

## Wykład 8 ze statystyki matematycznej (22.04.24)

1. Statystyki zupełne.
2. Twierdzenie: Statystyka dostateczna i zupełna jest minimalną statystyką dostateczną.
3. Twierdzenie o zupełności statystyk dostatecznych w rodzinach wykładniczych.
4. Przykłady:
  - $T(X) = (\bar{X}, S^2)$  jest minimalną statystyką dostateczną dla próby prostej z  $N(m, \sigma^2)$ ,  $(m, \sigma^2) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+$ .
  - twierdzenie nie rozstrzyga zupełności  $T$  w ostatnim przykładzie, gdy  $(m, \sigma^2) = (\theta, \theta^2)$ ,  $\theta \in \mathbb{R}^+$
  - $T(X) = X_{(n)}$  jest minimalną statystyką dostateczną dla próby prostej z  $U(0, \theta)$ ,  $\theta > 0$ .
  - $T(X) = (X_{(1)}, X_{(n)})$  jest minimalna dostateczna, ale nie jest zupełna dla  $n$ -elementowej próby prostej z  $U(\theta - 1/2, \theta + 1/2)$ ,  $\theta \in \mathbb{R}$ .
5. Twierdzenie Basu.
6. Wniosek: twierdzenie Fishera o niezależności  $\bar{X}$  i  $S^2$  w próbie prostej z  $N(m, \sigma^2)$ .