Wykład 9 ze statystyki matematycznej (29.04.24)

1. Twierdzenie o wyznaczaniu estymatorów nieobciążonych o minimalnej wariancji (ENMW).

2. Przykłady ENMW:

   - w próbie prostej z $N(m, \sigma^2)$, $(m, \sigma^2) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+$:
     - $\overline{X}$ jest ENMW dla m
     - S^2 jest ENMW dla σ^2
     - $\sqrt{\frac{n-1}{2}}\frac{\Gamma((n-1)/2)}{\Gamma(n/2)}S$ jest ENMW dla σ
     - $\frac{\Gamma((n-1)/2)}{\Gamma((n-2)/2)\sqrt{(n-1)/2}}\frac{\overline{X}}{S}$ jest ENMW dla m/σ
   - w schemacie Bernoulliego: $X \sim B(n, \theta)$, $\theta \in (0, 1)$, X/n jest ENMW dla θ, ale nie istnieje żaden estymator nieobciążony dla $1/\theta$
   - w próbie prostej z $U(0, \theta)$, $\theta > 0$:
     - $\frac{n+1}{n}X_{(n)}$ jest ENMW dla θ
     - z tego, że $\mathrm{E}(2X_1) = \theta$ i z jedyności estymatora nieobciążonego zależnego od $X_{(n)}$ otrzymujemy bez rachunków $\mathrm{E}(2X_1 \,|\, X_{(n)}) = \frac{n+1}{n}X_{(n)}$
     - wyznaczenie $\mathrm{E}(2X_1 \,|\, X_{(n)})$ bezpośrednim rachunkiem