

**Matematyka III**  
**- WEEK 2 -**  
**AGH BIS-2-101-OZ-s**

## Zadania z kombinatoryki

1. Student zna odpowiedź na 15 spośród 25 pytań obowiązujących na egzaminie. Podczas egzaminu student losuje kartkę z trzema pytaniami. Egzamin uważa się za zdany, jeżeli student odpowie na co najmniej dwa pytania. Zakładając, że prowadzący egzamin przygotował wszystkie możliwe zestawy zadań określ ich liczbę. Ile jest kartek z pytaniami, które gwarantują studentowi zdanie egzaminu?
2. Na ile sposobów można podzielić zbiór dwunastoelementowy na sześć rozłącznych podzbiorów dwuelementowych?
3. Dana jest szachownica o  $n$  wierszach i  $n$  kolumnach. Na ile sposobów można wybrać  $k$  pól ( $k \leq n$ ) tej szachownicy tak, by żadne dwa nie leżały:
  - (a) w tym samym wierszu,
  - (b) w tej samej kolumnie,
  - (c) w tym samym wierszu ani tej samej kolumnie.
4. Rzucamy  $n$  różnokolorowych sześciennych kostek do gry. Ile jest możliwych wyników tego doświadczenia? W ilu wynikach tego doświadczenia otrzymamy sumę oczek równą  $6n - 1$ ?
5. Z urny zawierającej trzy kule czerwone i siedem kul zielonych wyjmujemy cztery kule. Ile jest możliwych wyników tego doświadczenia? Na ile sposobów możemy wyjąć więcej kul zielonych niż czerwonych?
6. Doświadczenie polega na  $n$ -krotnym rzucie monetą. Ile jest możliwych wyników tego doświadczenia? W ilu wynikach tego doświadczenia otrzymamy nieparzystą ilość orłów, a w ilu parzystą liczbę orłów?
7. Na ile sposobów można wybrać trzy różne (niekoniecznie różne) liczby ze zbioru  $\{1, 2, 3, \dots, 3n - 1, 3n\}$ ? Ile istnieje wyborów trzech różnych liczb z podanego zbioru, których suma jest podzielna przez trzy?
8. Z 52 kart losuję 10 kart bez zwracania. Ile jest możliwych wyników tego doświadczenia? Ile razy możemy wylosować w ten sposób (co najmniej) osiem kart tego samego koloru?
9. Osiem drużyn piłkarskich dzielimy losowo na dwie różne grupy. Na ile sposobów można dokonać tego podziału? Ile jest możliwych podziałów, w których dwie najlepsze drużyny znajdą się w tej samej grupie?
10. W miejsca  ?  wstaw takie liczby, by zdanie było prawdziwe. Z cyfr 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 można utworzyć:
  - (a)  ?  liczb czterocyfrowych, w których cyfry mogą się powtarzać,
  - (b)  ?  liczb trzycyfrowych, w których cyfra 4 może wystąpić co najwyżej dwa razy a pozostałe cyfry nie mogą się powtarzać,
  - (c)  ?  liczb ośmiocyfrowych, w których cyfra 5 występuje dwukrotnie, zaś pozostałe cyfry nie powtarzają się.