

## Teleinformatyka, rok I

### 13 ZESTAW ZADAŃ Z ANALIZY

**Zadanie 1.** Znajdź pierwsze pochodne funkcji uwikłanych  $y = y(x)$  określonych równaniami:

- (1)  $y^3 - 4xy + x^2 = 0$ ,
- (2)  $5x^2y^4 - 4y^2 + x^2 \sin y - 10 = 0$ ,
- (3)  $a^y - x^2 = 0$ , gdzie  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,
- (4)  $x^3y - xy^3 = a^4$ , gdzie  $a \in \mathbb{R}$ ,
- (5)  $xe^y + ye^x - e^{xy} = 0$ .

**Zadanie 2.** Znajdź drugie pochodne funkcji uwikłanych  $y = y(x)$  określonych równaniami:

- (1)  $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ ,
- (2)  $e^{2x-3y} - 10 = 0$ ,
- (3)  $x - y + \ln y = 0$ .

**Zadanie 3.** Znajdź  $y''(0)$  wiedząc, że  $y = y(x)$  jest funkcją uwikłaną zadaną równaniem  $x^2 - xy + 2y^2 + x - y - 1 = 0$  i taką, że  $y(0) = 1$ .

**Zadanie 4.** Niech  $y = y(x)$  będzie funkcją uwikłaną zadaną równaniem  $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 2 = 0$ . Wiedząc, że  $y(1) = 1$  wyznacz  $y^{(3)}(1)$ .

**Zadanie 5.** Znajdź współczynnik kierunkowy stycznej do krzywej  $x^2 + y^2 = 10y$  w punkcie jej przecięcia z prostą  $x = 2$ .

**Zadanie 6.** Wyznacz punkty przestrzeni, przez które przechodzi gałąź jednoznaczna funkcji uwikłanej  $z = z(x, y)$  określonej równaniem:

$$x^2z + yz^2 + 1 = 0,$$

oraz wyznacz w tych punktach pochodne cząstkowe funkcji  $z$  rzędu pierwszego i drugiego.

**Zadanie 7.** Niech funkcja uwikłana  $z = z(x, y)$  będzie określona równaniem:

$$2 \sin(x + 2y - 3z) = x + 2y - 3z.$$

Wykaż, że  $z'_x + z'_y = 1$ .