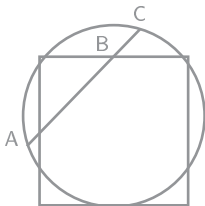


Inżynieria oprogramowania

Radosław Klimek

2015-22

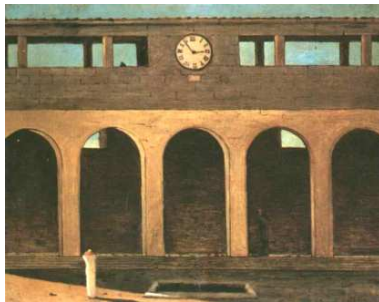


<http://home.agh.edu.pl/rklimek>

1 Harmonogramowanie i zarządzanie czasem

1 Harmonogramowanie i zarządzanie czasem

Harmonogramowanie i zarządzanie czasem



Giorgio de CHIRICO: *Tajemnica godziny*

Problem harmonogramowania

Podstawowe informacje o harmonogramowaniu i jego metodach:

- celem harmonogramowania jest znalezienie optymalnej kolejności wykonywania czynności;
- zakłada się istnienie zbioru maszyn na których wykonuje się zadania;
- na zadania i maszyny nałożone są ograniczenia, istnieją także wzajemne relacje pomiędzy nimi;
- metody sieciowe: CPM lub PERT (zastosowanie: prace naukowo-badawcze, inwestycje, produkcja i konserwacja), obie metody zostały początkowo zaprojektowane z myślą o ograniczeniach kolejnościowych, wiążących elementy przedsięwzięcia i czas ich trwania;
- metody sieciowe CPM i PERT pojawiły się pod koniec lat pięćdziesiątych;

Problem harmonogramowania (cd.)

- cel metod sieciowych (CPM, PERT) – minimalizacja całkowitego czasu potrzebnego do ukończenia całego przedsięwzięcia;
- różnica pomiędzy CPM i PERT polega na interpretacji czasu trwania każdej czynności;
- w modelach CPM wszystkie czasy są deterministyczne. W PERT relacje pomiędzy czynnościami są określone dokładnie, ale czasy trwania są obarczone pewną niepewnością o znanym jednak rozkładzie. (Model PERT określa się czasem jako model pobabilistyczny szeregowania w opozycji do modeli i algorytmów deterministycznych i dyskretnych);

Problem harmonogramowania (cd.cd.)

- w rozwiniętych postaciach tych metod uwzględnia się także koszty realizacji poszczególnych czynności;
- metody PERT/CPM pozwalają na skonstruowanie harmonogramu prac optymalizującego czas i koszty realizacji zadania, pozwalającego na bezkolizyjną współpracę wszystkich jego uczestników, wyeliminowanie przestoju i tzw. wąskich gardeł.

Zalety stosowania analizy sieciowej

Wykresy sieciowe zdobyły sobie dużą popularność dzięki swym zaletom:

- możliwość skrócenia czasu realizacji całego przedsięwzięcia bez dodatkowych nakładów i zmian organizacyjnych;
- możliwość racjonalnego wykorzystania rezerw czasowych;
- możliwość koncentracji uwagi na czynnościach limitujących całe przedsięwzięcie (ścieżka krytyczna);
- podstawa do kontroli przebiegu prac w każdym momencie ich prowadzenia.

Rodzaje sieci

Ze względu na strukturę logiczną wyróżnia się dwa rodzaje sieci:

- 1 sieci o **zdeteminowanej strukturze logicznej** DAN (ang. Deterministic Analysis Network),
- 2 sieci o **stochastycznej strukturze logicznej** (lub **uogólnionej strukturze logicznej**) GAN (ang. Generalized Analysis Network).

W dalszej części rozważać będziemy sieci DAN.

Sieci GAN mają niezdeteminowaną strukturę logiczną. Sieci GAN powstają na gruncie uogólnionych czynności i dają możliwość wielowariantowego ustalania zależności między zdarzeniami oraz twórczego dobierania w toku realizacji przedsięwzięcia innych dróg postępowania niż pierwotnie ustalono.

Rodzaje sieci (cd.)

Dwa podstawowe rodzaje reprezentowania projektu przez sieć (różnica ze względu na sposób reprezentowania czynności):

- 1 **czynność w węźle AN** (ang. activity-on-node), lub inaczej **sieć czynności** – czynności w węzłach, natomiast z łukami związane są ograniczenia kolejnościowe, (digraf: węzły – czynności, łuki – relacje kolejnościowe);
- 2 **czynność na łuku AA** (ang. activity-on-arc), lub inaczej **sieć zdarzeń** – czynności przypisane łukom, a węzły związane są ze zdarzeniami (odpowiadają momentom czasowym w których rozpoczynają się i kończą czynności).

W dalszej części rozważać będziemy sieci zdarzeń.

W zasadzie w sieci zdarzeń jest jakby „nielogicznym” fakt budowania w węzłach właśnie zdarzenia – jednak ta metoda jest w praktyce popularniejsza.

PERT/CPM – trochę historii

Metoda PERT

Metoda PERT (ang. **Program Evaluation and Review Technique**) została opracowana dla potrzeb marynarki wojennej Stanów Zjednoczonych w 1956-57 podczas realizacji projektów budowy atomowych okrętów podwodnych i pocisków kierowanych klasy Polaris i Minuteman. Pozwoliła ona na sprawną koordynację działań 3000 wykonawców, dzięki czemu udało się znacznie przyspieszyć zakończenie prac w porównaniu z czasem planowanym, tj. z 7 do 5 lat. Celem techniki jest zidentyfikowanie elementów procesu i wyznaczenie odcinków czasu, które mają największy wpływ na realizację projektu.

PERT/CPM – trochę historii (cd.)

Metoda CPM

Niemal jednocześnie z PERT opracowano metodę CPM (ang. **Critical Path Method**), której celem jest wybranie spośród elementów procesu ścieżki krytycznej. W latach pięćdziesiątych metodę stosowała z powodzeniem firma Du Pont inc.

Podstawą opracowania obu metod była teoria grafów.

Przedsięwzięcie i zdarzenie

Definicja

Przedsięwzięcie – zorganizowane ludzkie działanie zmierzające do osiągnięcia określonego celu, które jest zawarte w skończonym przedziale czasu, z wyróżnionym początkiem i końcem, oraz zrealizowane przez skończoną liczbę osób, środków technicznych, energii, materiałów, środków finansowych i informacji. ┘

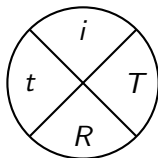
Przedsięwzięcie i zdarzenie (cd.)

Definicja

Zdarzenie – moment rozpoczęcia bądź zakończenia jednej lub kilku czynności (stan zaawansowania prac). Zdarzeniom przyporządkowuje się (zazwyczaj) numery $i = 1, \dots, n$, a dla każdego z nich wyznacza się:

- t – najwcześniejszy możliwy moment zaistnienia zdarzenia;
- T – najpóźniejszy dopuszczalny moment zaistnienia zdarzenia;
- R – zapas czasu (lub rezerwa czasu, luz czasowy), tzw. free slack.

Zdarzenie



(Górna ćwiartka – numer zdarzenia i).

Czynność, czynność pozorną

Definicja

Czynność to dowolnie wyodrębniona część przedsięwzięcia charakteryzującą się czasem trwania i zużywaniem środków. Czynnościom przyporządkowuje się parę wskaźników $i - j$, gdzie i jest numerem zdarzenia, w którym czynność się rozpoczyna, a j numerem zdarzenia, w którym czynność się kończy ($i < j$).


Dla oznaczenia czynności będziemy używać strzałek. Kierunek strzałki wskazuje kierunek przebiegu czynności w czasie.




Dla każdej czynności w sieci wyznacza się zapas czasu.

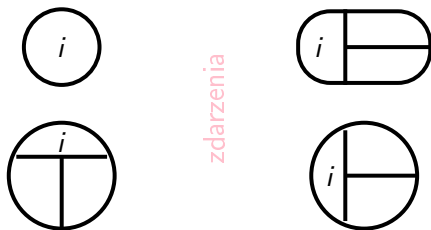
Czynność, czynność pozorną (cd.)

Definicja

Czynność pozorną jest szczególnym typem czynności, dla której charakterystyczne jest to, że nie zużywa ani czasu ani środków – czas jej trwania wynosi zero. Służy jedynie do przedstawienia zależności między czynnościami. 

Dla oznaczenia czynności pozornej będziemy używać strzałek przerywanych. 

Notacje alternatywne – zdarzenia



Zdarzenie może być związane z różnymi sposobami notacyjnymi.

Notacje alternatywne – czynności

ES	d	EF
kod	nazwa zad.	
LS	l	LF

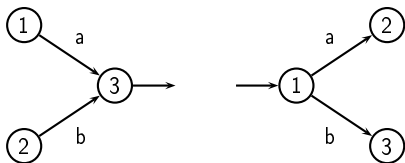
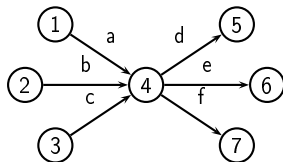
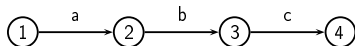
czynności

ES	d	EF
nazwa zadania		
LS	l	LF

ES – najwcześniejszy start, EF – najwcześniejsze zakończenie, LS – najpóźniejszy start, LF – najpóźniejsze zakończenie, d – czas trwania zadania, l – czas tracony (luz), kod – kod zadania.

Graficzne postacie czynności są przez niektórych preferowane, w szczególności tych, którzy uważają, że modelowanie czynności za pomocą jedynie przepływów (strzałek) jest niewystarczające – przedstawiono oznaczenia czasowe dla tak modelowanych czynności (modelowanych jako skrzynki).

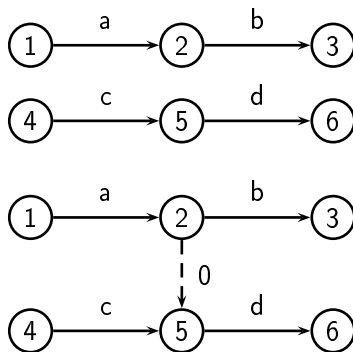
Czynności szeregowe oraz zbieżne/rozbieżne



W przypadku czynności zbieżnych zdarzenie następuje gdy wszystkie przechodzące czynności zostały wykonane.

W przypadku czynności rozbieżnych wykonywane są wszystkie czynności wychodzące ze zdarzenia.

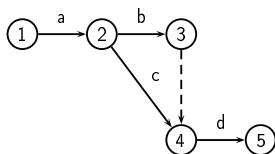
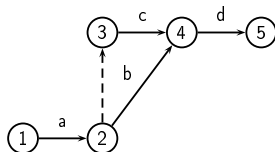
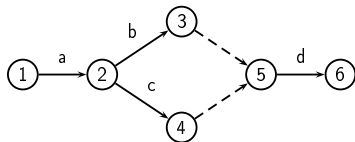
Czynności szeregowe niezależne/zależne



Mogą istnieć ciągi czynności wykonywanych niezależnie od siebie.

Czynności pozorne mogą jednak wprowadzić pewną synchronizację.
Czynności pozorne nie są związane z czasem trwania i dlatego czasem oznacza się je przez „0”.

Znaczenie synchronizacyjne czynności pozornych



W pierwszym przypadku gwarantujemy, że czynność d rozpocznie się po ukończeniu czynności b oraz c.

W drugim przypadku dzięki czynności pozornej wymusza się sytuację, że czynności b oraz c mogą się rozpocząć po zakończeniu czynności a.

W trzecim przypadku czynności b oraz c muszą się zakończyć przed rozpoczęciem d.

Na odpowiednie interpretacje należy patrzeć „szeroko”, tzn. w ostatnim przypadku czynności b oraz c nie muszą rozpocząć się równocześnie, lecz muszą zostać ukończone przed rozpoczęciem czynności d.

Analiza sieci DAN

Metody analizy sieciowej DAN:

- analiza CPM – klasyczna metoda ścieżki krytycznej,
- analiza CPM-COST – odmiana analizy z uwzględnieniem kosztów,
- metoda PERT – czasy czynności zmiennymi losowymi,
- metoda PERT-COST – odmiana analizy z uwzględnieniem kosztów.

Analiza sieci DAN (cd.)

Zasady optymalizacji przedsięwzięcia w wymienionej klasie problemów:

- 1 wyodrębnienie wchodzących w skład przedsięwzięcia czynności (zadań cząstkowych);
- 2 ustalenie logicznego następstwa poszczególnych czynności;
- 3 ustalenie i ocena parametrów czasowych czynności;
- 4 konstrukcja (wykreślenie) sieci;
- 5 wyznaczenie podstawowych charakterystyk sieci dotyczących zarówno poszczególnych czynności i zdarzeń, jak i całego projektu, wyliczenie rezerw czasowych;
- 6 wyznaczenie ścieżki krytycznej;
- 7 analiza i interpretacja rezerw czasu;
- 8 ewentualne udoskonalenie sieci (ścieżka krytyczna) – powrót do kroków początkowych.

Reguły konstrukcji sieci

Reguły konstrukcji sieci są następujące:

- zdarzenia początkowe nie mają czynności poprzedzających, a zdarzenia końcowe nie mają czynności następujących po nich;
- sieć ma dokładnie jedno zdarzenie początkowe i jedno zdarzenie końcowe (postulat ten można spełnić wprowadzając czynności pozorne);
- zdarzenia i czynności są odpowiednio uporządkowane, tzn. każdy poprzednik ma w stosunku do następnika mniejszy numer lub wcześniejszą literę alfabetu (w praktyce wyklucza to istnienie ścieżek cyklicznych i pętli);
- dane zdarzenie nie może nastąpić, dopóki nie zakończą się wszystkie czynności prowadzące do niego i warunkujące zajście tego zdarzenia, zdarzenie nie ma czasu trwania;

Reguły konstrukcji sieci (cd.)

- żadna kolejna czynność nie może się rozpocząć, dopóki nie zaistnieje zdarzenie kończące czynności poprzedzające;
- pomiędzy dwoma zdarzeniami może być zawieszona tylko jedna czynność, jeżeli kilka czynności wykonywanych równoległe poprzedza inną, wprowadza się czynności pozorne;
- każda czynność może być zrealizowana tylko jeden raz z prawdopodobieństwem równym jeden podczas wykonywania przedsięwzięcia.

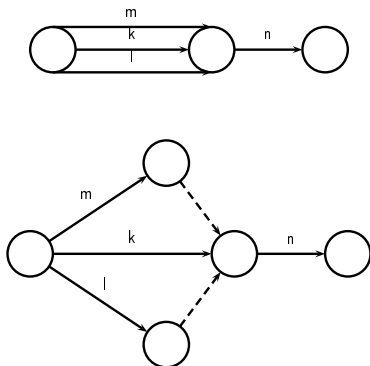
Reguły konstrukcji sieci (cd.)

- żadna kolejna czynność nie może się rozpocząć, dopóki nie zaistnieje zdarzenie kończące czynności poprzedzające;
- pomiędzy dwoma zdarzeniami może być zawieszona tylko jedna czynność, jeżeli kilka czynności wykonywanych równolegle poprzedza inną, wprowadza się czynności pozorne;
- każda czynność może być zrealizowana tylko jeden raz z prawdopodobieństwem równym jeden podczas wykonywania przedsięwzięcia.

Zawsze należy ustalić stopień podziału przedsięwzięcia na zadania mniejsze cząstkowe w taki sposób, aby struktura logiczna określająca wymagany porządek realizacji czynności nie zawierała ścieżek cyklicznych (pętli).

Zaleca się także aby nie było skrzyżowań łuków, a wektory czynności były skierowane z lewej strony do prawej. Wykres sieciowy powinien rozgałęziać się w kierunku wykonywania czynności od strony lewej do prawej.


Wprowadzanie czynności pozornych (przykład)



Ilustracja jednej z (wcześniejszych) reguł konstrukcji sieci. (Poprzez wprowadzenie czynności „pozornych” lepiej są widoczne wszystkie czynności).


Droga, ścieżka krytyczna

Definicja


Drogą albo **ścieżką** nazywamy ciąg czynności i zdarzeń umożliwiający przejście od początku do końca sieci. 

Droga, ścieżka krytyczna

Definicja

Drogą albo **ścieżką** nazywamy ciąg czynności i zdarzeń umożliwiający przejście od początku do końca sieci. 

Definicja

Ścieżką krytyczną nazywamy drogę, której czas przejścia jest najdłuższy. Czynności i zdarzenia leżące na niej mają zerowe zapasy czasu. 

Czas trwania ścieżki krytycznej (czyli suma czasów kolejnych czynności na ścieżce krytycznej) jest równa terminowi zakończenia przedsięwzięcia.

Droga, ścieżka krytyczna (cd.)

- W sieciach może występować więcej niż jedna ścieżka krytyczna i zwykle są to ścieżki częściowo się pokrywające (pewne czynności należą do kilku ścieżek krytycznych).
- Wyznaczenie ścieżki krytycznej ułatwia kontrolę przebiegu realizacji przedsięwzięcia i dotrzymanie terminu końcowego.
- Znajomość czynności krytycznych ułatwia planowanie, kierowanie i koordynację realizacji przedsięwzięcia, przekroczenie terminu zakończenia którejkoľwiek czynności krytycznej powoduje opóźnienie wykonania całego projektu.

Droga, ścieżka niekrytyczna

Definicja

Ciągi czynności niekrytycznych, tj. nie znajdujące się na ścieżce krytycznej i wykazujące zapasy czasu, określane są jako **drogi podkrytyczne** (lub **niekrytyczne**).

- Czynności podkrytyczne w analizie sieci również wymagają szczególnej uwagi.
- Czynności podkrytyczne również powinny być dokładnie analizowane, gdyż ich opóźnienia o ile przekroczą zapasy, to natychmiast pojawi się nowa ścieżka krytyczna, która będzie wpływać na termin realizacji całego przedsięwzięcia.

Rodzaje rezerw czasowych

Wyróżniamy cztery podstawowe klasy rezerw czasowych w odniesieniu do czynności ciągu niekrytycznego (w przypadku krytycznego są równe zero):

1. **zapas całkowity** Z^c – to rezerwa czasu, który może być dodatkowo wykorzystany na wykonanie danych czynności bez żadnego wpływu na termin realizacji projektu (wyznaczamy go odejmując od T ostatniego zdarzenia t pierwszego oraz odejmując czas trwania danej czynności ciągu);

$$Z_{ij}^c = T_j - t_i - t_{ij}$$

2. **zapas swobodny** (lub **wolny**) Z^s – to rezerwa czasu, jakim dysponuje czynność bez uszczerplenia zapasów czynności następujących (od t zdarzenia następującego po czynności odejmujemy t zdarzenia poprzedzającego oraz czas tej czynności):

$$Z_{ij}^s = t_j - t_i - t_{ij}$$

Rodzaje rezerw czasowych (cd.)

3. **zapas warunkowy** Z^w – to rezerwa czasu, jaki może być wykorzystany bez zmniejszania zapasów czynności poprzedzających (od T zdarzenia następującego po czynności odejmujemy T zdarzenia poprzedzającego oraz czas tej czynności):

$$Z_{ij}^w = T_j - T_i - t_{ij}$$

4. **zapas niezależny** Z^n – to czas, jakim dysponuje dana czynność bez wpływu na poprzedzające lub następujące czynności (od t zdarzenia następującego odejmujemy T zdarzenia poprzedzającego oraz czas tej czynności)

$$Z_{ij}^n = t_j - T_i - t_{ij}$$

Wykorzystanie zapasu niezależnego Z^n nie ma wpływu na zapas jakiegokolwiek innej czynności.

Metoda CPM – wyznaczanie ścieżki krytycznej (1)

Kroki wyznaczania ścieżki krytycznej:

1. **najwcześniejsze możliwe momenty zaistnienia zdarzenia t** (lewa ćwiartka) – dla zdarzenia (j), czynności $i - j$ oraz przy znanym czasie czynności (t_{i-j}) wylicza się

$$t_j = \max\{t_i + t_{i-j}\} \quad \text{po wszystkich } i$$

zakłada się przy tym, że $t_1 = 0$; ogólnie jest to tzw.
faza przejścia przez sieć w przód;

Metoda CPM – wyznaczanie ścieżki krytycznej (1)

Kroki wyznaczania ścieżki krytycznej:

1. **najwcześniejsze możliwe momenty zaistnienia zdarzenia t** (lewa ćwiartka) – dla zdarzenia (j), czynności $i - j$ oraz przy znanym czasie czynności (t_{i-j}) wylicza się

$$t_j = \max\{t_i + t_{i-j}\} \quad \text{po wszystkich } i$$

zakłada się przy tym, że $t_1 = 0$; ogólnie jest to tzw.
faza przejścia przez sieć w przód;

W przypadku, gdy do zdarzenia dochodzi więcej niż jedna czynność, najwcześniejszy możliwy moment zaistnienia zdarzenia jest równy maksymalnej z tak określonych wielkości. Podobnie w przypadku najpóźniejszego dopuszczalnego moment zaistnienia zdarzenia wybieramy najmniejszą wartość spośród możliwych ze względu na skonstruowaną sieć.

Metoda CPM – wyznaczanie ścieżki krytycznej (2)

Kroki wyznaczania ścieżki krytycznej:

2. **najpóźniejsze dopuszczalne momenty zaistnienia zdarzeń T** (prawa ćwiartka, kierunek przeliczania przeciwny do kierunku strzałek), przy podobnych oznaczeniach jak poprzednio

$$T_i = \min\{T_j - t_{i-j}\} \quad \text{po wszystkich } j$$

przy czym $T_n = t_n$ (narzucamy); ogólnie jest to tzw. faza przejścia przez sieć w tył;

Metoda CPM – wyznaczanie ścieżki krytycznej (2)

Kroki wyznaczania ścieżki krytycznej:

2. **najpóźniejsze dopuszczalne momenty zaistnienia zdarzeń T** (prawa ćwiartka, kierunek przeliczania przeciwny do kierunku strzałek), przy podobnych oznaczeniach jak poprzednio

$$T_i = \min\{T_j - t_{i-j}\} \quad \text{po wszystkich } j$$

przy czym $T_n = t_n$ (narzucamy); ogólnie jest to tzw.
faza przejścia przez sieć w tył;

Aby przedsięwzięcie zrealizować w najkrótszym możliwym czasie przyjmujemy arbitralnie, że najpóźniejszy dopuszczalny moment zaistnienia zdarzenia końcowego jest równy najwcześniejszemu możliwemu terminowi jest zaistnienia, czyli $T_n = t_n$.

Metoda CPM – wyznaczanie ścieżki krytycznej (3)

Kolejne kroki przy wyznaczaniu ścieżki krytycznej:

3. **zapasy czasu dla zdarzenia R** (dolna ćwiartka) – różnica między najpóźniejszym dopuszczalnym momentem a najwcześniejszym możliwym momentem zaistnienia zdarzenia

$$R_j = T_j - t_j$$

ogólnie jest to tzw. faza ścieżki krytycznej;

4. ponadto wyznaczamy **zapasy czasu dla czynności Z**

$$Z_{ij} = (T_j - t_{i-j}) - t_i$$

Metoda CPM – uwagi

- Dla wyznaczenia ścieżki krytycznej niezbędne jest także wyznaczenie zapasu czasu dla czynności – ścieżka krytyczna to droga w sieci, której czynności i zdarzenia mają zerowe zapasy czasu
- W sieci może występować więcej niż jedna ścieżka krytyczna.
- Jeśli zniknie zapas czasu dla jakiegokolwiek ciągu czynności niekrytycznych, to natychmiast pojawia się nowa ścieżka krytyczna.
- Wyliczony tu zapas czasu, to zdefiniowany wcześniej zapas całkowity.

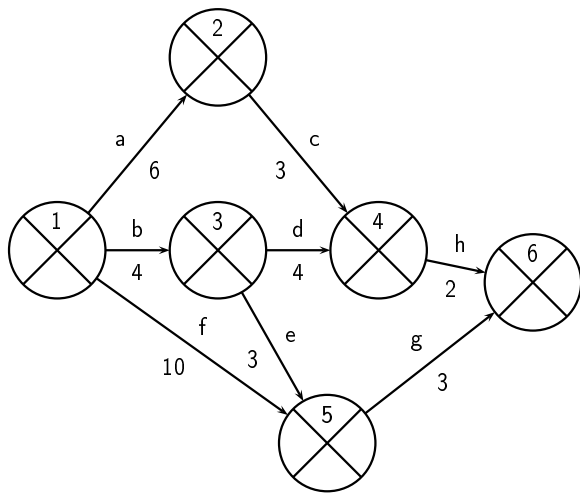
Metoda CPM – prosty przykład

	Czynność	Czas trwania	Czynności poprzedz.
a	Wybór sprzętu	6	
b	Projekt oprogramowania	4	
c	Instalowanie sprzętu	3	a
d	Kodowanie i testowanie oprogramowania	4	b
e	Przygotowanie plików	3	b
f	Przygotowanie podręcznika użytkownika	10	
g	Szkolenie użytkowników	3	e, f
h	Instalacja i testowanie systemu	2	c, d

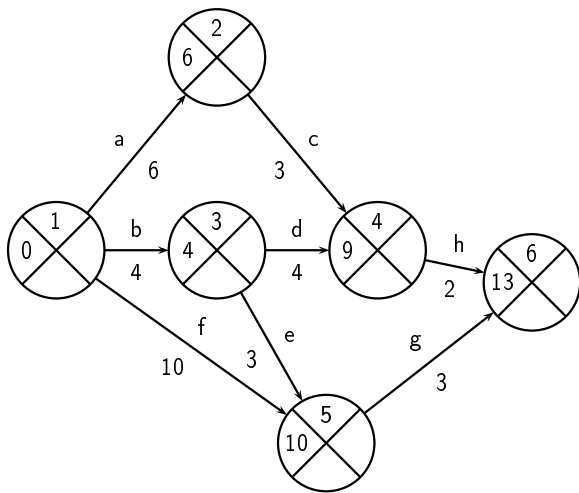


Ten przykład ma znaczenie tylko dydaktyczne – należy myśleć raczej o projekcie zawierającym dziesiątki lub setki czynności.

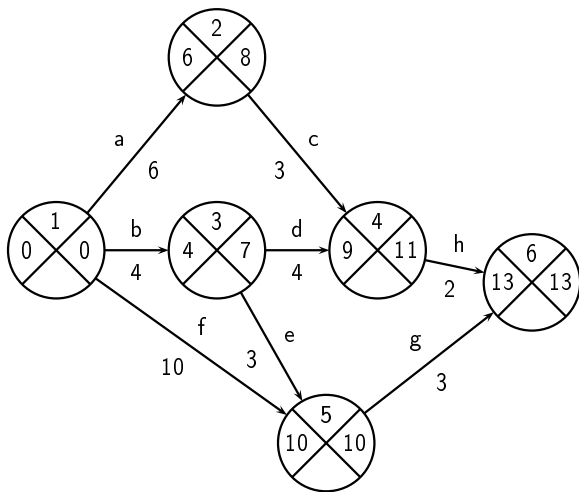
Model sieciowy przykładu



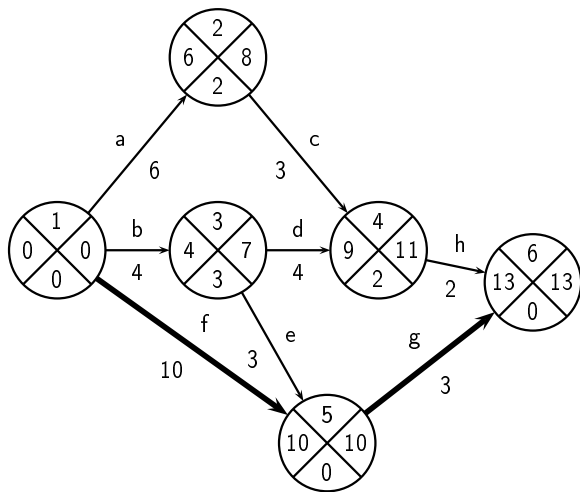
Model sieciowy przykładu – przejście w przód



Model sieciowy przykładu – przejście w tył



Model sieciowy przykładu – ścieżka krytyczna



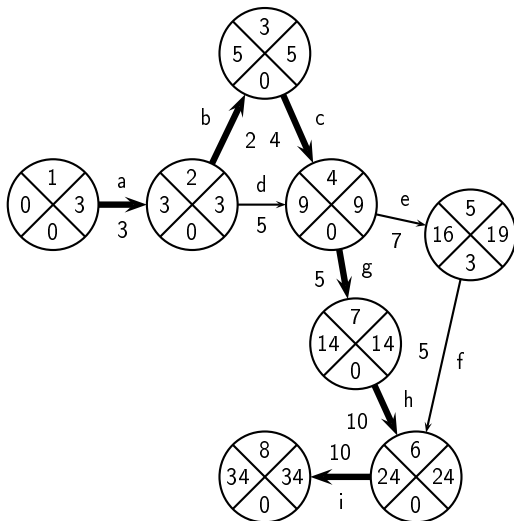
Metoda CPM – przykład drugi

Przykład projektu w ramach którego należy wykonać dziewięć czynności symbolicznie oznaczonych jako: a, b, \dots, i .

czynność	czas trwania	czyn. poprzedzające
a	3	–
b	2	a
c	4	b
d	5	a
e	7	c, d
f	5	e
g	5	c, d
h	10	g
i	10	f, h

W tabeli zestawiono czasy trwania w przyjętych jednostkach czasu oraz czynności poprzedzające każdą z nich.

Model sieciowy przykładu drugiego



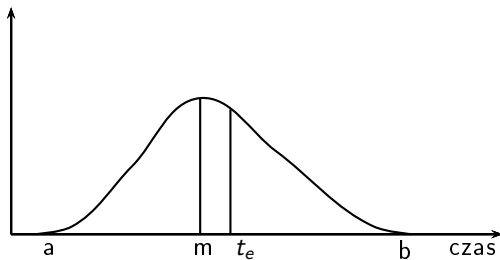
Metoda PERT

W metodzie **PERT** (ang. **Program Evaluation and Review Technique**), nazywanej także **metodą oceny i kontroli przedsięwzięć**, czasy trwania czynności są zmiennymi losowymi. Dla każdej czynności podane są trzy oceny czasu jej trwania:

- a* – **czas optymistyczny** (czas trwania czynności w najbardziej sprzyjających warunkach),
- b* – **czas pesymistyczny** (czas trwania czynności w najmniej sprzyjających warunkach),
- m* – **czas modalny**, najbardziej prawdopodobny (czas, który najczęściej występuje przy wielokrotnym powtarzaniu czynności).

Spełniona jest przy tym relacja: $a \leq m \leq b$.

Metoda PERT (cd.)



Interpretacja czasów

Można przyjąć:

- czas optymistyczny – np. zleceniodawca;
- czas pesymistyczny – np. zleceniobiorca;
- czas oczekiwany (najbardziej prawdopodobny) – np. ekspert/technolog.

Interpretacja czasów

Można przyjąć:

- czas optymistyczny – np. zleceniodawca;
- czas pesymistyczny – np. zleceniobiorca;
- czas oczekiwany (najbardziej prawdopodobny) – np. ekspert/technolog.

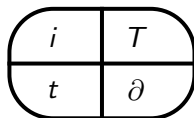
Czasy trwania poszczególnych czynności są zmiennymi losowymi. Przyjmuje się, że rozkład prawdopodobieństwa występowania różnych czasów trwania odpowiada znanemu w probabilistyce rozkładowi beta, którego szczególnym przypadkiem jest rozkład normalny.

Metoda PERT – znaczenie

- metoda PERT jest stosowana wówczas, gdy nie można z całą pewnością określić czasu trwania niektórych czynności – posługujemy się odpowiednimi estymatami;
- parametry opisujące poszczególne zdarzenia mają charakter probabilistyczny, co pozwala na oddanie faktycznej niepewności świata rzeczywistego;
- nie mówi się teraz o dokładnych, poszczególnych czasach, ale raczej o możliwych (prawdopodobnych) wartościach parametrów czasowych;

Metoda PERT – znaczenie (cd.)

- konieczność zdefiniowania dotychczasowych oznaczeń (znanych z CPM, jeśli są używane), czasem także wprowadza się nowe graficzne oznaczenie zdarzenia (z nowymi wielkościami) np.:



- główną zaletą metody PERT jest możliwość obliczenia prawdopodobieństwa ukończenia (lub nieukończenia) przedsięwzięcia (lub poszczególnych zdarzeń) w zadanym **czasie dyrektywnym**.

Metoda PERT – znaczenie (cd.)

Uwagi:

- Posługujemy się trzema estymatami. Odpowiednie czasy można także wyznaczyć metodą ekspercką. Jeżeli dane czynności powtarzały się często w przeszłości, można wykorzystać metody statystyczne.
- W pokazanym oznaczeniu zdarzenia, oprócz czasu oczekiwanego, czasu dyrektywnego, wpisano odchylenie standardowe. Jednakże to oznaczenie zdarzenia nie będzie tutaj dalej stosowane.

Metoda PERT – obliczenia

Dwie podstawowe wartości wyznaczane w metodzie:

- 1 **oczekiwany czas trwania czynności:**

$$t_e = \frac{a + 4m + b}{6}$$

Wzór ten ma fundamentalne znaczenie w całej metodzie;

- 2 **wariancja czasu oczekiwanego dla rozkładu beta w metodzie:**

$$\sigma_{t_e}^2 = \left(\frac{b - a}{6} \right)^2$$

Miara rozrzutu zmiennych losowych wokół wartości średniej (rozbieżność ocen eksperckich).

Metoda PERT – obliczenia

Dwie podstawowe wartości wyznaczane w metodzie:

- ❶ **oczekiwany czas trwania czynności:**

$$t_e = \frac{a + 4m + b}{6}$$

Wzór ten ma fundamentalne znaczenie w całej metodzie;

- ❷ **wariancja czasu oczekiwanego** dla rozkładu beta w metodzie:

$$\sigma_{t_e}^2 = \left(\frac{b - a}{6} \right)^2$$

Miara rozrzutu zmiennych losowych wokół wartości średniej (rozbieżność ocen eksperckich).

Wzór na oczekiwany czas trwania czynności, przy arbitralnie ustalonych współczynnikach 1, 4 oraz 1, ma fundamentalne znaczenie w analizie PERT. Można jednak stosować inne oszacowania, np.:

$$t_e = \frac{a + 4m + 2b}{7}$$

Metoda PERT – obliczenia (cd.)

Obie wyliczone wielkości

$$(t_e, \sigma_{t_e}^2)$$

stanowią podstawę analizy czasowej w metodzie PERT.

Metoda PERT – obliczenia (cd.)

Obie wyliczone wielkości

$$(t_e, \sigma_{t_e}^2)$$

stanowią podstawę analizy czasowej w metodzie PERT.

A więc:

- 1 czas trwania,
- 2 wariancja czasu określa spodziewane odchylenie rzeczywistego czasu trwania czynności od wyznaczonego czasu oczekiwanego.

Termin dyrektywny

Czas dyrektywny – czas (narzucony) w jakim chcemy aby nastąpiło zdarzenie (np. zakończenie projektu).

Termin dyrektywny

Czas dyrektywny – czas (narzucony) w jakim chcemy aby nastąpiło zdarzenie (np. zakończenie projektu).

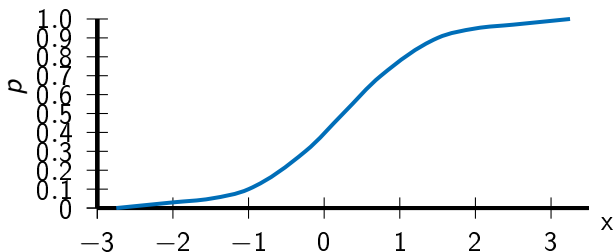
Trzystopniowe wyliczanie prawdopodobieństwa p terminu dyrektywnego (czasu dyrektywnego) T_d :

- 1 wyliczenie odchyłeń standardowych dla każdego zdarzenia w przedsięwzięciu;
- 2 wyliczenie wielkości x dla każdego zdarzenia z czasem dyrektywnym

$$x = \frac{T_d - t_e}{\sqrt{\sum \sigma_{t_e}^2}}$$

- 3 konwersja wartości x na prawdopodobieństwo (na podstawie znanej funkcji rozkładu lub z tablic).

Termin dyrektywny (cd.)



Przyjmuje się odpowiednie przedziały wartości dla p :

$p \leq 0,25$	- termin zagrożony;
$0,25 \leq p \leq 0,6$	- termin realny;
$p \geq 0,6$	- duży zapas czasu.

Metoda PERT – wyznaczanie ścieżki krytycznej

Przy wyznaczaniu ścieżki krytycznej postępujemy podobnie jak dla metody CPM (tutaj jednak traktując oczekiwane czasy trwania czynności jako czasy trwania czynności):

Metoda PERT – wyznaczanie ścieżki krytycznej

Przy wyznaczaniu ścieżki krytycznej postępujemy podobnie jak dla metody CPM (tutaj jednak traktując oczekiwane czasy trwania czynności jako czasy trwania czynności):

- wyznaczamy najwcześniejsze możliwe (spodziewane) momenty zaistnienia zdarzeń,
- wyznaczamy najpóźniejsze dopuszczalne (spodziewane) momenty zaistnienia zdarzeń,
- wyznaczamy zapasy czasu dla zdarzeń,
- wyznaczamy zapasy czasu dla czynności.

Ścieżkę krytyczną wyznaczają zdarzenia i czynności o zerowych zapasach czasu.

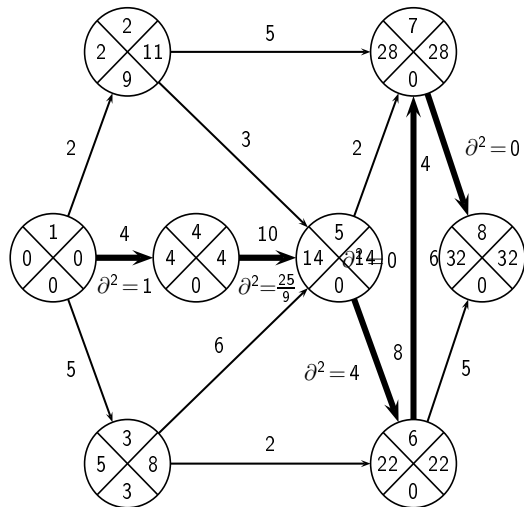
Metoda PERT – przykład

Projekt z trzynastoma czynnościami.

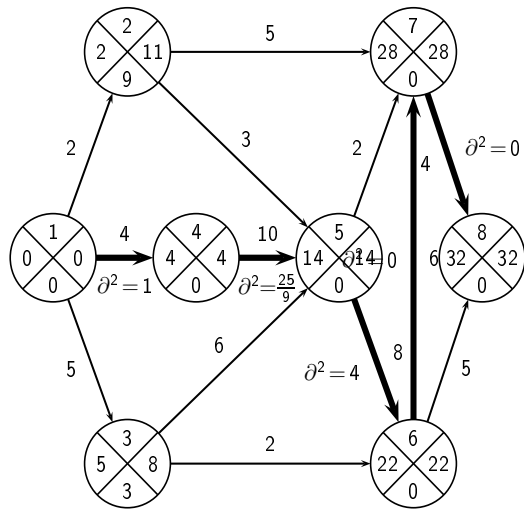
czynność i-j	czasy			czas oczekiwany t_e
	a	m	b	
1-2	1	2	3	2
1-3	3	5	7	5
1-4	1	4	7	4
2-5	2	3	4	3
2-7	1	5	9	5
3-5	3	6	9	6
3-6	1	2	3	2
4-5	5	10	15	10
5-6	2	8	14	8
5-7	1	2	3	2
6-7	6	6	6	6
6-8	4	5	6	5
7-8	4	4	4	4

Z nazw symbolicznych każdej czynności wynikają relacje kolejnościowe zdarzeń. Czasy trwania czynności wyrażone w pewnych jednostkach.

Model sieciowy przykładowy



Model sieciowy przykładu



Ścieżka krytyczna przebiega
przez zdarzenia i czynności: 1 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8

Wyliczenia T_d dla przykładu

Z sieci odczytujemy termin zakończenia projektu: 32.

Wyliczamy **wariancję oczekiwanego terminu wykonania** $\partial_{T_w}^2$, jako sumę **wariancji czynności krytycznych** ∂_{i-j}^2 :

$$\begin{aligned} \partial_{T_w}^2 &= \partial_{1-4}^2 + \partial_{4-5}^2 + \partial_{5-6}^2 + \partial_{6-7}^2 + \partial_{7-8}^2 = \\ &= \left(\frac{7-1}{6}\right)^2 + \left(\frac{15-5}{6}\right)^2 + \left(\frac{14-2}{6}\right)^2 + \\ &\quad \left(\frac{6-6}{6}\right)^2 + \left(\frac{4-4}{6}\right)^2 = \\ &= 1 + \frac{25}{9} + 4 + 0 + 0 = \frac{70}{9} \end{aligned}$$

skąd $\partial_{T_w} = 2,78$, co interpretujemy, że spodziewane odchylenie rzeczywistego terminu wykonania przedsięwzięcia od wyznaczonego z sieci terminu oczekiwanego (32) wynosi $\pm 2,78$.

Wyliczenia T_d dla przykładu (cd.)

Teraz wyznaczamy prawdopodobieństwo p spełnienia terminu dyrektywnego $T_d = 30$. Najpierw obliczamy

$$x = \frac{30 - 32}{\sqrt{\frac{70}{9}}} = \frac{-2}{2,78} = -0,71$$

A z tablic dystrybuanty rozkładu normalnego odczytujemy, że dla $x = -0,71$ wartość $p = 0,236651$.

Wyliczenia T_d dla przykładu – uwagi

- Odczytany z sieci terminu zakończenia jest wielkością losową, a rzeczywisty termin końcowy może się od niego mniej lub więcej różnić.
- Dlatego niezbędna jest znajomość tego odchylenia – tj. wariancji oczekiwanego terminu wykonania (czyli czasu trwania przedsięwzięcia), co dalej pozwoli obliczyć prawdopodobieństwo czasu dyrektywnego.
- Wybrany przez nas termin dyrektywny został wskazany dowolnie.
- Na podstawie tego oraz innych wyliczeń można wnioskować także o wykorzystaniu siły roboczej, maszyn i urządzeń, a także inne.

Wykresy Gantta

Podstawowe informacje o wykresach:

- zostały zaproponowane w 1917 roku przez Charlesa Gantta;
- każde zadanie jest reprezentowane na wykresie X-Y jako pojedyncza pozioma „belka”, przy czym oś X jest osią czasu, a na osi Y znajdują się zadania – czynności są pokazywane w zależności od czasu;
- na typowym wykresie Gantta wiersze zawierają stanowiska pracy, natomiast kolumny oznaczają jednostki czasu, paski zadań są proporcjonalne do czasu trwania;

Wykresy Gantta (cd.)

- brak informacji o zależnościach pomiędzy czynnościami, brak informacji o rozdziale i identyfikacji środków w projekcie;
- wykres Gantta jest dobrym narzędziem umożliwiającym szybką i jasną ocenę stopnia zaawansowania projektu.

Diagramy Gantta były po raz pierwszy wykorzystywane w Ameryce ze względu na swoją łatwość odczytywania (kolorowych) pasków-słupków.

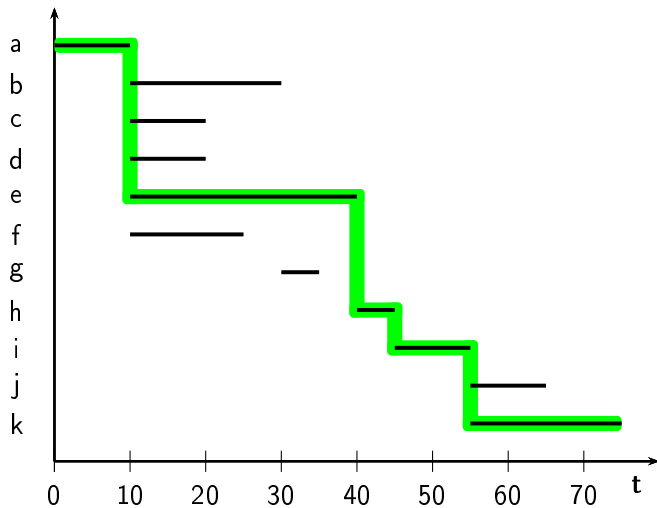
Wykresy Gantta (cd.)

- brak informacji o zależnościach pomiędzy czynnościami, brak informacji o rozdziale i identyfikacji środków w projekcie;
- wykres Gantta jest dobrym narzędziem umożliwiającym szybką i jasną ocenę stopnia zaawansowania projektu.

Diagramy Gantta były po raz pierwszy wykorzystywane w Ameryce ze względu na swoją łatwość odczytywania (kolorowych) pasków-słupków.

Na stronie internetowej <http://associate.com/gantt> można tworzyć wykresy Gantta oraz ściągnąć oprogramowanie do ich generacji.

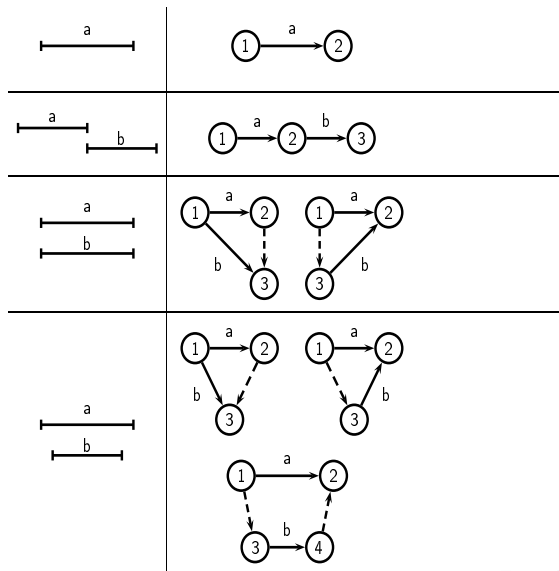
Ścieżka krytyczna na wykresie Gantta



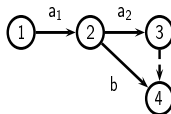
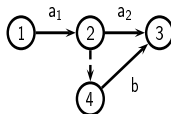
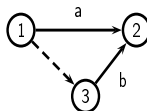
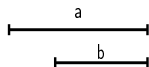
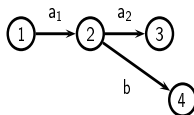
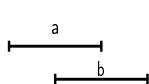
Wydobywanie informacji z diagramów Gantta

Nie zawsze można wymodelować ścisłą równowagę pomiędzy diagramami Gantta oraz sieciami PERT – diagramy Gantta zawierają w sposób bezpośredni informację o czasie trwania czynności, diagramy PERT pokazują raczej synchronizację czynności.

Porównanie diagramów (1)



Porównanie diagramów (2)



Porównanie diagramów (3)

