AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

Zbiory

Teoria automatów i języków formalnych

Dr inż. Janusz Majewski
Katedra Informatyki

Zbiory (1)

Pojęcia pierwotne:

- zbiór
- element zbioru
- przynależność elementu *x* do zbioru *A*
  $x \in A$

Konstruktor zbioru:

$\{ x \mid P(x) \}$ oznacza „zbiór elementów *x*, takich że *P(x)* jest prawdziwe", gdzie *P(x)* jest pewnym stwierdzeniem (predykatem) o elementach *x*

$\{ x \in A \mid P(x) \}$ oznacza „zbiór elementów *x* należących do zbioru *A*, takich że *P(x)* jest prawdziwe"

Przykład:

$\{ 0^i 1^j \mid 0 \le i \le j \}$ oznacza „zbiór łańcuchów zerojedynkowych o pewnej liczbie zer (być może zerowej) po której następuje co najmniej tyle samo jedynek"

Zbiory (2)

Zawieranie się zbiorów:

Jeśli każdy element zbioru *A* jest elementem zbioru *B*, to mówimy, że zbiór *A* jest zawarty w zbiorze *B*, co zapisujemy:

$A \subseteq B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B)$

Równość zbiorów:

Dwa zbiory są równe, jeśli mają te same elementy.

$A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B \wedge B \subseteq A)$

$A = B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Leftrightarrow x \in B)$

Podzbiór właściwy:

Zbiór *A* jest podzbiorem właściwym zbioru *B*, jeśli zbiór *A* zawiera się w zbiorze *B* i równocześnie zbiór *A* nie jest równy zbiorowi *B*.

$A \subset B \Leftrightarrow (A \subseteq B \wedge A \neq B)$

Operacje na zbiorach

Operacje na zbiorach:

- Suma teoriomnogościowa, unia

  $A \cup B \Leftrightarrow \{ x \mid x \in A \vee x \in B \}$

- Iloczyn teoriomnogościowy, przecięcie

  $A \cap B \Leftrightarrow \{ x \mid x \in A \wedge x \in B \}$

- Różnica zbiorów

  $A - B \Leftrightarrow \{ x \mid x \in A \wedge x \notin B \}$

Zbiór potęgowy, moc zbioru

<u>Zbiór potęgowy nad *A*:</u>

Zbiór potęgowy 2^A to zbiór wszystkich podzbiorów zbioru *A*

$2^A = \{ X \mid X \subseteq A \}$

Przykład:

$A = \{0, 1, 2\}$

$2^A = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\} \}$

Przykład:

$2^\emptyset = \{\emptyset\}$

<u>Moc zbioru:</u>

Moc *#A* zbioru *A* zawierającego skończoną liczbę elementów jest liczbą jego elementów.

Przykład:

$A = \{0, 1, 2\}$

$\#A = 3$

$\#2^A = 2^3 = 8$

Iloczyn kartezjański

<u>Iloczyn kartezjański:</u>

Para uporządkowana *(a, b)* składa się z elementu $a \in A$ i $b \in B$ wziętych w tym właśnie porządku.

Iloczynem (produktem) kartezjańskim $A \times B$ zbiorów *A* i *B* nazywamy zbiór wszystkich uporządkowanych par *(a,b)*, takich że $a \in A$ i $b \in B$.

$A \times B \Leftrightarrow \{ (a,b) \mid a \in A \wedge b \in B \}$

Przykład:

$A = \{0, 1, 2\}$

$A \times A = \{ (0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2) \}$

$\#A = 3$

$\#(A \times A) = 3^2 = 9$