

Wykład 13 ze statystyki matematycznej (02.06.25)

1. Funkcja wiarygodności, estymatory największej wiarygodności, równania wiarygodności, interpretacja w terminach dywergencji Kullbacka-Leiblera, przykład z estymacją parametru rozkładu wykładniczego.
2. Twierdzenie: Jeżeli istnieje minimalna statystyka dostateczna T i ENW jest wyznaczony jednoznacznie, to ENW jest funkcją T .
3. Twierdzenie: W modelach regularnych w sensie Craméra-Rao z parametrem skalarnym θ , jeżeli istnieje ENMW $\hat{\theta}$ dla θ osiągający dolne ograniczenie Craméra-Rao dla wariancji, to jest on lokalnym maksimum funkcji wiarygodności.
4. Przykład: Gdy $X = (X_1, \dots, X_n)$ jest próbą prostą z $Exp(\theta)$, to $1/\bar{X}$ jest ENW dla $\theta = 1/EX$, ENMW ma postać $(n-1)/(n\bar{X})$ i jego wariancja jest silnie większa od dolnego ograniczenia Craméra-Rao.
5. Twierdzenie: Przy warunkach Craméra równanie wiarygodności ma rozwiązania z prawdopodobieństwem dążącym do jeden, gdy wielkość próby rośnie do nieskończoności. Z tych rozwiązań można zbudować ciąg $\tilde{\theta}_n$ taki, że $\tilde{\theta}_n \xrightarrow{p} \theta$ i $\tilde{\theta}_n \sim AN(\theta, n^{-1}i^{-1}(\theta))$.
6. Asymptotyczne zbiory ufności z wykorzystaniem asymptotycznej normalności ENW. Przykład z estymacją parametru rozkładu wykładniczego.