

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

1) $A(1,1)=L*U$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \\ & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ & 1 \end{bmatrix}$$

2) $A(1,2)=(L*U)^{-1}*A(1,2)$

2a) $B<=L^{-1}*A(1,2)$

Solve $L*B=A(1,2)$ for B

Solve

$$\begin{bmatrix} 1 & \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

we get B

$$\begin{bmatrix} 1 & \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

2b) $R<=U^{-1}*B$

Solve $U*R=B$ for U

Solve

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$$

we get R

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ -1 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$$

$$3) \mathbf{b(1) = (L*U)^{-1} * b(1)}$$

$$3a) \mathbf{L^{-1} * b = e}$$

Solve $L * e = b$ for e

Solve

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ 2 & 1 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

we get e

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ 2 & 1 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ -7 \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$3b) \mathbf{d < -U^{-1} * e}$$

Solve $U * d = e$ for d

Solve

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -7 \end{bmatrix}$$

we get e

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 \\ -7 \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -7 \end{bmatrix}$$

The matrix looks now like this:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ -1 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$4) A(2,1) = A(2,1) - A(2,1) * A(1,1)$$

Since $A(1,1) = I$ we get $A(2,1) = 0$

$$4) A(2,2) = A(2,2) - A(2,1) * A(1,2)$$

4a) multiply $A(2,1) * A(1,2)$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ -1 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 29 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

4a) subtract

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 29 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -27 \\ 3 & -7 \end{bmatrix}$$

$$5) b(2) = b(2) - A(2,1) * b(1)$$

5a) multiply $A(2,1) * b(1)$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 8 \end{bmatrix}$$

5b) subtract

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 40 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 43 \\ -4 \end{bmatrix}$$

We end up with the system

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ -1 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & -27 \\ 3 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 43 \\ -4 \end{bmatrix}$$