

Wykład 3 z rachunku prawdopodobieństwa I (11.03.2024)

1. Przeliczalna suma zbiorów miary zero jest zbiorem miary zero, przeliczalny iloczyn zbiorów pełnej miary jest zbiorem pełnej miary, przeliczalna addytywność jest równoważna skończonej addytywności i ciągłości z dołu.
2. Konstrukcja rozkładów prawdopodobieństwa na przestrzeniach skończonych i przeliczalnych.
3. Przykład: dwa modele losowego rozmieszczenia kul w urnach (kule rozróżnialne i nierozróżnialne) i ich zastosowania w fizyce statystycznej (model Maxwella-Boltzmana i model Bosego-Einsteina).
4. Konieczność ograniczenia klasy zdarzeń w przypadku nieprzeliczalnej Ω . Paradoksalne rozbięcie kuli Banacha-Tarskiego. Twierdzenie Banacha-Kuratowskiego: Na klasie wszystkich podzbiorów przedziału $[0, 1]$ nie istnieje miara probabilistyczna taka, że prawdopodobieństwo każdego zbioru jednoelementowego jest zerem.
5. Problem miary: Czy istnieją przestrzenie o wyższych liczbach kardynalnych, dla których taka miara istnieje?
6. Konstrukcje miar przez rozszerzenie z ciała zbiorów, twierdzenie Hahna-Kolmogorowa o rozszerzeniu miary, jednoznaczność rozszerzenia dla miar σ -skończonych na ciele lub π -układzie generującym.