Akademia Górniczo-Hutnicza im. St. Staszica w Krakowie
Wydział Inżynierii Materiałowej i Informatyki
Kierunek: Informatyka Stosowana
Semestr letni 2017/2018

Statystyka i opracowanie danych
– WEEK 2 –
AGH MIS-1-203-s

Doświadczenia

1. Wyznacz zbiór zdarzeń elementarnych Ω dla następujących doświadczeń:
   (a) Pojedynczy rzut monetą.
   (b) Pojedynczy rzut kostką.
   (c) Losowy wybór jednej karty z talii 52 kart.
   (d) Dwa rzuty monetą.
   (e) Dwa rzuty kostką.
   (f) Losowy wybór dwóch kart z talii 52 kart.

2. Opisz doświadczenie polegające na rzucie symetryczna monetą do momentu pojawienia się reszki.

3. Doświadczenie polega na trzykrotnym rzucie kostką. Po każdym rzucie zapisujemy wyrzuconą liczbę oczek. Następnie dodajemy wyrzucone liczby oczek, by uzyskać wynik doświadczenia. Jak wygląda zbiór zdarzeń elementarnych dla tego doświadczenia? Jak liczny jest zbiór zdarzeń elementarnych?

Zdarzenia

4. Rzucamy dwiema kostkami. Niech zdarzenie A polega na tym, że suma wyników jest równa 4, a zdarzenie B na tym, że przynajmniej na jednej kostce wypadła liczba parzysta. Opisz zdarzenie $A \cap B$.

5. Z talii 52 kart losujemy jedną. Z następujących zdarzeń wybierz pary zdarzeń wykluczających się: A - wylosowano króla (król-to jedna z figur), B - wylosowano kartę o kolorze pik (kolory: karo $\diamondsuit$, kier $\heartsuit$, pik $\spadesuit$, treft $\clubsuit$), C - wylosowano kartę o barwie czerwonej, D - wylosowano kartę młodszą od 10.

6. Niech A i B będą dowolnymi zdarzeniami. Za pomocą A, B, A', B' i odpowiednich działań na zbiorach zapisz następujące zdarzenia:
   (a) zaszło co najmniej jedno ze zdarzeń A, B,
   (b) zaszło zarówno zdarzenie A jak i zdarzenie B,
   (c) zaszło zdarzenie A i nie zaszło zdarzenie B,
   (d) zaszło dokładnie jedno ze zdarzeń A, B, ale nie wiadomo które,
   (e) nie zaszło ani zdarzenie A, ani zdarzenie B.

7. Niech A, B, C, będą zdarzeniami. Za pomocą działań na zbiorach wyraź następujące zdarzenia:
   (a) zaszło dokładnie jedno ze zdarzeń A, B, C,
   (b) zaszły dokładnie dwa spośród zdarzeń A, B, C,
   (c) zaszły co najmniej dwa zdarzenia spośród zdarzeń A, B, C,
   (d) zaszło nie więcej niż dwa zdarzenia spośród zdarzeń A, B, C.

8. Urządzenie składa się z dwóch modułów pierwszego typu i trzech modułów drugiego typu. Rozpatrujemy następujące zdarzenia A_k $(k = 1, 2)$ - moduł k-ty pierwszego typu jest sprawny, oraz zdarzenie B_j $(j = 1, 2, 3)$ - moduł j-ty drugiego typu jest sprawny. Przyrząd działa jeżeli sprawny jest co najmniej jeden moduł pierwszego typu i nie mniej niż dwa moduły drugiego typu. Wyraź zdarzenie C oznaczające, że urządzenie działa, w języku zdarzeń A_k i B_j.

9. Rzucamy trzy razy monetą. Zdarzenie A_i polega na tym, że otrzymujemy orła w i-tym rzucie. Określ zbiór zdarzeń elementarnych. Za pomocą zdarzeń A_i zapisz następujące zdarzenia:

(a) W drugim rzucie otrzymano orła,
(b) Otrzymano co najmniej jednego orła,
(c) Nie otrzymano orła,
(d) Otrzymano dokładnie jednego orła,
(e) Liczba orłów była większa od liczby reszek.

Własności prawdopodobieństwa

10. Dane są: $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ i $P(A \cap B) = \frac{1}{2}$, ponadto wiadomo, że $P(A \setminus B) = P(B \setminus A)$. Oblicz $P(A)$ oraz $P(A \setminus B)$.

11. Dane są: $P(A' \cap B') = \frac{1}{3}$, $P(A') = \frac{5}{9}$, ponadto $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$. Oblicz $P(B)$ oraz $P(A' \cup B)$.

12. Dane są: $P(A) = \frac{1}{8}$, $P(B) = \frac{7}{8}$, ponadto $A \cap B = \emptyset$. Oblicz $P(A \cup B)$, $P(A \cup B')$, $P(A' \cup B)$.

13. Ze zbioru liczb $\{1, 2, \ldots, 99\}$ losujemy jedną. Znajdź prawdopodobieństwo, że będzie ona podzielna przez dwa lub przez pięć.

14. Niech $P(A) = x$ i $P(B) = x^2$. Wiadomo, że oba zdarzenia się wykluczają, ale jedno z nich musi zajść. Oblicz x.

15. Maria i Jan chodzą na wykład z Matematyki III. Maria chodzi na co drugi wykład. Jan opuszcza 10% wykładów, natomiast na 45% obecni są obydwoje. Oblicz prawdopodobieństwo, że:
    (a) choć jedno z nich jest na wykładzie,
    (b) dokładnie jedno z nich jest na wykładzie,
    (c) żadne z nich nie jest obecne na wykładzie.

16. Dwóch studentów chodzi niezbyt regularnie na wykłady. Jeden opuszcza 40% zajęć, a drugi chodzi na 70%. Jednocześnie są na 40% wykładów. Oblicz prawdopodobieństwo, że na wykładzie:
    (a) jest dokładnie jeden z nich,
    (b) nie ma żadnego z nich.

Prawdopodobieństwo geometryczne

17. Wybieramy losowo punkt z odcinka $[0, 1]$. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia A, polegającego na tym, że odległość losowo wybranego punktu od środka odcinka jest mniejsza niż $\frac{1}{4}$?

18. Z kwadratu jednostkowego wybrano losowo punkt o współrzędnych (x, y). Wyznacz:
    (a) $P(\min(x, y) < a)$,
    (b) $P(\max(x, y) \leqslant a)$,
    (c) $P(|x - y| < a)$,
    (d) $P(\frac{1}{2}(x + y) \geqslant a)$.

19. Romeo i Julia umówili się na spotkanie pomiędzy godziną 20, a 21 na Rynku Głównym w Krakowie (pod głową). Oblicz prawdopodobieństwo spotkania się Romea i Julii jeśli wiadomo, że ze względów bezpieczeństwa czekają na siebie tylko dziesięć minut.