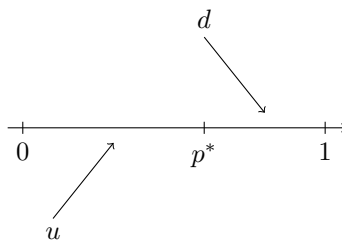


**Modelowanie i symulacje w finansach**  
– WEEK 8 –  
**AGH AMA-2-303-MF-s**

## Generowanie losowej trajektorii ceny

Korzystając z  $u$ ,  $d$  oraz  $p^*$  z metody Coxa-Rossa-Rubinsteina generować będziemy losową trajektorię ceny instrumentu bazowego. W tym celu wygenerujemy liczbę pseudolosową  $x$  z przedziału  $[0, 1]$ . Jeżeli  $x \in [0, p^*]$  wtedy przyjmować będziemy, że w rozważanym kroku zrealizował się scenariusz  $u$ , w przeciwnym wypadku scenariusz przyjmujemy, że w tym kroku zrealizował się scenariusz  $d$ .



Rysunek 1: Wybór scenariusz zmiany ceny spośród  $u$  i  $d$  w pojedynczym kroku.

W celu uzyskania trajektorii ceny instrumentu bazowego losowanie (a co za tym idzie jednoczesny wybór scenariusza w pojedynczym kroku) powtarzamy  $N$  razy, czyli tyle ilu krokowy model rozważamy.

## Metoda Monte Carlo wyceny opcji

Wybierz liczbę symulacji  $L$ , powinna być odpowiednio duża. Następnie powtórz  $L$  razy następujące czynności (opisano  $k$ -tą symulację):

- korzystając ze sposobu przedstawionego powyżej wygeneruj ( $k$ -tą) trajektorię ceny instrumentu bazowego  $\hat{S}^k(\Delta t), \dots, \hat{S}^k(N\Delta t) = \hat{S}^k(T)$  (przy zadanej liczbie kroków  $N$ , zobacz też poniższą *Uwagę*),
- wyznacz  $\hat{S}^k(T)$  - cenę instrumentu bazowego w chwili  $T$  wygenerowanej w  $k$ -tej symulacji, bądź to co potrzebujesz do wyceny opcji (np. w opcjach azjatyckich interesuje nas ) ,
- oblicz  $\hat{H}^k(T)$  - wypłatę z opcji przy cenie instrumentu bazowego  $\hat{S}^k(T)$ , bądź, gdy jest taka potrzeba przy znajomości całej, wygenerowanej,  $k$ -tej trajektorii instrumentu bazowego  $\hat{S}^k(\Delta t), \dots, \hat{S}^k(T)$ ,
- oblicz  $\hat{H}^k(0) = e^{-rT} \hat{H}^k(T)$  - zdyskontowaną wypłatę (dyskontowanie możemy zostawić na później).

Cenę rozważanej opcji  $H(0)$  możemy przybliżyć, korzystając ze wzoru

$$H(0) \approx \hat{H}_L(0) = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \hat{H}^k(0).$$

**Uwaga** Przy wyznaczaniu cen opcji europejskich, w przeciwieństwie do opcji  nie ma potrzeby zapamiętywania cen w kolejnych krokach, ani ciągu tworzonego przez scenariusze  $u$  oraz  $d$ . W  $N$  krokowym modelu dwumianowym wystarczy zatem znać liczbę zrealizowanych scenariuszy  $u$ . Liczba zrealizowanych scenariuszy  $d$  będzie wtedy równa . Stąd realizacje cen instrumentu bazowego w chwili  $T$  możemy przedstawić jako

$$\hat{S}^k(T) = S(0)u^{\square}d^{\square},$$

przy czym  $\hat{j}_k$  oznacza liczbę zrealizowanych scenariuszy  $u$  w  $k$ -tej symulacji.

## Zadania

1. Napisz funkcję `rozkl_jedn` o dwóch parametrach  $a$  oraz  $b$ , która będzie zwracała liczbę pseudolosową z przedziału  $[a, b]$ . Domyślnie niech  $a = 0$ , natomiast  $b = 1$ . Za co odpowiedzialne jest polecenie `Randomize`?
2. W VBA napisz funkcję `up_CRR_MC`, która będzie zwracała liczbę ruchów  $u$  w losowo wygenerowanej trajektorii (patrz Tabela 1,  $u$ ,  $d$  oraz  $p^*$  przyjmij takie jak w modelu CRR). Liczbę argumentów tej funkcji ogranicz do minimum.

	A	B	C	D	E	F	G
1	$S(0)$						
2	$r$						
3	$\sigma$				$Cena$		
4	$T$						
5	$N$						
6	$\Delta t$						
7	$u$			$k$	$\widehat{S}^k(T)$	$\widehat{H}^k(T)$	$\widehat{H}^k(0)$
8	$d$			1			
9	$L$						

Tabela 1: Plan arkusza `CRR_MC`.

3. W VBA napisz makro `tabela_CRR_MC`, które zgodnie ze schematem opisanym powyżej będzie wypełniało tabelę przedstawioną w Tabeli 1 oraz obliczało cenę opcji europejskich i wpisywało ją do wyznaczonej komórki. W makrze wykorzystaj funkcję z Zadania 2.
4. Zmodyfikuj makro `tabela_CRR_MC` by stworzyć makro `cena_CRR_MC`, tak by w wyniku jego wywołania obliczona została jedynie cena opcji (bez uzupełniania tabeli) i wpisana do wskazanej komórki. Sprawdź działanie tego makra, czy otrzymane ceny są sobie bliskie?
5. Stwórz tabelę, w której zapiszesz wyniki symulacji ilustrujące jak zmiana liczby symulacji  $L$  w algorytmie Monte Carlo wpływa na zachowanie ceny opcji. Narysuj wykres ilustrujący otrzymane wyniki i dokonaj jego analizy.
6. W VBA napisz funkcję `srednia_CRR_MC`, która obliczać będzie średnią z losowo wygenerowanej trajektorii cen instrumentu bazowego ( $u$ ,  $d$  oraz  $p^*$  przyjmij takie jak w modelu CRR), przy czym makro ma mieć jeden argument o dwóch możliwych wartościach mówiącej jaką średnią chcemy obliczyć. I tak A niech odpowiada średniej arytmetycznej, natomiast G średniej geometrycznej. Wpisanie innej wartości powinno zakończyć się wyświetleniem okna z komunikatem błędu.
7. W nowym arkuszu `AZJA_CRR_MC` przetestuj działanie stworzonego przez siebie makra `azja_CRR_MC`, które obliczać będzie cenę opcji azjatyckiej typu wybieranego przez użytkownika w spersonalizowanym oknie (użyj `UserForm`) wyboru rodzaju opcji (do wyboru: typ opcji: put i call, średnia: arytmetyczna, geometryczna). Obliczona cena ma się pojawić w tym samym oknie `UserForm` po naciśnięciu przycisku `Oblicz cenę opcji`. W arkuszu umieść przycisk wywołujący to makro.