7. Własności języków bezkontekstowych – odpowiedzi

7.1.

(a) $L = \{ 0^i1^j2^k \mid i \geq 1,\ j \geq 1,\ k \geq 1,\ (k \geq i \text{ lub } k \geq j) \}$

L jest oczywiście bezkontekstowy, gdyż jest generowany przez bezkontekstową gramatykę.

(b) $MIN(L) = \{ 0^i1^j2^k \mid i \geq 1,\ j \geq 1,\ k \geq 1,\ k = \min(i, j) \}$

Twierdzimy, że *MIN(L)* nie jest bezkontekstowy. Przypuśćmy bowiem, że język ten jest bezkontekstowy i niech *n* będzie stałą z lematu o rozrastaniu. Weźmy pod uwagę łańcuch $w = 0^n1^n2^n = xuyvz$ o długości równej $3n \geq n$. Jeśli $uv \neq \varepsilon$ nie zawiera dwójek, to $xu^0yv^0z = xyz$ nie należy do *MIN(L)*, gdyż zawiera zbyt dużo dwójek. Jeśli *uv* zawiera jakąś dwójkę, to nie może zawierać zera, gdyż $|uyv| \leq n$. Tym samym łańcuch xu^2yv^2z zawiera co najmniej $n+1$ dwójek, co najmniej *n* jedynek i dokładnie *n* zer, czyli nie może on należeć do *MIN(L)*. Wobec tego *MIN(L)* nie jest bezkontekstowy, a cały powyższy kontrprzykład świadczy o tym, że klasa języków bezkontekstowych nie jest zamknięta ze względu na operację *MIN*.

7.2.

(a) $L = \{ 0^i1^j2^k \mid i \geq 1,\ j \geq 1,\ k \geq 1,\ (i \geq k \text{ lub } j \geq k) \}$

L jest oczywiście bezkontekstowy, gdyż jest generowany przez bezkontekstową gramatykę.

(b) $MAX(L) = \{ 0^i1^j2^k \mid i \geq 1,\ j \geq 1,\ k \geq 1,\ k = \max(i, j) \}$

Twierdzimy, że *MAX(L)* nie jest bezkontekstowy. Przypuśćmy bowiem, że język ten jest bezkontekstowy i niech *n* będzie stałą z lematu o rozrastaniu. Weźmy pod uwagę łańcuch $w = 0^n1^n2^n = xuyvz$ o długości równej $3n \geq n$. Jeśli $uv \neq \varepsilon$ nie zawiera dwójek, to xu^2yv^2z nie należy do *MAX(L)*, gdyż zawiera zbyt mało dwójek w stosunku do liczby jedynek i/lub zer. Jeśli *uv* zawiera jakąś dwójkę, to nie może zawierać zera, gdyż $|uyv| \leq n$. Tym samym łańcuch $xu^0yv^0z = xyz$ zawiera co najwyżej $n\text{-}1$ dwójek, co najwyżej *n* jedynek i dokładnie *n* zer, czyli nie może on należeć do *MAX(L)*. Wobec tego *MAX(L)* nie jest bezkontekstowy, a cały powyższy kontrprzykład świadczy o tym, że klasa języków bezkontekstowych nie jest zamknięta ze względu na operację *MAX*.

7.3.

(a) Nie. Przypuśćmy bowiem, że język L_1 jest bezkontekstowy i niech *n* będzie stałą z lematu o rozrastaniu. Weźmy pod uwagę łańcuch $w = a^nb^nc^n = xuyvz$ o długości równej $3n \geq n$. Jeśli $uv \neq \varepsilon$ nie zawiera liter *c*, to xu^2yv^2z nie należy do L_1, gdyż zawiera zbyt mało liter *c* w stosunku do liczby liter *b* i/lub liter *a* . Jeśli *uv* zawiera jakąś literę *c*, to nie może zawierać litery *a*, gdyż $|uyv| \leq n$. Tym samym łańcuch $xu^0yv^0z = xyz$ zawiera co najwyżej $n\text{-}1$ liter *c*, co najwyżej *n* liter *b* i dokładnie *n* liter *a*, czyli nie może on należeć do L_1. Wobec tego L_1 nie jest bezkontekstowy.

(b) Tak, istnieje bowiem bezkontekstowa gramatyka generująca L_2:

$S \rightarrow AB \mid C$

$A \rightarrow aA \mid a$

$B \rightarrow bBc \mid bB \mid bc$

$C \rightarrow aCc \mid aC \mid aDc$

$D \rightarrow bD \mid b$

7.4.

(a) Nie. Przypuśćmy bowiem, że język L_1 jest bezkontekstowy i niech *n* będzie stałą z lematu o rozrastaniu. Weźmy pod uwagę łańcuch $w = a^nb^nc^n = xuyvz$ o długości równej $3n \geq n$. Jeśli $uv \neq \varepsilon$ nie zawiera liter *c*, to $xu^0yv^0z = xyz$ nie należy do L_1, gdyż zawiera zbyt dużo liter c. Jeśli uv zawiera jakąś literę c, to nie może zawierać litery a, gdyż $|uyv|\leq n$. Tym samym łańcuch xu^2yv^2z zawiera co najmniej $n+1$ liter c, co najmniej n liter b i dokładnie n liter a, czyli nie może on należeć do L_1. Wobec tego L_1 nie jest bezkontekstowy.

(b) Tak, istnieje bowiem bezkontekstowa gramatyka generująca L_2:

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow AB \mid C \\
A &\rightarrow aA \mid a \\
B &\rightarrow bBc \mid Bc \mid bc \\
C &\rightarrow aCc \mid Cc \mid aDc \\
D &\rightarrow bD \mid b
\end{aligned}
$$

7.5.

(a) Nie; przypuśćmy, że język ten jest bezkontekstowy i niech k będzie stałą z lematu o rozrastaniu języków bezkontekstowych. Rozważamy słowo $w = a^m = xuyvz$, gdzie $m = 2^k$. Słowo w ma długość równą $2^k>k$. Wówczas uv może zawierać od jednej do maksymalnie k liter a. Wtedy łańcuch xu^2yv^2z zawiera co najmniej 2^k+1 i co najwyżej 2^k+k liter a. Ponieważ $2^k < 2^k+1 < 2^k+k < 2^k+2^k=2\cdot 2^k=2^{k+1}$ więc liczba liter a w słowie xu^2yv^2z nie może być naturalną potęgą dwójki dla żadnej liczby naturalnej stojącej w wykładniku większej od k. Tak więc xu^2yv^2z nie należy do naszego języka, język ten nie może być bezkontekstowy.

(b) Tak; gdyż język ten może być opisany przy pomocy wyrażenia regularnego $\mathbf{aa(aa)}^*$, jest więc językiem regularnym, a wobec tego także bezkontekstowym.

7.6.

(a) Nie; przypuśćmy, że język ten jest bezkontekstowy i niech k będzie stałą z lematu o rozrastaniu języków bezkontekstowych. Rozważamy słowo $w = a^m = xuyvz$, gdzie $m = k^2$. Słowo w ma długość równą $k^2>k$. Wówczas uv może zawierać od jednej do maksymalnie k liter a. Wtedy łańcuch xu^2yv^2z zawiera co najmniej k^2+1 i co najwyżej k^2+k liter a. Ponieważ $k^2 < k^2+1 < k^2+k < k^2+2k+1=(k+1)^2$ więc liczba liter a w słowie xu^2yv^2z nie może być kwadratem żadnej liczby naturalnej większej od k. Tak więc xu^2yv^2z nie należy do naszego języka, język ten nie może być bezkontekstowy.

(b) Tak, gdyż język ten może być opisany przy pomocy wyrażenia regularnego $\mathbf{aaa(aaa)}^*$, jest więc językiem regularnym, a wobec tego także bezkontekstowym.

7.8.

(a) $L_1 = \{ a^ib^ic^i \mid i > 0 \}$ nie jest językiem bezkontekstowym**.** Przypuśćmy dla dowodu nie wprost, że L jest bezkontekstowy i niech k będzie stałą z lematu o rozrastaniu. Weźmy pod uwagę łańcuch $w=a^kb^kc^k$. Niech rozkład $w=xuyvz$ spełnia warunki lematu o rozrastaniu. Wtedy wobec $|uyv|\leq k$ łańcuch uv może zawierać co najwyżej dwa różne symbole. Co więcej, jeśli uv zawiera dwa różne symbole, to muszą one być symbolami kolejnymi, np. a i b. Jeśli uv zawiera wyłącznie symbole a, to xyz ma mniej symboli a niż symboli c oraz symboli b, czyli $xyz\notin L$ – sprzeczność. Postępujemy podobnie, jeśli uv składa się wyłącznie z symboli b lub wyłącznie z symboli c. Przypuśćmy teraz, że uv zawiera symbole a oraz symbole b. Jeżeli u lub v zawiera dwa różne symbole, to $xu^2yv^2z\notin L$. (Dla przykładu, jeśli u składa się z symboli a i b to xu^2yv^2z zawiera symbol b poprzedzający symbol a.). Jeśli zaś u zawiera tylko symbole a oraz v tylko symbole b, to wtedy xyz ma nadal mniej symboli a i symboli b niż symboli c, czyli znowu $xyz\notin L$. Podobna sprzeczność pojawia się w przypadku, gdy uv składa się z symboli b i symboli c. Ponieważ są to jedyne możliwości, to wnioskujemy, że L nie jest językiem bezkontekstowym.

$L_2 = \{ a^i b^i c^j \mid i > 0; j > 0 \}$ generowany przez gramatykę bezkontekstową:

S → AB
A → aAb | ab
B → cB | c

oraz $L_3 = \{ a^i b^j c^i \mid i > 0; j > 0 \}$ generowany przez gramatykę bezkontekstową:

S → aSc | aBc
B → bB | b

są oczywiście językami bezkontekstowymi

(b) Język $L_1 = L_2 \cap L_3 = \{ a^i b^i c^i \mid i > 0 \}$ nie jest językiem bezkontekstowym, jak to pokazano w punkcie (a). Klasa języków bezkontekstowych nie jest więc zamknięta ze względu na iloczyn teoriomnogościowy

7.9.

(a) $L_1=\{a^i b^j a^i b^j \mid i \geq 1, j \geq 1\}$ nie jest bezkontekstowy, a więc tym bardziej nie jest regularny. Przypuśćmy bowiem dla dowodu nie wprost, że L_1 jest bezkontekstowy i niech k będzie stałą z lematu o rozrastaniu. Weźmy pod uwagę łańcuch $w=a^k b^k a^k b^k$. Niech rozkład $w=xuyvz$ spełnia warunki lematu o rozrastaniu. Wtedy wobec $|uyv| \leq k$ łańcuch uv może zawierać co najwyżej kolejne symbole z dwóch kolejnych podłańcuchów danych liter, np. a i b lub b i a. Jeśli uv zawiera wyłącznie symbole a z pierwszego podłańcucha składającego się z liter a, to xyz ma mniej symboli a w pierwszym podłańcuchu liter a niż w drugim podłańcuchu tych samych liter, czyli $xyz \notin L_1$ – sprzeczność. Postępujemy podobnie, jeśli uv składa się wyłącznie z symboli b z pierwszego podłańcucha liter b, wyłącznie z symboli a z drugiego podłańcucha liter a lub wyłącznie z symboli b z drugiego podłańcucha liter b. Przypuśćmy teraz, że uv zawiera symbole a oraz symbole b. Jeżeli któryś z łańcuchów u lub v zawiera dwa różne symbole, to $xu^2yv^2z \notin L_1$. (Dla przykładu, jeśli u składa się z symboli a i b to xu^2yv^2z zawiera symbol b poprzedzający symbol a.). Jeśli teraz u zawiera tylko symbole a z pierwszego podłańcucha liter a oraz v tylko symbole b z pierwszego podłańcucha liter b, to wtedy xyz ma nadal mniej symboli a w pierwszym podłańcuchu liter a niż symboli a w drugim podłańcuchu liter a, czyli znowu $xyz \notin L_1$. Podobna sprzeczność pojawia się w przypadku, gdy uv składa się z symboli b z pierwszego podłańcucha liter b i symboli a z drugiego podłańcucha liter a lub z symboli a z drugiego podłańcucha liter a i symboli b z drugiego podłańcucha liter b. Ponieważ są to jedyne możliwości, to wnioskujemy, że L_1 nie jest językiem bezkontekstowym.

Język $L_2 = \{ a^i b^j a^k b^n \mid i \geq 1, j \geq 1, k \geq 1 \text{ oraz } n \geq 1 \}$ jest oczywiście bezkontekstowy, gdyż jest regularny; może być przedstawiony przy pomocy wyrażenia regularnego $\mathbf{aa^*bb^*aa^*bb^*}$.

(b) Prawdziwość twierdzenie przedstawionego w punkcie (b) zadania pociąga prawdziwość twierdzenia przeciwstawnego: jeżeli $L \cap R$ nie jest językiem bezkontekstowym, to język L nie jest językiem bezkontekstowym lub język R nie jest zbiorem regularnym. W naszym zadaniu zachodzi:

$$L_1 = L_2 \cap L_3$$

więc skoro L_1 nie jest bezkontekstowy, a L_2 na pewno jest regularny, to L_3 nie może być bezkontekstowy.

7.10. (Szkic odpowiedzi)

(a) $L_1 = \{ a^i b^j c^k \mid i \geq 1, j \geq 1, k \geq 1, j = max(i,k) \}$ nie jest bezkontekstowy. Załóżmy dla dowodu nie wprost że L_1 jest bezkontekstowy i niech k będzie stałą z lematu o rozrastaniu. Rozważamy łańcuch $w = a^k b^k c^k = xuyvz$. Wtedy wobec $|uyv| \leq k$ łańcuch

uv może zawierać co najwyżej dwa różne symbole lub symbole jednego tylko rodzaju. Jeśli uv zawiera tylko symbole a, to pompowanie spowoduje, że w xu^2yv^2z symboli b będzie zbyt mało. Podobnie byłoby, gdyby uv zawierało tylko symbole c. Jeśli uv zawiera tylko symbole b, to pompowanie spowoduje, że w xu^2yv^2z symboli b będzie zbyt wiele. Jeśli u zawiera tylko symbole a, zaś v zawiera tylko symbole b, to w $xyz = xu^0yv^0z$ symboli b będzie zbyt mało. Podobnie byłoby, gdyby u zawierało tylko symbole b, zaś v zawierało tylko symbole c. Ponieważ zostały wyczerpane wszystkie możliwości – język L_1 nie jest bezkontekstowy.

(b) $L_2 = \{ a^ib^jc^k \mid i \geq 1,\ j \geq 1,\ k \geq 1 \}$ jest regularny (opisujące go wyrażenie regularne $\mathbf{aa^*bb^*cc^*}$), więc siłą rzeczy jest bezkontekstowy.

(c) $L_3 = \{ a^ib^jc^k \mid i \geq 1,\ j \geq 1,\ k \geq 1,\ i = k \}$ jest bezkontekstowy, gdyż jest generowany przez gramatykę bezktekstową:

$S \to aSc \mid aAc$

$A \to bA \mid b$

Język ten nie jest regularny. Załóżmy dla dowodu nie wprost, że L_3 jest regularny i niech k będzie stałą z lematu o rozrastaniu języków regularnych. Rozważmy łańcuch $w = a^kbc^k = xuz$. Podłańcuch u może zawierać tylko symbole jednego rodzaju (dlaczego?). Co więcej nie mogą to być symbole a ani c, gdyż pompowanie na przykład tylko części słowa zawierającej litery a spowoduje, że w całym słowie będzie więcej liter a niż liter c. Podłańcuch u może zawierać więc tylko symbole b, a dokładniej w naszym słowie musi to być jedyna litera b. Jednak wówczas $xu^0z = a^kc^k \notin L_3$. Stąd L_3 nie jest regularny.

7.13.

(b) $L=\{a^lb^mc^n \mid l\neq m,\ m\neq n,\ l\neq n\}$. Przypuśćmy, że L jest bezkontekstowy. Niech k będzie stałą z lematu Ogdena. Weźmy pod uwagę łańcuch $w=a^kb^{k+k!}c^{k+2k!}$. Załóżmy, że wyróżniamy pozycje symboli a, niech rozkład $w=xuyvz$ spełnia warunki lematu Ogdena. Jeżeli u lub v zawiera dwa różne symbole, to $xu^2yv^2z\notin L$. (Dla przykładu, jeśli u składa się z symboli a i b to xu^2yv^2z zawiera symbol b poprzedzający symbol a.) Jednak przynajmniej jedno spośród u i v musi zawierać symbole a, ponieważ tylko te symbole występują na wyróżnionych pozycjach. Zatem jeśli $v\in\{b\}^*$ lub $v\in\{c\}^*$, to u musi należeć do $\{a\}^+$. Jeżeli $v\in\{a\}^+$, to u musi należeć do $\{a\}^*$, gdyż inaczej jakiś symbol b lub c poprzedziłby symbol a. Rozważmy szczegółowo przypadek, gdy $v\in\{b\}^*$, a $u\in\{a\}^+$. (Pozostałe przypadki traktowane są w podobny sposób.) Niech $p=|u|$. Wtedy $1\leq p\leq k$, czyli p dzieli $k!$. Niech q będzie liczbą całkowitą, taką że $pq=k!$ Wtedy $w'=xu^{2q+1}yv^{2q+1}z\in L$. Ale $u^{2q+1}=a^{p(2q+1)}=a^{2pq+p}=a^{2k!+p}$. Ponieważ xyz zawiera dokładnie k-p symboli a, to w' zawiera $2k!+p+(k–p)$ czyli $2k!+k$ symboli a, czyli tyle samo co symboli c, stąd $w'\notin L$ – sprzeczność. Podobna sprzeczność pojawia się w przypadku, gdy $v\in\{c\}^*$ lub $v\in\{a\}^+$. Zatem L nie jest językiem bezkontekstowym.

(c) $L=\{a^ib^ic^j \mid j\neq i\}$. Przypuśćmy, że L jest bezkontekstowy. Niech k będzie stałą z lematu Ogdena. Weźmy pod uwagę łańcuch $w=a^kb^kc^{k+k!}$. Załóżmy, że wyróżniamy pozycje symboli a, niech rozkład $w=xuyvz$ spełnia warunki lematu Ogdena. Jeżeli u lub v zawiera dwa różne symbole, to $xu^2yv^2z\notin L$. (Dla przykładu, jeśli u składa się z symboli a i b to xu^2yv^2z zawiera symbol b poprzedzający symbol a.) Jednak przynajmniej jedno spośród u i v musi zawierać symbole a, ponieważ tylko te symbole występują na wyróżnionych pozycjach. Z uwagi na konieczność zapewnienia synchronicznego pompowania bloków liter a oraz liter b widać, że powinno być $v\in\{b\}^+$. (Czytelnik jest proszony o sprecyzowanie i sformalizowanie tej myśli.) Rozważmy szczegółowo przypadek, gdy $v\in\{b\}^+$, a $u\in\{a\}^+$. Niech $p=|u|$. Wtedy $1 \leq p \leq k$, czyli p dzieli $k!$. Niech q będzie liczbą całkowitą, taką że

$pq = k!$ Wtedy $w' = xu^{q+1}yv^{q+1}z \in L$. Ale $u^{q+1} = a^{p(q+1)} = a^{pq+p} = a^{k!+p}$. Ponieważ xyz zawiera dokładnie $k\text{-}p$ symboli a, to w' zawiera $k!+p+(k–p)$ czyli $k!+k$ symboli a, czyli tyle samo co symboli c, stąd $w' \notin L$ – sprzeczność. Zatem L nie jest językiem bezkontekstowym.

7.14. (szkic odpowiedzi)
(a) Niech $G = <N,T,P,Z>$ będzie gramatyką bezkontekstową w postaci normalnej Chomsky'ego. Aby skonstruować gramatykę G' taką, że $L(G')$ = CYKL$(L(G))$, weźmy pod uwagę drzewo wyprowadzenia słowa x_1x_2 w gramatyce G. Śledzimy drogę z Z do pierwszego od lewej symbolu słowa x_2. Chcemy wygenerować tę drogę w odwrotnej kolejności (z dołu do góry), umieszczając jednocześnie poszczególne symbole po przeciwnej stronie drogi (w stosunku do tej, po której się pierwotnie pojawiły). W tym celu konstruujemy

$$G' = <N \cup \{A' \mid A \in N\} \cup \{Z_0\}, T, P', Z_0>$$

gdzie P' zawiera:
(1) wszystkie produkcje z P,
(2) $C' \to A'B$ i $B' \to CA'$, jeśli P zawiera $A \to BC$,
(3) $Z' \to \varepsilon$,
(4) $Z_0 \to aA'$, jeśli P zawiera $A \to a$,
(5) $Z_0 \to Z$.

Aby udowodnić, że $L(G')$ = CYKL$(L(G))$, pokazujemy przez indukcję względem długości wyprowadzenia, że $A'_1 \overset{*}{\Rightarrow} A_1A_2 \Lambda\ A_n$ wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego i

$$A'_1 \overset{*}{\Rightarrow} A_{i+1} \Lambda\ A_n A' A_1 A_2 \Lambda\ A_{i-1}.$$

Zatem

$$Z \overset{*}{\Rightarrow} A_1A_2 \Lambda\ A_n \Rightarrow A_1A_2 \Lambda\ A_{i-1}aA_{i+1} \Lambda\ A_n$$

wtedy i tylko wtedy, gdy

$$Z_0 \Rightarrow aA'_1 \overset{*}{\Rightarrow} aA_{i+1} \Lambda\ A_n Z' A_1 \Lambda\ A_{i-1}$$
$$\Rightarrow aA_{i+1} \Lambda\ A_n A_1 A_2 \Lambda\ A_{i-1}.$$

Rozważmy przykładowe gramatyki G i G':

gramatyka G:

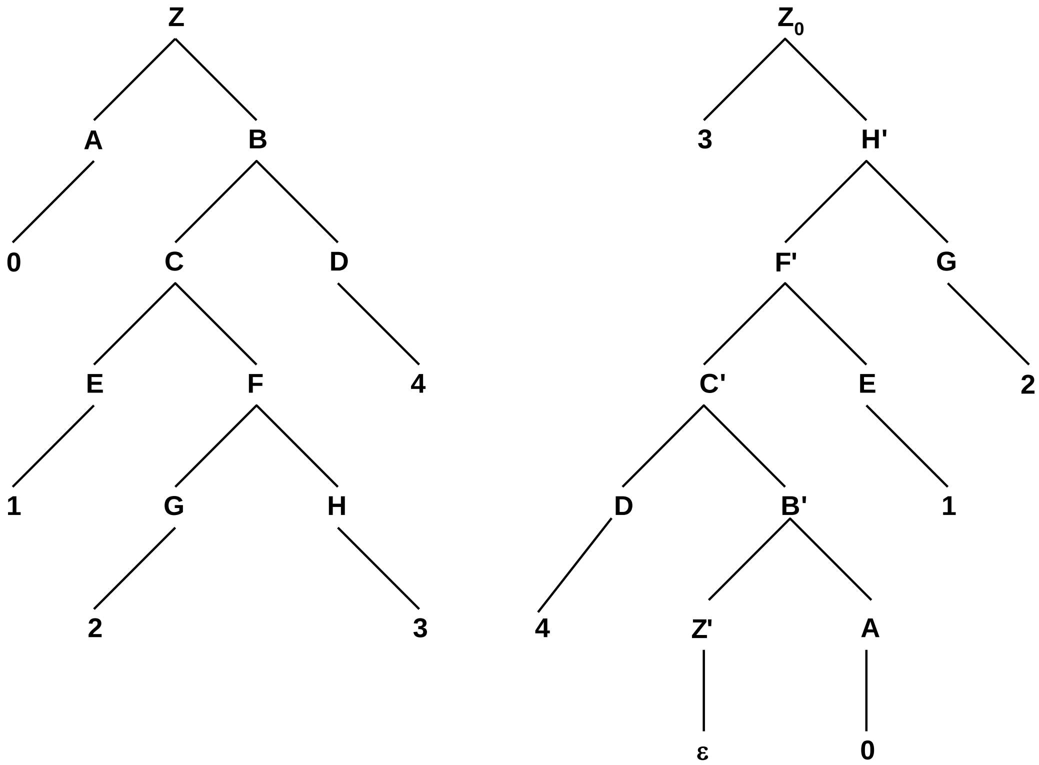
$Z \to AB$
$A \to 0$
$B \to CD$
$C \to EF$
$D \to 4$
$E \to 1$
$F \to GH$
$G \to 2$
$H \to 3$

gramatyka G':

$Z_0 \to Z \mid 0A' \mid 4D' \mid 1E' \mid 2G' \mid 3H'$
$Z \to AB$
$Z' \to \varepsilon$
$A \to 0$
$A' \to BZ'$
$B \to CD$
$B' \to Z'A$
$C \to EF$
$C' \to DB'$
$D \to 4$
$D' \to B'C$
$E \to 1$
$E' \to FC'$
$F \to GH$
$F' \to C'E$
$G \to 2$
$G' \to HF'$

$$H \rightarrow 3$$
$$H' \rightarrow F'G$$

Drzewo wyprowadzenia w gramatyce *G* wraz z odpowiadającym mu drzewu wyprowadzenia w gramatyce *G'* pokazano na rysunku:



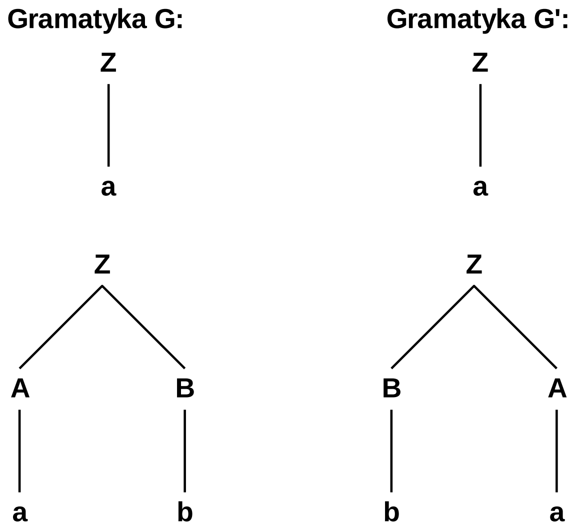
(b) Niech $G = \langle N,T,P,Z \rangle$ będzie gramatyką bezkontekstową w postaci normalnej Chomsky'ego. Aby skonstruować gramatykę *G'* taką, że $L(G') = (L(G)^R$ zauważymy, że wystarczy w gramatyce *G'* dokonać odbicia zwierciadlanego prawych stron poszczególnych produkcji gramatyki *G*. Wówczas wyprowadzenia w *G'* tworzone w tej samej kolejności, co w gramatyce *G* (od góry ku dołowi), będą budowały słowo terminalne "od końca do początku". Konstruujemy więc

$$G' = \langle N, T, P', Z\}$$

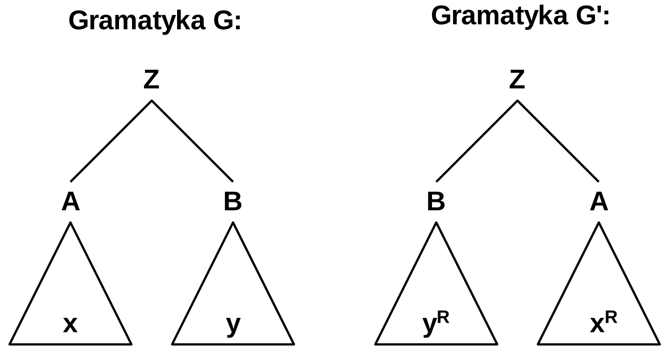
gdzie *P'* zawiera:

(1) $A \rightarrow CB$, jeśli *P* zawiera $A \rightarrow BC$,
(2) wszystkie produkcje typu $A \rightarrow a$ ze zbioru *P*.

Dowód przeprowadzamy przez indukcję względem długości słowa. Podstawę indukcyjną dla słów o długości jeden i dwa pokazuje poniższy rysunek



zaś krok indukcyjny jest dowodzony z wykorzystaniem oczywistej zależności $(xy)^R = y^R x^R$, co ilustruje kolejny rysunek:



Rozważmy przykładowe gramatyki G i G':

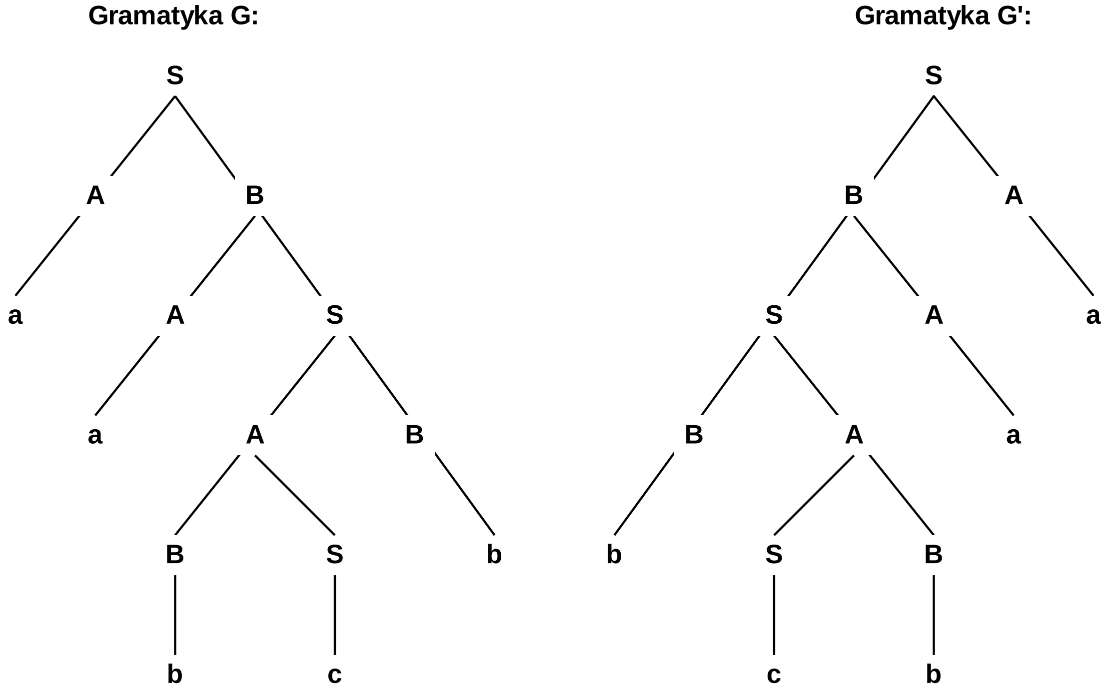
gramatyka G:

$S \rightarrow c \mid AB$
$A \rightarrow a \mid BS$
$B \rightarrow b \mid AS$

gramatyka G':

$S \rightarrow c \mid BA$
$A \rightarrow a \mid SB$
$B \rightarrow b \mid SA$

Drzewo wyprowadzenia w gramatyce *G* wraz z odpowiadającym mu drzewu wyprowadzenia w gramatyce *G'* pokazano na rysunku:



7.15. Tak

		a	a	a	a	a
				i →		
		1	2	3	4	5
	1	**A,C**	**A,C**	**A,C**	**A,C**	**A,C**
j	2	**B**	**B**	**B**	**B**	
↓	3	**S,A,C**	**S,A,C**	**S,A,C**		
	4	**B**	**B**			

5	**S,A,C**		

7.16. Nie

	a	a	a	a	a	a
j ↓ \ i →	1	2	3	4	5	6
1	**A,C**	**A,C**	**A,C**	**A,C**	**A,C**	**A,C**
2	**B**	**B**	**B**	**B**	**B**	
3	**S,A,C**	**S,A,C**	**S,A,C**	**S,A,C**		
4	**B**	**B**	**B**			
5	**S,A,C**	**S,A,C**				
6	**B**					

7.17. Tak

	b	a	a	b	a
j ↓ \ i →	1	2	3	4	5
1	**B**	**A,C**	**A,C**	**B**	**A,C**
2	**S,A**	**B**	**S,C**	**S,A**	
3	∅	**B**	**B**		
4	∅	**S,A,C**			
5	**S,A,C**				

7.18. Tak

	b	b	b	a	b
j ↓ \ i →	1	2	3	4	5
1	**B**	**B**	**B**	**A,C**	**B**
2	∅	∅	**S,A**	**S,C**	
3	∅	**A**	**S,C**		
4	**A**	**S,C**			
5	**S,C**				

7.19.

$X_n \rightarrow X_{n-1}\, X_{n-1}$
$X_{n-1} \rightarrow X_{n-2}\, X_{n-2}$
....
$X_1 \rightarrow X_0\, X_0$
$X_0 \rightarrow a \mid \varepsilon$

Dla ustalonego *n* język jest regularny, bo ma skończoną liczbę słów równą 2^n+1