

Matematyka III
– WEEK 3 –
AGH BIS-2-101-OZ-s

Doświadczenia

1. Wyznacz zbiór zdarzeń elementarnych Ω dla następujących doświadczeń:
 - (a) Pojedynczy rzut monetą.
 - (b) Pojedynczy rzut kostką.
 - (c) Losowy wybór jednej karty z talii 52 kart.
 - (d) Dwa rzuty monetą.
 - (e) Dwa rzuty kostką.
 - (f) Losowy wybór dwóch kart z talii 52 kart.
2. Opisz doświadczenie polegające na rzucie symetryczną monetą do momentu pojawienia się reszki.
3. Doświadczenie polega na trzykrotnym rzucie kostką. Po każdym rzucie zapisujemy wyrzuconą liczbę oczek. Następnie dodajemy wyrzucone liczby oczek, by uzyskać wynik doświadczenia. Jak wygląda zbiór zdarzeń elementarnych dla tego doświadczenia? Jak liczny jest zbiór zdarzeń elementarnych?

Zdarzenia

4. Rzucamy dwiema kostkami. Niech zdarzenie A polega na tym, że suma wyników jest równa 4, a zdarzenie B na tym, że przynajmniej na jednej kostce wypadła liczba parzysta. Opisz zdarzenie $A \cap B$.
5. Z talii 52 kart losujemy jedną. Z następujących zdarzeń wybierz pary zdarzeń wykluczających się: A - wylosowano króla (król-to jedna z figur), B - wylosowano kartę o kolorze pik (kolory: karo \diamond , kier \heartsuit , pik \spadesuit , trefl \clubsuit), C - wylosowano kartę o barwie czerwonej, D - wylosowano kartę młodszą od 10.
6. Niech A i B będą dowolnymi zdarzeniami. Za pomocą A , B , A' , B' i odpowiednich działań na zbiorach zapisz następujące zdarzenia:
 - (a) zaszło co najmniej jedno ze zdarzeń A , B ,
 - (b) zaszło zarówno zdarzenie A jak i zdarzenie B ,
 - (c) zaszło zdarzenie A i nie zaszło zdarzenie B ,
 - (d) zaszło dokładnie jedno ze zdarzeń A , B , ale nie wiadomo które,
 - (e) nie zaszło ani zdarzenie A , ani zdarzenie B .
7. Niech A , B , C , będą zdarzeniami. Za pomocą działań na zbiorach wyraż następujące zdarzenia:
 - (a) zaszło dokładnie jedno ze zdarzeń A , B , C ,
 - (b) zaszły dokładnie dwa spośród zdarzeń A , B , C ,
 - (c) zaszły co najmniej dwa zdarzenia spośród zdarzeń A , B , C ,
 - (d) zaszło nie więcej niż dwa zdarzenia spośród zdarzeń A , B , C .
8. Elementy 1 połączony jest z połączonymi szeregowo elementami 2 i 3. Interesuje nas przepływ prądu przez ten fragment układu w odcinku czasu t . Niech A_i ($i = 1, 2, 3$) oznacza zdarzenie element i jest sprawny w czasie t . Za pomocą działań na zdarzeniach A_i ($i = 1, 2, 3$) opisz zdarzenie A - w odcinku czasu t przepływ prądu nie ulegnie przerwaniu.

9. Urządzenie składa się z dwóch modułów pierwszego typu i trzech modułów drugiego typu. Rozpatrujemy następujące zdarzenia A_k ($k = 1, 2$) - moduł k -ty pierwszego typu jest sprawny, oraz zdarzenie B_j ($j = 1, 2, 3$) - moduł j -ty drugiego typu jest sprawny. Przynrząd działa jeżeli sprawny jest co najmniej jeden moduł pierwszego typu i nie mniej niż dwa moduły drugiego typu. Wyraż zdarzenie C oznaczające, że urządzenie działa, w języku zdarzeń A_k i B_j .
10. Rzucamy trzy razy monetą. Zdarzenie A_i polega na tym, że otrzymujemy orła w i -tym rzucie. Określ zbiór zdarzeń elementarnych. Za pomocą zdarzeń A_i zapisz następujące zdarzenia:
- W drugim rzucie otrzymano orła,
 - Otrzymano co najmniej jednego orła,
 - Nie otrzymano orła,
 - Otrzymano dokładnie jednego orła,
 - Liczba orłów była większa od liczby reszek.

Przestrzeń probabilistyczna

11. Praca mechanika polega na zabezpieczeniu technicznej sprawności trzech maszyn M_1, M_2, M_3 w ciągu odcinka czasu. W czasie tym każda z maszyn pracuje niezawodnie albo wymaga interwencji mechanika. Niech A_j , $j = 1, 2, 3$, oznacza zdarzenie polegające na tym, że maszyna M_j wymaga interwencji mechanika.
- Określ zbiór zdarzeń elementarnych dla tego doświadczenia.
 - Które spośród zdarzeń ze zbioru zdarzeń elementarnych sprzyjają zdarzeniu $A_1, A'_1, A_2, A'_2, A_3, A'_3$?
 - Zakładając, że wszystkie zdarzenia ze zbioru zdarzeń elementarnych są jednakowo prawdopodobne zbuduj przestrzeń probabilistyczną $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ dla tego doświadczenia.
 - Znajdź prawdopodobieństwo zdarzeń A, B i C zadanych następująco: A - wszystkie trzy maszyny będą wymagały interwencji mechanika, B - dokładnie dwie maszyny będą wymagały interwencji mechanika, C - żadna z maszyn nie będzie wymagała interwencji mechanika. Jak można sformułować zdarzenia A', B' i C' ?
 - Przy założeniu, wzajemnej niezależności awarii każdych dwóch maszyn oraz przy zadanym prawdopodobieństwie $\mathbb{P}(M_1) = \mathbb{P}(M_2) = \mathbb{P}(M_3) = \frac{1}{5}$ zbuduj przestrzeń probabilistyczną $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ dla tego doświadczenia.
12. Student przygotowuje projekt zaliczeniowy ze statystyki w ciągu 5, 6 albo 7 godzin i może za niego otrzymać 0, 10 albo 20 punktów. Zakładając, że wszystkie zdarzenia ze zbioru zdarzeń elementarnych są jednakowo prawdopodobne zbuduj przestrzeń probabilistyczną $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ dla tego doświadczenia. Dla tej przestrzeni probabilistycznej określ prawdopodobieństwa następujących zdarzeń: praca zostanie wykonana w ciągu 5 godzin, praca zostanie oceniona na 10 punktów, praca wykonana w ciągu 5 godzin otrzyma 20 punktów, praca otrzyma co najmniej 10 punktów.