

Wykład 11 ze statystyki matematycznej (13.05.24)

1. Twierdzenie o osiągnięciu dolnego ograniczenia dla wariancji w nierówności Cramera-Rao, interpretacja w terminach rodzin wykładniczych, przykład z estymacją prawdopodobieństwa sukcesu w schemacie Bernoulliego.
2. Macierz informacji Fishera.
3. Wektorowa wersja nierówności Cramera-Rao: Załóżmy, że macierz informacji jest odwracalna, $g : \mathbb{R}^s \rightarrow \mathbb{R}^k$ jest odwzorowaniem różniczkowalnym, dla którego $J := [J_{i,j}] = [\partial g_i / \partial \theta_j]$ oznacza macierz pochodnych cząstkowych o wymiarach $k \times s$. Niech $\hat{g}(X)$ będzie nieobciążonym estymatorem parametru $g(\theta)$, tzn. $E_\theta \hat{g}(X) = g(\theta)$ dla wszystkich $\theta \in \Theta$. Jeżeli spełnione są warunki regularności pozwalające w dowodzie różniczkować pod znakiem całki, to $\text{Var}_\theta \hat{g}(X) - JI^{-1}(\theta)J^T$ jest macierzą nieujemnie określoną.