

## Wykład 8 z rachunku prawdopodobieństwa I (22.04.24)

1. Dystrybuanta rozkładu:  $F(x) := P((-\infty, x])$
2. Własności dystrybuanty:
  - W1:  $F$  jest niemalejąca.
  - W2:  $F$  jest prawostronnie ciągła.
  - W3:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$
3. Twierdzenie: Funkcja  $F$  o własnościach W1-W3 dystrybuanty jest dystrybuantą jednoznacznie przez nią wyznaczonego rozkładu prawdopodobieństwa na  $(\mathbb{R}, \mathcal{B})$ .
4. Związki dystrybuant z gęstościami.
  - Twierdzenie: Jeżeli rozkład  $P$  o dystrybuancie  $F$  ma gęstość  $f$  względem miary Lebesgue'a ciągłą w  $x_0$ , to  $F'(x_0) = f(x_0)$ .
  - Fakt: Jako funkcja niemalejąca,  $F$  ma prawie wszędzie pochodną, która jest mierzalna, ale  $F'$  nie musi być gęstością.
  - Twierdzenie: Jeżeli  $F'(x) = f(x)$  prawie wszędzie i  $\int f(x)dx = 1$ , to  $f$  jest gęstością rozkładu o dystrybuancie  $F$ .
5. Jakie funkcje są całkami swoich pochodnych?
  - definicja absolutnej ciągłości funkcji
  - Twierdzenie: Dystrybuanta  $F$  rozkładu  $P$  jest funkcją absolutnie ciągłą wtedy i tylko wtedy, gdy rozkład  $P$  jest absolutnie ciągły względem miary Lebesgue'a.