

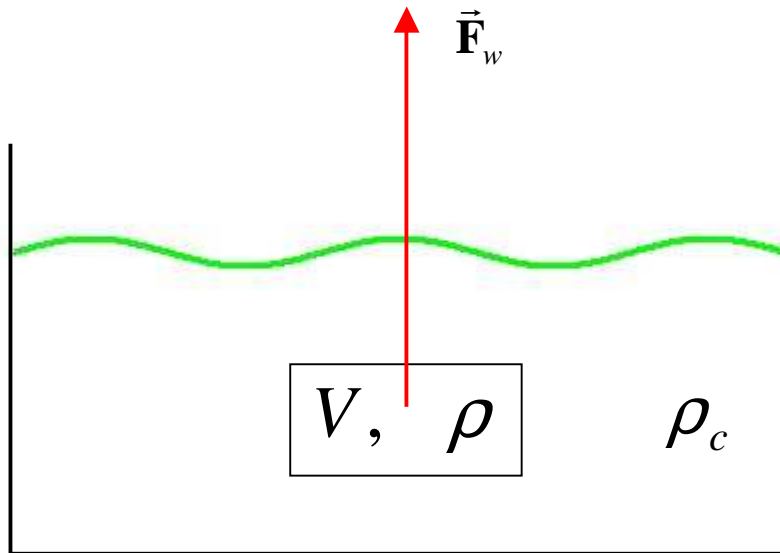
Mechanika płynów

Hydrostatyka

Hydrodynamika

Prawo Archimedesesa:

Na każde ciało zanurzone w cieczy działa siła wyporu, skierowana ku górze, równa co do wielkości ciężarowi cieczy wypartej przez to ciało.



$$F_w = \rho_c V g$$

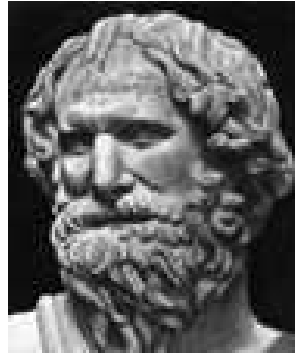
Warunek pływania ciał:

$$F_w \geq mg$$

$$\rho_c V g \geq \rho V g$$

$$\rho_c \geq \rho$$

Zastosowanie: łodzie, statki, balony.



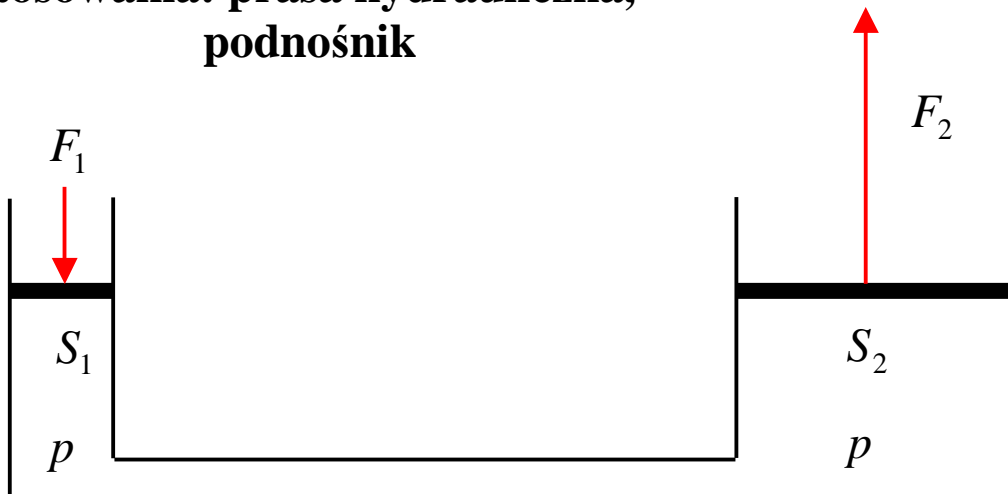
Archimedes (287-212 p.n.e)

Jego prawo pozwala zmierzyć gęstość ciała przez dwukrotne zważenie, np. w powietrzu i w wodzie (korona Herona).

Prawo Pascala:

Ciśnienie wywarte na ciecz rozchodzi się równomiernie we wszystkich kierunkach.

Zastosowania: prasa hydrauliczna,
podnośnik



$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

$$F_2 = \frac{S_2}{S_1} F_1$$

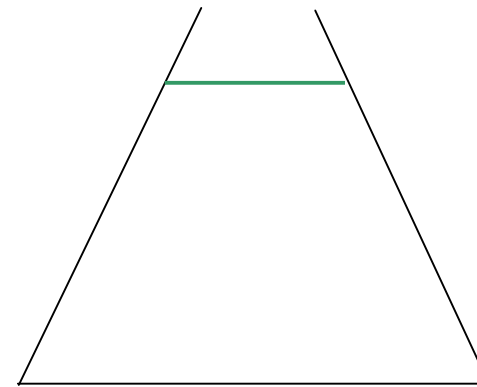
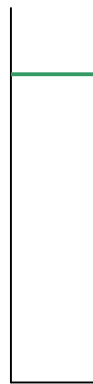
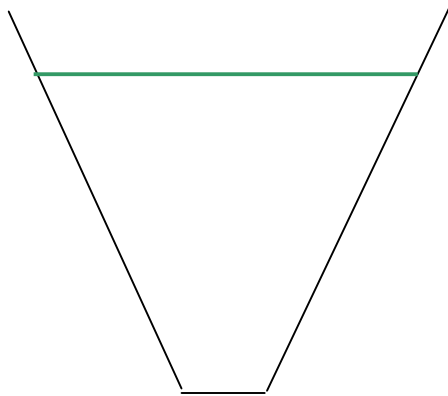


Blaise Pascal (1623-1662)

Ciśnienie hydrostatyczne

$$p = \rho g h$$

Paradoks hydrostatyczny



Ciśnienie na dnie naczynia nie zależy od kształtu tego naczynia, lecz od wysokości słupa ciecży.

Hydrodynamika

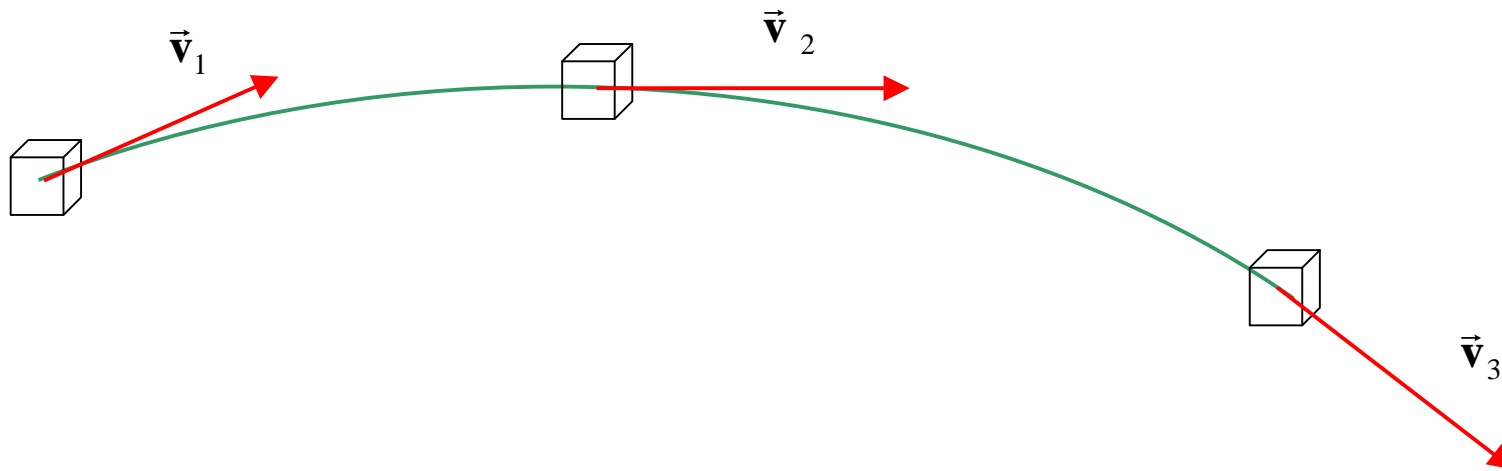
Ruch cieczy idealnej

Założenia:

- ciecż jest nieściśliwa i nielepka
- przepływ jest ustalony i bezwirowy

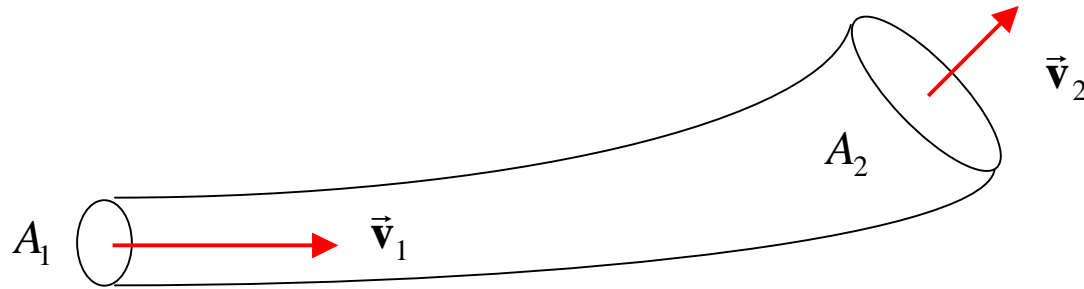
Definicje:

- cząstka płynu – myślowo wyodrębniony element objętości
- linia prądu – linia, do której wektor prędkości wybranej cząstki płynu jest w każdym punkcie styczny
- struga prądu – obszar w ciecży utworzony przez pewien ciągły zbiór linii prądu



W dalszych rozważaniach będziemy wiązać prędkość z punktem w przestrzeni, a nie z konkretną cząstką płynu.

Równanie ciągłości



Przepływ masy w tym samym czasie Δt

przez A_1 : $\Delta m_1 = \rho_1 \Delta V_1 = \rho_1 v_1 \Delta t A_1$

przez A_2 : $\Delta m_2 = \rho_2 \Delta V_2 = \rho_2 v_2 \Delta t A_2$

Prawo zachowania masy:

$$\Delta m_1 = \Delta m_2$$

stąd

$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$$

$$\boxed{\rho A v = const}$$

Strumień masy jest stały.

Jeżeli ciecź jest nieściśliwa $\rho_1 = \rho_2$

to

$$\boxed{A v = const}$$

Natężenie przepływu jest stałe.

Równanie Bernoulliego

wynika ze związku między pracą i energią:

$$W = \Delta E_p + \Delta E_k$$

$$W = p_1 A_1 \Delta l_1 - p_2 A_2 \Delta l_2$$

$$\Delta E_p = mgh = mgy_2 - mgy_1$$

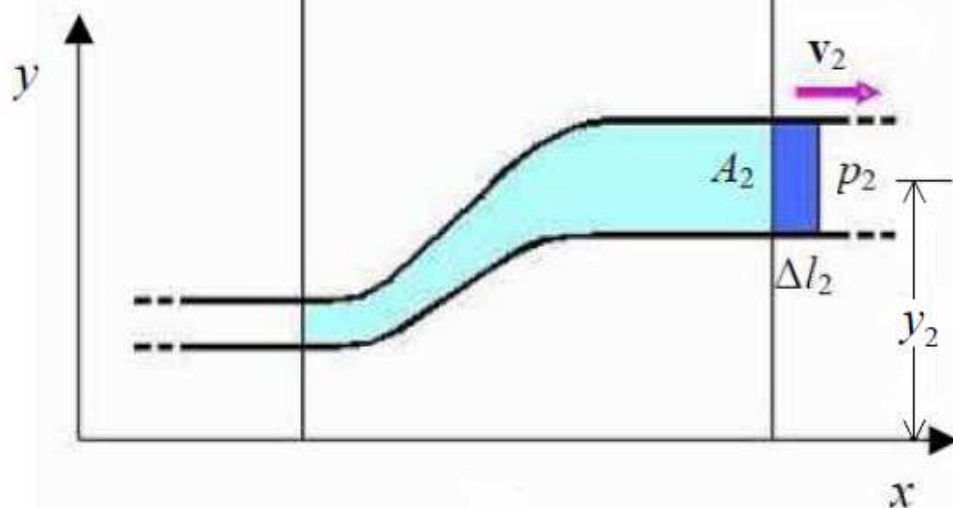
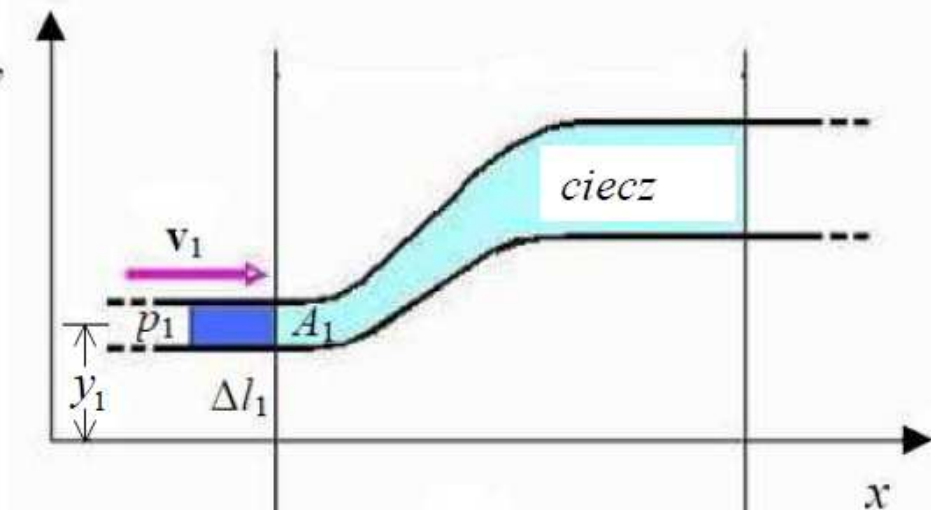
$$\Delta E_k = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

$$p_1 A_1 \Delta l_1 - p_2 A_2 \Delta l_2 = mgy_2 - mgy_1 + \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

$$p_1 \Delta V - p_2 \Delta V = \rho \Delta V g y_2 - \rho \Delta V g y_1 + \frac{\rho \Delta V v_2^2}{2} - \frac{\rho \Delta V v_1^2}{2}$$

$$p_1 - p_2 = \rho g y_2 - \rho g y_1 + \frac{\rho v_2^2}{2} - \frac{\rho v_1^2}{2}$$

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g y_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$$



$$p + \rho g y + \frac{\rho v^2}{2} = const$$

definicje:

$p + \rho gy$ - ciśnienie statyczne

$\frac{\rho v^2}{2}$ - ciśnienie dynamiczne

Słowne sformułowanie prawa Bernoulliego:

suma ciśnienia statycznego i dynamicznego jest wielkością stałą.

Zastosowania:

- 1. pomiar prędkości cieczy i gazów w rurach**
- 2. siła nośna skrzydła samolotu**
- 3. rozpylacze aerozoli**



**Daniel Bernoulli
(1700-1782)**

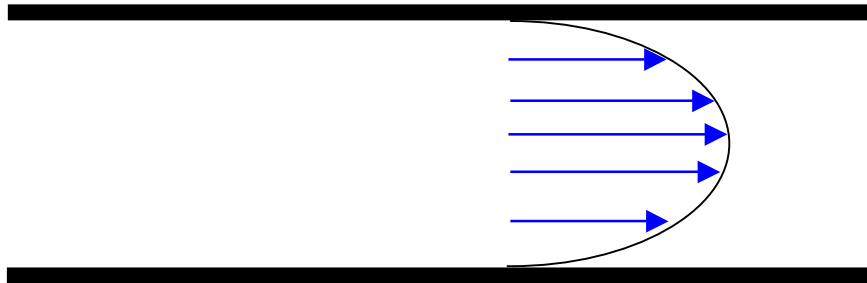
Ruch cieczy lepkiej

W rzeczywistej cieczy istnieją oddziaływania międzycząsteczkowe.

Ciecz oddziałuje ze ściankami rury i z przedmiotami w niej zanurzonymi.

Warstwy cieczy oddziałują ze sobą.

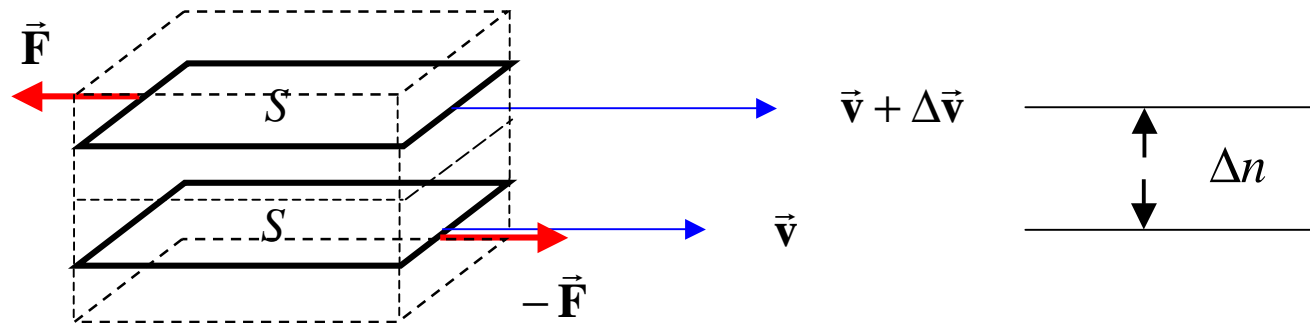
Przepływ cieczy przez rurę:



niebieskie strzałki – wektory prędkości

na styku ze ścianką rury $\vec{v} = \vec{0}$

Prawo Newtona dla lepkości



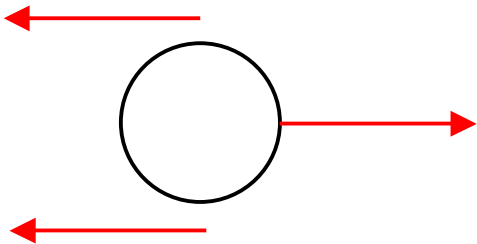
$$\frac{F}{S} = \eta \frac{\Delta v}{\Delta n}, \text{ a w granicy } \frac{F}{S} = \eta \frac{dv}{dn}$$

η - współczynnik lepkości dynamicznej

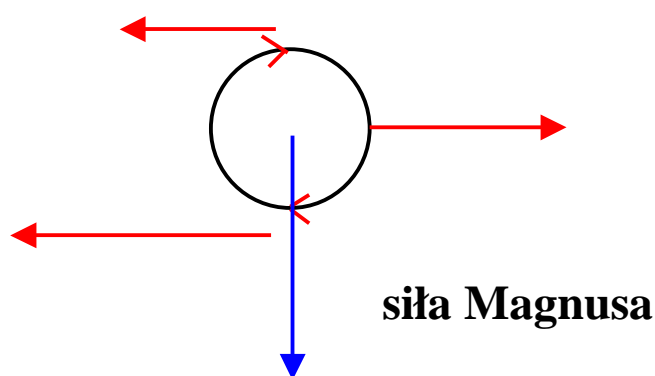
Przykład na zastosowanie równania Bernoulliego do płynu wykazującego lepkość:

strzelanie bramek z kornera lub obok muru (efekt Magnusa).

Lot piłki bez rotacji:



lot piłki z nadaną rotacją – wskutek lepkości powierzchnia piłki porywa cząsteczki powietrza, dlatego prędkość powietrza względem piłki po obu stronach nie jest taka sama:



$|v|$ mniejsze, p_{dyn} mniejsze, p_{stat} większe

$|v|$ większe, p_{dyn} większe, p_{stat} mniejsze

