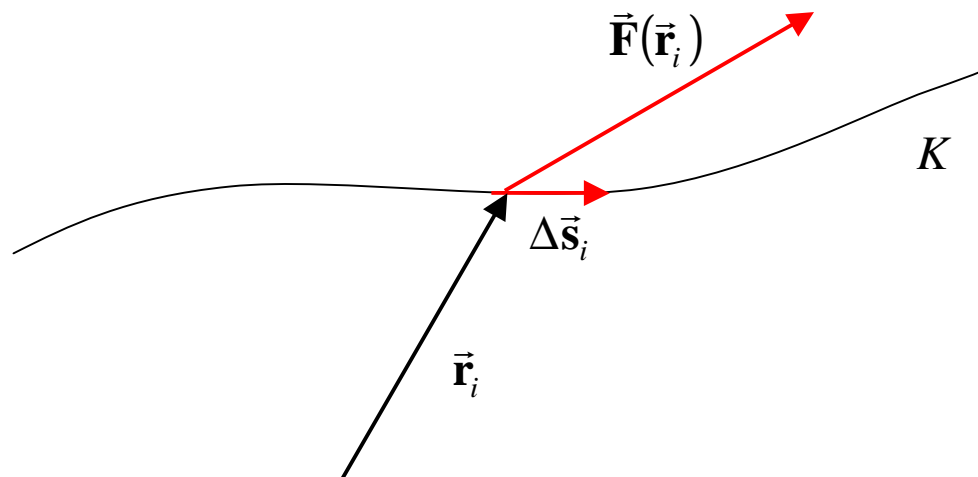
$$W = \vec{F}_s s = (F \cos \alpha) s = F s \cos \alpha$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

jednostka: 1 J (dżul)

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}$$

Uogólnienie: siła zmienna (zależna od położenia):



$$W = \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_i \vec{F}(\vec{r}_i) \cdot \Delta \vec{s}_i \equiv \int_K \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

Związek między pracą a energią kinetyczną

Wychodzimy z ogólnej definicji pracy

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Korzystając z:

II zasady dynamiki Newtona,
definicji przyspieszenia,
definicji różniczki,
wykonując całkowanie,
otrzymujemy wynik:

$$W = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

Definiujemy energię kinetyczną:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

jednostka: 1 J

Praca przyspieszania:

$$W = E_{k2} - E_{k1}$$

moc średnia:

$$P = \frac{W}{t}$$

moc chwilowa:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

jednostka: 1 W (wat)