

## Wykład 3 ze statystyki matematycznej (11.03.24)

1. Przykład:  $X = (X_1, \dots, X_n)$  - próba prosta z  $N(\theta, 1)$ , estymacja  $\theta$  przy kwadratowej funkcji strat

- Gdy  $\Theta = \mathbb{R}$ , to  $\bar{X}$  jest dopuszczalny (na razie bez dowodu)
- Gdy  $\Theta = [0, 1]$  to  $\bar{X}$  jest niedopuszczalny, bo jest jednostajnie gorszy np. od

$$T(X) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } \bar{X} < 0 \\ \bar{X} & \text{gdy } \bar{X} \in [0, 1] \\ 1 & \text{gdy } \bar{X} > 1 \end{cases}$$

2. Definicja statystyki i  $\sigma$ -ciała generowanego przez statystykę. Interpretacja informacji niesionej przez statystykę w terminach generowanego przez nią  $\sigma$ -ciała. Eksperyment generowany przez statystykę.

3. Statystyki równoważne:  $T_1 \equiv T_2 \stackrel{def}{\iff} \sigma(T_1) = \sigma(T_2)$ . Statystyki swobodne. Przykłady.

4. Statystyki dostateczne:

- definicja ( $T$  jest dostateczna, gdy dla każdego zdarzenia  $A$  istnieje wersja  $P_\theta(A|T)$  niezależna od  $\theta$ )
- Gdy  $T$  jest dostateczna i  $T \equiv T'$  to  $T'$  jest dostateczna.
- Jeżeli istnieją rozkłady warunkowe  $X|T=t$ , to  $T$  jest dostateczna wtedy i tylko wtedy, gdy istnieją wersje rozkładów  $X|T=t$  niezależne od  $\theta$ .
- $T$  jest dostateczna, gdy dla każdej mierzalnej i  $P_\theta$ -całkowalnej funkcji  $f$  istnieje wersja  $E_\theta(f(X)|\sigma(T))$  niezależna od  $\theta$ .
- interpretacja dostateczności w terminach informacji o  $\theta$
- Przykład: liczba sukcesów w schemacie Bernoulliego jest statystyką dostateczną dla prawdopodobieństwa sukcesu.

5. Definicja wektora statystyk pozycyjnych  $X^* = (X_{(1)}, \dots, X_{(n)})$