

**Matematyka III**  
– WEEK 9 –  
**AGH BIS-2-101-OZ-s**

## Histogram

1. Dla podanych danych oblicz średnią empiryczną, wariancję empiryczną, wariancję empiryczną poprawioną i odchylenie standardowe empiryczne. Dane podziel na klasy w celu narysowania histogramu. Oblicz te same statystyki co poprzednio dla danych pogrupowanych.
  - (a) 72.28987, 27.59563, 66.57341, 27.32132, 72.64097, 47.97685, 53.34703, 42.34713 57.00804, 87.35096, 40.14444, 55.95549, 25.68492, 89.30331, 55.54189, 57.01627 45.08521, 56.67074, 42.75172, 78.13420.
  - (b) 4, 1, 5, 3, 2, 1, 2, 6, 1, 1, 10, 5, 4, 3, 3, 2, 4, 2, 4, 2, 2, 5, 5, 3, 3, 6, 0, 8, 1, 4, 5, 1, 6, 5, 0, 4, 6, 0, 4, 4, 2, 3, 3, 4, 2, 3, 2, 3, 2.
  - (c) 3.69, 0.36, 0.65, 4.78, 1.08, 5.15, 2.05, 2.71, 3.46, 1.15, 4.37, 0.28, 4.32, 1.42, 3.31, 2.26, 1.23, 0.72, 0.31, 0.32, 2.39, 0.78, 0.42, 3.97, 0.77.

## Przedziały ufności

### Ważne momenty w zadaniach

Dokładne poznanie problemu pozwala na jego bezbłędne rozwiązanie wykorzystując poznane na wykładzie metody. Znowu liczy się czytanie ze zrozumieniem. W treściach zadań pojawiają się wskazówki, jak je rozwiązać. Mamy kilka kluczowych informacji, które mogą być zawarte w zadaniach. Pierwsza, to informacja o rozkładzie danej cechy. Często przyjmuje się, że rozkład jest normalny (nie musi być normalny standardowy). Gdy jednak tego założenia brak warto popatrzeć na licznosc próby - ilość danych. Następnie należy określić dla jakiego parametru mamy stworzyć przedział ufności - czy to będzie średnia, wariancja, a może odchylenie standardowe. Dla przedziałów ufności dla średniej konieczne jest ustalenie, czy znamy  $\sigma^2$  – wariancję (ewentualnie odchylenie standardowe) z populacji czy  $s^2$  – wariancję z próby. Różnica jest kolosalna. Wariancję z próby, jeżeli dysponujemy danymi, możemy po prostu obliczyć. Wariancję z populacji powinniśmy znać z innego źródła. A, i nie można zapomnieć oczywiście o zadanym w zadaniu poziomie ufności  $1 - \alpha$ , bo bez niego ani rusz. Warto również dokładnie przestudiować następujące oznaczenia:

$$\begin{array}{ll} \text{średnia empiryczna} & \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \\ \text{wariancja empiryczna} & s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \\ \text{wariancja empiryczna poprawiona} & \hat{s}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \end{array}$$

Uwaga: Gdy rozważamy dane pogrupowane nieco inaczej liczymy dla nich  $\bar{x}$ ,  $s^2$  i  $\hat{s}^2$ , jak można zobaczyć w wykładzie 5.

### Przedziały ufności - zadania

2. Dokonano pomiaru długości **200** złowionych w pewnym rejonie Bałtyku makreli. W wyniku doświadczenia otrzymano  $\bar{x} = 35\text{cm}$ . Wiadomo, że odchylenie standardowe z **populacji** wynosi 10cm.
  - (a) Wyznacz przedział ufności o **poziomie ufności 95%** dla **średniej długości** makreli z tego regionu Bałtyku.
  - (b) Zakładając, że długość makreli ma **rozkład normalny** wyznacz **90%** przedział ufności dla **wariancji**.

3. Grupę 2500 osób zapytano o ich miesięczne wydatki na paliwo. Okazało się, że przeciętnie wydają oni 250 PLN. Wiadomo, że odchylenie standardowe z populacji wynosi 80 PLN. Wyznacz 95% (90%, 99%) przedział ufności dla przeciętnej miesięcznej kwoty wydawanej na paliwo.
4. Przeprowadzono 25 pomiarów wytrzymałości szkła hartowanego na zgniatania w wyniku których otrzymano następujące wyniki: 227, 196, 169, 232, 170, 180, 178, 207, 175, 215, 173, 173, 225, 224, 214, 210, 206, 205, 186, 216, 196, 177, 169, 213, 225. Wiadomo, że rozkład wytrzymałości jest normalny.
  - (a) Wyznacz 95% przedział ufności dla średniej wytrzymałości szkła hartowanego na zgniatanie.
  - (b) Wyznacz 95% przedział ufności dla wariancji oraz odchylenia standardowego wytrzymałości szkła hartowanego na zgniatanie.
5. 65 osobowej grupie studentów zmierzono czas rozwiązywania pewnego zadania z rachunku prawdopodobieństwa. Okazało się, że  $\bar{x} = 900s$ ,  $s = 450s$ . Badany czas ma rozkład normalny.
  - (a) Wyznacz 95% realizację przedziału ufności dla średniego czasu rozwiązania rozważanego zadania z rachunku prawdopodobieństwa.
  - (b) Wyznacz 95% przedział ufności dla wariancji oraz odchylenia standardowego czasu rozwiązywania rozważanego zadania z rachunku prawdopodobieństwa.
6. Pewien sprzedawca pieczywa chce oszacować przeciętną wartość rachunku u niego w sklepie. Na podstawie 50 losowo wybranych paragonów stwierdził, że  $\bar{x} = 8$  PLN, przy  $s = 4$  PLN. Wyznacz 95% przedział ufności dla przeciętnej wysokości rachunku w tym sklepie.
7. Z populacji pszczół pewnej rasy wybrano 300 osobników i zmierzono długość ich ciała w milimetrach, grupując dane w szereg rozdzielczy.

$i$						
$[a_{i-1}, a_i)$	[7, 9)	[9, 11)	[11, 13)	[13, 15)	[15, 17)	[17, 19]
$\bar{x}_i$						
$n_i$	26	15	65	150	40	14

- (a) Wyznacz 95% przedział ufności dla przeciętnej długości ciała pszczoły tej rasy.
- (b) Wiadomo, że długość ciała pszczoły tej rasy ma rozkład normalny. Wyznacz 95% przedział ufności dla odchylenia standardowego długości ciała pszczoły tej rasy.