

## 6. Przekształcenia gramatyk bezkontekstowych – odpowiedzi

### 6.1.

Brak symboli nieużytecznych i nieosiągalnych.

Po usunięciu  $\varepsilon$ -produkcji:

$$S \rightarrow aAA \mid aA \mid a \mid B$$

$$A \rightarrow b$$

$$B \rightarrow BAa \mid Ba \mid S$$

Po usunięciu produkcji łańcuchowych i cykli:

$$S \rightarrow aAA \mid aA \mid a \mid BAa \mid Ba$$

$$A \rightarrow b$$

$$B \rightarrow aAA \mid aA \mid a \mid BAa \mid Ba$$

### 6.2.

Brak symboli nieużytecznych i nieosiągalnych.

Po usunięciu  $\varepsilon$ -produkcji:

$$S \rightarrow bBB \mid bB \mid b \mid A$$

$$A \rightarrow S \mid a$$

$$B \rightarrow AB \mid A$$

Po usunięciu produkcji łańcuchowych i cykli:

$$S \rightarrow bBB \mid bB \mid b \mid a$$

$$A \rightarrow bBB \mid bB \mid b \mid a$$

$$B \rightarrow bBB \mid bB \mid b \mid a \mid AB$$

### 6.3.

Brak symboli nieużytecznych i nieosiągalnych.

Po usunięciu  $\varepsilon$ -produkcji:

$$S' \rightarrow S \mid \varepsilon$$

$$S \rightarrow ABS \mid AB \mid AS \mid BS \mid A \mid B$$

$$A \rightarrow aA \mid a \mid BB \mid B$$

$$B \rightarrow Bab \mid ab \mid A$$

Po usunięciu produkcji łańcuchowych i cykli:

$$S' \rightarrow \varepsilon \mid ABS \mid AB \mid AS \mid BS \mid aA \mid a \mid BB \mid Bab \mid ab$$

$$S \rightarrow ABS \mid AB \mid AS \mid BS \mid aA \mid a \mid BB \mid Bab \mid ab$$

$$A \rightarrow aA \mid a \mid BB \mid Bab \mid ab$$

$$B \rightarrow aA \mid a \mid BB \mid Bab \mid ab$$

### 6.4.

Brak symboli nieużytecznych i nieosiągalnych.

Po usunięciu  $\varepsilon$ -produkcji:

$$S \rightarrow aBB \mid aB \mid a \mid SAb \mid Sb$$

$$A \rightarrow B \mid AA \mid a$$

$$B \rightarrow A$$

Po usunięciu produkcji łańcuchowych i cykli:

$$S \rightarrow aBB \mid aB \mid a \mid SAb \mid Sb$$

$$A \rightarrow AA \mid a$$

$$B \rightarrow AA \mid a$$

### 6.5.

Brak symboli nieużytecznych i nieosiągalnych.

Po usunięciu  $\varepsilon$ -produkcji:

$$S' \rightarrow S \mid \varepsilon$$

$$S \rightarrow ab \mid SS \mid AB$$

$$A \rightarrow B \mid Sa \mid a$$

$$B \rightarrow A \mid Sb \mid b$$

Po usunięciu produkcji łańcuchowych i cykli:

$$S' \rightarrow \varepsilon \mid ab \mid SS \mid AB$$

$$S \rightarrow ab \mid SS \mid AB$$

$$A \rightarrow Sa \mid a \mid Sb \mid b$$

$$B \rightarrow Sa \mid a \mid Sb \mid b$$

## 6.6.

Początkowo brak symboli nieużytecznych i nieosiągalnych.

Po usunięciu  $\varepsilon$ -produkcji:

$$S' \rightarrow S \mid \varepsilon$$

$$S \rightarrow AB \mid A \mid B \mid BA \mid SS$$

$$A \rightarrow B$$

$$B \rightarrow A$$

Po usunięciu produkcji łańcuchowych i cykli:

$$S' \rightarrow \varepsilon \mid AB \mid BA \mid SS$$

$$S \rightarrow AB \mid BA \mid SS$$

Po końcowym usunięciu symboli nieużytecznych:

$$S' \rightarrow \varepsilon$$

## 6.7.

Brak symboli nieużytecznych i nieosiągalnych.

Po usunięciu  $\varepsilon$ -produkcji:

$$S \rightarrow AaBb \mid Aab \mid aBb \mid ab$$

$$A \rightarrow Sb$$

$$B \rightarrow Sa$$

Brak cykli.

## 6.8.

Brak symboli nieużytecznych i nieosiągalnych.

Po usunięciu  $\varepsilon$ -produkcji:

$$S' \rightarrow S \mid \varepsilon$$

$$S \rightarrow aAbB \mid aAb \mid abB \mid ab \mid AB \mid A \mid B$$

$$A \rightarrow B \mid Sa \mid a$$

$$B \rightarrow AB \mid A$$

Po usunięciu produkcji łańcuchowych i cykli:

$$S' \rightarrow \varepsilon \mid aAbB \mid aAb \mid abB \mid ab \mid Sa \mid a \mid AB$$

$$S \rightarrow aAbB \mid aAb \mid abB \mid ab \mid Sa \mid a \mid AB$$

$$A \rightarrow Sa \mid a \mid AB$$

$$B \rightarrow Sa \mid a \mid AB$$

## 6.9.

$$S \rightarrow AbS' \mid BaS'$$

$$\begin{aligned}
S' &\rightarrow ABS' \mid \varepsilon \\
A &\rightarrow Bba \mid a \\
B &\rightarrow aabB' \mid bB' \\
B' &\rightarrow baabB' \mid \varepsilon
\end{aligned}$$

**6.10.**

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow AbS' \mid BaS' \\
S' &\rightarrow BAS' \mid \varepsilon \\
A &\rightarrow BaS'baA' \mid bA' \\
A' &\rightarrow bS'baA' \mid \varepsilon \\
B &\rightarrow bA'bS'abB' \mid aB' \\
B' &\rightarrow aS'abB' \mid aS'baA'bS'abB' \mid \varepsilon
\end{aligned}$$

**6.11.**

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow ABS' \mid BAS' \\
S' &\rightarrow aaS' \mid \varepsilon \\
A &\rightarrow Ba \mid b \\
B &\rightarrow bbB' \mid aB' \\
B' &\rightarrow abB' \mid \varepsilon
\end{aligned}$$

**6.12.**

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow AAaS' \mid BBbS' \\
S' &\rightarrow SS' \mid \varepsilon \\
A &\rightarrow BBbS'AA' \mid aA' \\
A' &\rightarrow AaS'AA' \mid \varepsilon \\
B &\rightarrow aA'AaS'BB' \mid bB' \\
B' &\rightarrow BbS'BB' \mid BbS'AA'AaS'BB' \mid \varepsilon
\end{aligned}$$

**6.13.**

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow ASa \mid BSb \mid ba \\
A &\rightarrow BaA \mid b \\
B &\rightarrow bbB' \mid aB' \\
B' &\rightarrow bB' \mid aAbB' \mid \varepsilon
\end{aligned}$$

**6.14.**

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow ABa \mid BaB \\
A &\rightarrow BaBaAA' \mid bA' \\
A' &\rightarrow BaaAA' \mid \varepsilon \\
B &\rightarrow bA'BabBB' \mid aB' \\
B' &\rightarrow aBaAA'BabBB' \mid aBbBB' \mid \varepsilon
\end{aligned}$$

**6.15.**

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow AS' \mid BS' \\
S' &\rightarrow abSS' \mid \varepsilon \\
A &\rightarrow bA' \\
A' &\rightarrow AA' \mid \varepsilon \\
B &\rightarrow aB' \\
B' &\rightarrow BB' \mid \varepsilon
\end{aligned}$$

**6.16.**

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow C_a D_1 \mid C_a D_2 \\
A &\rightarrow C_b D_3 \mid C_a C_b \\
C_a &\rightarrow a \\
C_b &\rightarrow b \\
C_c &\rightarrow c \\
D_1 &\rightarrow A C_b \\
D_2 &\rightarrow S C_a \\
D_3 &\rightarrow A C_c
\end{aligned}$$
**6.17.**

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow C_a D_1 \mid C_b D_3 \\
A &\rightarrow C_a D_4 \mid a \\
C_a &\rightarrow a \\
C_b &\rightarrow b \\
D_1 &\rightarrow C_a D_2 \\
D_2 &\rightarrow S C_b \\
D_3 &\rightarrow A C_a \\
D_4 &\rightarrow A D_5 \\
D_5 &\rightarrow C_b C_b
\end{aligned}$$
**6.18.**

Po usunięciu lewostronnej rekursji:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow AB \mid BS \\
A &\rightarrow BA \mid a \\
B &\rightarrow aSB' \mid bB' \mid aS \mid b \\
B' &\rightarrow ASB' \mid AS
\end{aligned}$$

Ostatecznie:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow aSB'AB \mid bB'AB \mid aSAB \mid bAB \mid aB \mid aSB'S \mid bB'S \mid aSS \mid bS \\
A &\rightarrow aSB'A \mid bB'A \mid aSA \mid bA \mid a \\
B &\rightarrow aSB' \mid bB' \mid aS \mid b \\
B' &\rightarrow aSB'ASB' \mid bB'ASB' \mid aSASB' \mid bASB' \mid aSB' \mid aSB'AS \mid bB'AS \mid aSAS \\
&\mid bAS \mid aS
\end{aligned}$$
**6.19.**

Po usunięciu lewostronnej rekursji:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow bS' \mid b \\
S' &\rightarrow AS' \mid A \\
A &\rightarrow BA \mid a \\
B &\rightarrow bS'BB' \mid bBB' \mid aBB' \mid bS'B \mid bB \mid aB \\
B' &\rightarrow ABB' \mid AB
\end{aligned}$$

Ostatecznie:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow bS' \mid b \\
S' &\rightarrow bS'BB'AS' \mid bBB'AS' \mid aBB'AS' \mid bS'BAS' \mid bBAS' \mid aBAS' \mid aS' \mid \\
&bS'BB'A \mid bBB'A \mid aBB'A \mid bS'BA \mid bBA \mid aBA \mid a \\
A &\rightarrow bS'BB'A \mid bBB'A \mid aBB'A \mid bS'BA \mid bBA \mid aBA \mid a \\
B &\rightarrow bS'BB' \mid bBB' \mid aBB' \mid bS'B \mid bB \mid aB
\end{aligned}$$

$B' \rightarrow bS'BB'ABB' \mid bBB'ABB' \mid aBB'ABB' \mid bS'BABB' \mid bBABB' \mid aBABB' \mid$   
 $aBB' \mid bS'BB'AB \mid bBB'AB \mid aBB'AB \mid bS'BAB \mid bBAB \mid aBAB \mid aB$