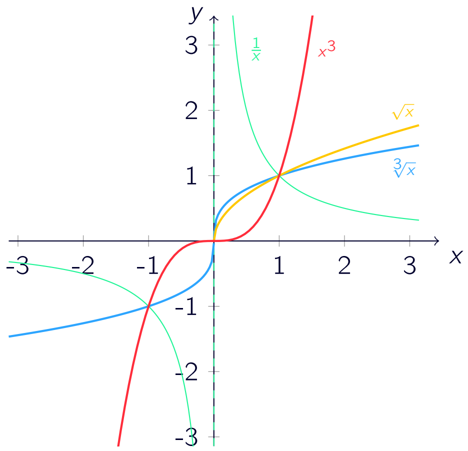
POCHODNE

NIEZBĘDNIK

STAŁA I FUNKCJA POTĘGOWA

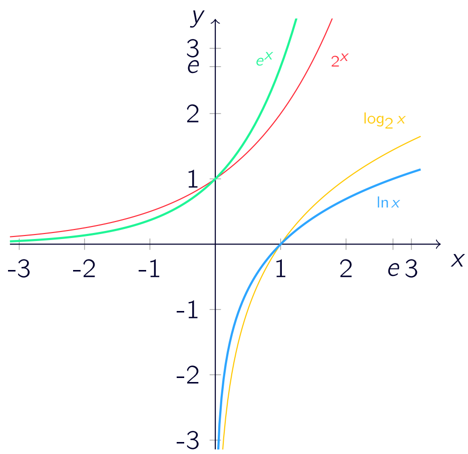
c		$x \in \mathbb{R},\ c \in \mathbb{R}$	$(c)' = 0$
1		$x \in \mathbb{R}$	$(1)' = 0$
x		$x \in \mathbb{R}$	$(x)' = 1$
x^2		$x \in \mathbb{R}$	$\left(x^2\right)' = 2x$
x^3	■	$x \in \mathbb{R}$	$\left(x^3\right)' = 3x^2$
x^k	||||	$x \in \square^*,\ k \in \mathbb{R}$	$\left(x^k\right)' = kx^{k-1}$
$\frac{1}{x} = x^{-1}$	■	$x \neq 0$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = \left(x^{-1}\right)' = (-1)x^{[-1-1]} = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$
$\frac{1}{x^2} = x^{-2}$		$x \neq 0$	$\left(\frac{1}{x^2}\right)' = \left(x^{-2}\right)' = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$
$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$	■	$x \geq 0$	$\left(\sqrt{x}\right)' = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2}x^{\left[\frac{1}{2}-1\right]} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$	■	$x \in \mathbb{R}$	$\left(\sqrt[3]{x}\right)' = \left(x^{\frac{1}{3}}\right)' = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$
$\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} = x^{-\frac{3}{4}}$		$x > 0$	$\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}\right)' = \left(x^{-\frac{3}{4}}\right)' = -\frac{3}{4}x^{-\frac{7}{4}} = -\frac{3}{4\sqrt[4]{x^7}}$



*Uwaga: Przy określaniu dziedziny funkcji x^k mamy pusty kwadracik $\square$, a to dlatego, że dziedzina zależy od tego, jakie jest k, na pewno jednak nie będzie mniejsza niż $(0, \infty)$. Gdy $k \in \mathbb{N}$, to wtedy $x \in \mathbb{R}$, z kolei gdy $k \in \mathbb{Z}$ i jest ujemne, to $x \neq 0$ (bo przecież nie wolno dzielić przez zero). Przypadek $k = 0$ to ten przypadek, gdy funkcja jest funkcją stałą - stale równą jeden. Jeżeli k jest ułamkiem, to wtedy dziedzina zależy od jego licznika i mianownika (istnieją pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych).

FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMICZNA

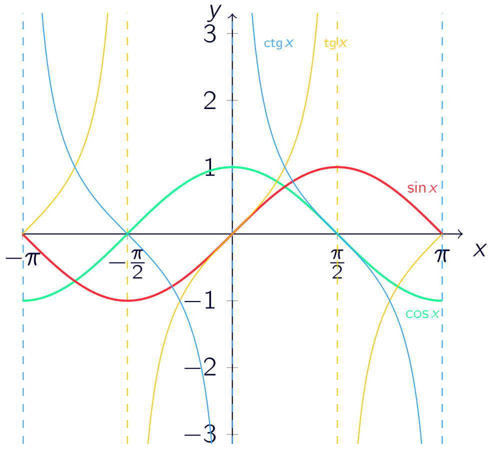
a^x	□	$x \in \mathbb{R},\ a > 0$	$\left(a^x\right)' = a^x \ln a$
e^x	■	$x \in \mathbb{R}$	$\left(e^x\right)' = e^x$
$\log_a x$	□	$x > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$	$\left(\log_a x\right)' = \frac{1}{x \ln a}$
$\ln x$	■	$x > 0$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$



POCHODNE
NIEZBĘDNIK

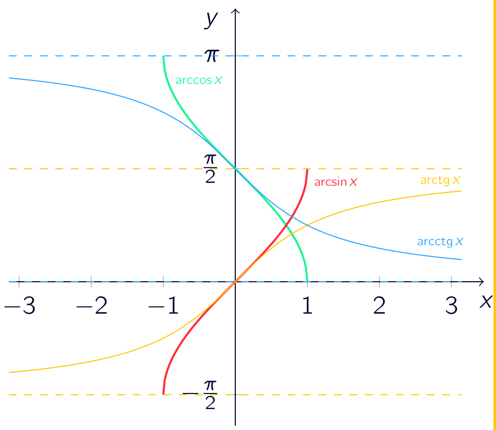
FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

$\sin x$	■	$x \in \mathbb{R}$	$(\sin x)' = \cos x$
$\cos x$	■	$x \in \mathbb{R}$	$(\cos x)' = -\sin x$
$\operatorname{tg} x$	■	$x \neq k\frac{\pi}{2} : k \in \mathbb{Z}$	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$\operatorname{ctg} x$	■	$x \neq k\pi : k \in \mathbb{Z}$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$



FUNKCJE CYKLOMETRYCZNE

$\arcsin x$	■	$x \in [-1, 1]$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	■	$x \in [-1, 1]$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{arctg} x$	■	$x \in \mathbb{R}$	$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
$\operatorname{arcctg} x$	■	$x \in \mathbb{R}$	$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$



NIE PRZEGAP SZCZEGÓŁÓW

- ☐ Przypomnij sobie własności wykorzystywane przy potęgowaniu. Często ich nieznajomość stanowi największy problem przy liczeniu pochodnych.
- ☐ Większość błędów rachunkowych bierze się ze zbyt ubogiego w nawiasy zapisu, zapewne to następstwo nadmiernego pośpiechu. Pamiętaj, że nie wystarczy nawiasu otworzyć, trzeba go również zamknąć i nie jest bez znaczenia, gdzie to zrobisz.
- ☐ Uważaj na znak wykładnika i rachunki minus jeden przy liczeniu $\left(x^k\right)' = kx^{k-1}$, szczególnie dla ujemnych k, np. dla $k = -3$ mamy w wykładniku x liczbę $k - 1 = (-3 - 1) = -4$. Pamiętaj, że w przypadku takich funkcji wykładnik x w wyniku policzenia pochodnej maleje o jeden. Jeszcze jeden przykład; liczba o jeden mniejsza od $\frac{1}{4}$ to $-\frac{3}{4}$, do obliczenia pochodnej jakiej funkcji przyda się ta uwaga?
- ☐ Funkcje $x\frac{1}{3}$ i $x^{\frac{1}{3}}$ są różne, a czasami łatwo to przeoczyć, dlatego zachowaj porządek zapisu. W zasadzie, to zawsze zachowuj porządek zapisu - będzie trudniej o błąd.
- ☐ Zauważ, że funkcją, której pochodna jest tą samą funkcją jest e^x, ale $e^{x+4} = e^4 e^x$ też.
- ☐ Dziedzina funkcji, której pochodną liczymy nie musi być tożsama z dziedziną jej pochodnej.