Akademia Górniczo-Hutnicza im. St. Staszica w Krakowie
Wydział Matematyki Stosowanej
Kierunek: Matematyka
Semestr letni 2015/2016

Wstęp do Rachunku Prawdopodobieństwa
– REVIEW –
AGH AMA-1-402-s

Podane poniżej zadania są prostymi zadaniami z Analizy Matematycznej. Ich wybór nie jest przypadkowy, na podane przykłady będziemy powoływać się już niedługo na zajęciach.
Rozwiązania zadań należy zapisać na białych kartkach formatu A4.
Termin oddania rozwiązań **10.03.2016**. Powodzenia przy rozwiązywaniu zadań!

1. Oblicz granice:
   (a) $\lim_{x\to 0} xe^{-x}$,
   (b) $\lim_{x\to\infty} xe^{-x}$.
2. Oblicz pochodne następujących funkcji zmiennej x:
   (a) $f_1(x) = e^x$,
   (b) $f_2(x) = e^{-x}$,
   (c) $f_3(x) = e^{-x^2}$.
3. Oblicz:
   (a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!}$,
   (b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!}$,
   (c) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$,
   (d) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$,
   (e) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{(k+1)!} e^{-\lambda}$,
   (f) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^{k+1}}{k!} e^{-\lambda}$,
   (g) $\sum_{k=-1}^{\infty} \frac{\lambda^{k+1}}{(k+1)!} e^{-\lambda}$,
   (h) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-(\lambda+1)}$,
   (i) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\frac{\lambda}{2}}$,
   (j) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^k}{k!} e^{-\frac{\lambda}{2}}$,
   (k) $\sum_{k=0}^{\infty} k\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$,
   (l) $\sum_{k=0}^{\infty} k(k-1)\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$,
   (m) $\sum_{k=0}^{\infty} k^2\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$.
4. Dla $p \in (0,1)$ i ustalonego naturalnego $n > 0$ oblicz:
   (a) $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$,
   (b) $\sum_{k=0}^{n} k\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$,
   (c) $\sum_{k=0}^{n} k^2\binom{n}{k} \left(\frac{p}{2}\right)^k \left(1-\frac{p}{2}\right)^{n-k}$.
5. Dla $\lambda > 0$ oblicz:
   (a) $\int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$,
   (b) $\int_0^{\infty} \lambda e^{-2\lambda x}\,\mathrm{d}x$,

(c) $\int_0^\infty 2\lambda e^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$,
(d) $\int_0^\infty x\lambda e^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$,
(e) $\int_0^\infty x^2\lambda e^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$,
(f) $\int_0^\infty x^3\lambda e^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$.

6. Wiedząc, że $\int_{-\infty}^\infty e^{-x^2}\,\mathrm{d}x = \sqrt{\pi}$ (jak to obliczamy?), dla dowolnego $\mu \in \mathbb{R}$ i $\sigma > 0$ oblicz:
   (a) $\int_0^\infty e^{-x^2}\,\mathrm{d}x$,
   (b) $\int_{-\infty}^\infty e^{-\frac{x^2}{\sigma^2}}\,\mathrm{d}x$,
   (c) $\int_{-\infty}^\infty e^{-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}\,\mathrm{d}x$,
   (d) $\int_{-\infty}^\infty e^{-\frac{x^2-2x\mu}{\sigma^2}}\,\mathrm{d}x$,
   (e) $\int_{-\infty}^\infty e^{-\frac{x^2-5x}{\sigma^2}}\,\mathrm{d}x$,
   (f) $\int_{-\infty}^\infty e^{-\frac{x^2-x\mu}{\sigma^2}}\,\mathrm{d}x$,
   (g) $\int_{-\infty}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}\,\mathrm{d}x$,
   (h) $\int_{-\infty}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-8)^2}{\sigma^2}}\,\mathrm{d}x$,
   (i) $\int_{-\infty}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\mathrm{d}x$,
   (j) $\int_{-\infty}^\infty x e^{-x^2}\,\mathrm{d}x$,
   (k) $\int_{-\infty}^\infty \frac{x}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}\,\mathrm{d}x$,
   (l) $\int_{-\infty}^\infty \frac{x}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-8)^2}{2\sigma^2}}\,\mathrm{d}x$,
   (m) $\int_{-\infty}^\infty \frac{x^2}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2}\,\mathrm{d}x$,
   (n) $\int_{-\infty}^\infty \frac{x^2}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\mathrm{d}x$,
   (o) $\int_{-\infty}^\infty \frac{x^3}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\mathrm{d}x$,
   (p) $\int_{-\infty}^\infty \frac{x^4}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\mathrm{d}x$.