

Zagadnienia do egzaminu¹ z analizy (kierunek *Elektrotechnika II semestr, 2021*)

1. **Całka Riemanna:** definicja całkowalności, postać sum całkowych, liniowa i monotoniczna zależność od funkcji podcałkowej, addytywność wzgl. drogi całkowania. Pochodna wzgl. zmiennej x z całki $\int_a^x f(t) dt = f(x)$ (dla f ciągłej), związek $\int_a^b f(t) dt$ z funkcją pierwotną.
2. **Zastosowania całek:** (bez wyprowadzania) wzory na pole trapezu krzywoliniowego, długość łuku krzywej klasy C^1 , objętość bryły obrotowej i pole jej powierzchni bocznej.
3. **Całki niewłaściwe:** definicja zbieżności, kryterium porównawcze, warunek Cauchy'ego. Kryterium całkowe zbieżności szeregów liczbowych.
4. **Iloczyn skalarny, norma w przestrzeni wektorowej,** norma euklidesowa (pochodząca od iloczynu skalarnego) nierówność Cauchy'ego - Buniakowskiego - Schwarz'a. Norma średniokwadratowa dla funkcji $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Ortogonalność, twierdzenie Pitagorasa. Ciągi ortonormalne, współczynniki Fouriera wektora (np. funkcji) względem układu ortonormalnego. Tożsamość Parsewala.
5. **Układ trygonometryczny.** Wzory na współczynniki w szeregu Fouriera, przypadek funkcji parzystych /nieparzystych, Warunek Dirichleta, twierdzenie o zbieżności szeregu w danym punkcie.
6. **Pochodne cząstkowe,** wyrażenie przy ich pomocy przyrostu funkcji (dla 2 zmiennych). Pochodna kierunkowa, kierunek maksymalnego wzrostu – gradient
7. **Granica funkcji** w punkcie $P_0 \in \mathbb{R}^n$, ciągłość funkcji wielu zmiennych, różniczkowalność. Ciągłość pochodnych cząstkowych a różniczkowalność. **Różniczka zupełna** jako odwzorowanie liniowe, macierz Jacobiego. Twierdzenie o różniczkach złożenia, wzór na pochodną typu $\frac{d}{dt} f(x(t), y(t))$, gdy funkcje $f(x, y), x(t), y(t)$ - są różniczkowalne w odpowiednich punktach.
8. Twierdzenie o symetrii **drugiej różniczki** (równość pochodnych mieszanych). **Wzór Taylora** z drugą różniczką (dla funkcji 2 zmiennych). Definicja ekstremum lokalnego. Punkty stacjonarne (warunek konieczny na ekstremum lokalne), macierz Hessego, macierze dodatnio (odpowiednio - ujemnie) określone. Warunek wystarczający na ekstremum lokalne dla funkcji klasy C^2 .
9. **Twierdzenie o funkcjach uwikłanych,** warunek na ekstremum lokalne takiej funkcji. Ekstremum warunkowe- sformułowanie twierdzenia o warunku koniecznym (z funkcją Lagrange'a).
10. **Całki podwójne,** ich sumy całkowite, własności całki. Twierdzenie o iterowaniu w przypadku całki po prostokącie oraz po obszarze normalnym.
11. **Całki krzywoliniowe:** definicje całki skierowanej i nieskierowanej. Oszacowanie modułu całki skierowanej. Wzór Greena.
12. **Całka powierzchniowa (wzór).** Strumień pola wektorowego przez powierzchnię zorientowaną. Wzór Ostrogradskiego-Gaussa. Wzór Stokesa.

¹Jeżeli czegoś nie zdąży na wykładzie, to te punkty usunę z listy