

2. Języki i gramatyki – zadania

Podać gramatyki generujące poniższe języki. (Małe litery łacińskie i cyfry oznaczają symbole terminalne.)

2.1.

$$\{ ab, bbc, ccca, aaaab, bbbbbc, ccccca, aaaaaaab, \dots \}$$

2.2.

$$\{ a, b, ab, ba, aba, bab, abab, baba, ababa, babab, \dots \}$$

2.3.

$$\{ a, ab, abc, abca, abcab, abcabc, abcabca, \dots \}$$

2.4.

$$\{ abb, abbaab, abbaababb, abbaababbaab, \dots \}$$

2.5.

$$\{ ab^n c^{2n+m} a \mid n \geq 1, m \geq 1 \}$$

2.6.

$$\{ a^n b^{n+m} a^m \mid n \geq 1, m \geq 1 \}$$

2.7.

$$\{ ba^{2m+n} c^m a \mid n \geq 1, m \geq 1 \}$$

2.8.

$$\{ ba^m ba^{m+n} c \mid n \geq 1, m \geq 1 \}$$

2.9.

$$\{ ba^m c^n a^{m+n} b \mid n \geq 1, m \geq 1 \}$$

2.10.

$$\{ x \mid x \in \{a, b\}^+, \text{ liczba symboli } a \text{ w słowie } x \text{ jest równa liczbie symboli } b \text{ w słowie } x \}$$

2.11.

$$\{ x \mid x \in \{a, b\}^+, \text{ w każdym słowie } x \text{ drugim licząc od początku symbolem jest symbol } a \text{ oraz przedostatnim symbolem jest symbol } a \}$$

2.12.

$$\{ x \mid x \in \{a, b\}^+, \text{ każde } x \text{ zawiera choć raz dwa kolejne symbole } a \text{ oraz choć raz trzy kolejne symbole } b \}$$

2.13.

$$\{ ba^i cb^{i+1} \mid i \geq 1 \}$$

2.14.

$$\{ a^i b^j \mid i \geq 0, j \geq 0, i \geq j \}$$

2.15.

$$\{ (aabb)^i \mid i \geq 0 \}$$

2.16.

$$\{ a^{3i} \mid i \geq 1 \}$$

2.17.

$$\{ xx^R \mid x \in \{a,b\}^*, \text{ jeśli } x = a_1a_2\dots a_{k-1}a_k \text{ to } x^R = a_ka_{k-1}\dots a_2a_1 \}$$

2.18.

$\{ x \mid x \in \{a,b\}^*, \text{ liczba symboli } a \text{ w słowie } x \text{ jest parzysta i liczba symboli } b \text{ w słowie } x \text{ jest parzysta} \}$

2.19.

$$\{ x \mid x \in \{a,b\}^*, x = x_0x_1x_2\dots x_k, k \geq 0, x_i \in \{ab,ba\} \text{ dla } 0 \leq i \leq k \}$$

2.20.

$$\{ a^i cb^i \mid i \geq 0 \}$$

2.21.

$$\{ a^n b^n a^m \mid n \geq 0, m \geq 1 \}$$

2.22.

$$\{ a^n b^m a^n \mid n \geq 1, m \geq 0 \}$$

2.23.

Język nad alfabetem $\{(,)\}$, którego słowa są ciągami prawidłowo zagłębionych nawiasów, np.: $()$, $(())$, $()()$, $()((()))$, $((()()))()$, itd.

2.24.

Język nad alfabetem $\{a,b\}$ zawierający słowa, które rozpoczynają się i kończą literą a ; między tymi literami znajduje się dowolny ciąg liter a i b , taki że każde dwie litery b są oddzielone co najmniej jedną literą a

2.25.

$$\{a,b\}^*$$

2.26.

$$\{ \varepsilon \}$$

2.27.

$$\{ \varepsilon, a, b, ab, ba \}$$

2.28.

Język nad alfabetem $\{0,1\}$ będący zbiorem wszystkich łańcuchów zawierających co najmniej dwa zera

2.29.

Język nad alfabetem $\{0,1\}$ będący zbiorem wszystkich łańcuchów zawierających dwa kolejne zera

2.30.

Język nad alfabetem $\{0,1\}$ będący zbiorem wszystkich łańcuchów, w których przedostatni symbol jest jedyneką

2.31.

Język nad alfabetem $\{0,1\}$ będący zbiorem wszystkich łańcuchów, w których drugi licząc od początku symbol jest jedynką

2.32.

$$\{ a^n b^{n+m} a^{m+k} b^k \mid n \geq 1, m \geq 1, k \geq 1 \}$$

2.33.

$$\{ a^n b^m a^k b^k a^m b^n \mid n \geq 1, m \geq 1, k \geq 1 \}$$

2.34.

$$\{ a^n b^m a^m b^n a^k b^k \mid n \geq 1, m \geq 1, k \geq 1 \}$$

2.35.

Język nad alfabetem $\{a,b\}$ będący zbiorem wszystkich łańcuchów rozpoczynających się od symbolu a i kończących się symbolem b .

2.35

Podać gramatyki generujące następujące języki:

(a) $L_1 = \{ a^k b^l c^m d^n \mid k > l > 0, m > n > 0 \}$

(b) $L_2 = \{ w \# x \mid x^R \text{ jest podłańcuchem łańcucha } w \text{ dla } w, x \in \{a,b\}^* \}$

2.36.

Podać gramatyki generujące następujące języki:

(a) $L_1 = \{ a^k b^l c^m d^n \mid n > k > 0, m > l > 0 \}$

(b) $L_2 = \{ w \# x \mid w^R \text{ jest podłańcuchem łańcucha } x \text{ dla } w, x \in \{a,b\}^* \}$

2.37.

Podać gramatyki generujące następujące języki:

(a) $L_1 = \{ a^n b^m c^k \mid n \geq 0, m \geq 1, k \geq 0 \}$

(b) $L_2 = \{ a^n b^m c^k \mid n \geq 1, m \geq 0, k \geq 1 \}$

(c) $L_3 = L_1 \cup L_2$

(d) $L_4 = \{ a^n b^m c^k \mid n+m \geq 1, m+k \geq 1 \}$

2.38.

Podać gramatyki generujące następujące języki:

(a) $L_1 = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \text{każda sekwencja tych samych liter jest nie krótsza niż } 3 \}$

(b) $L_2 = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \text{każda sekwencja tych samych liter jest nie dłuższa niż } 2 \}$

2.39.

Podać gramatyki generujące następujące języki:

(a) $L_1 = \{ a^n b^{2n} c^m \mid m, n \geq 0 \}$

(b) $L_2 = \{ a^n b^m c^{2m} \mid m, n \geq 0 \}$

Jaką postać mają słowa języka $L_3 = L_1 \cap L_2$?

Czy potrafiłabyś/potrafiłbyś napisać gramatykę bezkontekstową tego języka? Jeśli nie, to co sprawiłoby trudność?

2.40.

Napisać gramatykę bezkontekstową generującą poniższy język:

$$L = \{ a^i b^j c^k d^m \mid i \geq 0, j \geq 0, k \geq 0, m \geq 0, i+j = k+m \}$$

Czy utworzona przed Ciebie gramatyka jest jednoznaczna? Odpowiedź uzasadnij.

2.41.

Napisać gramatykę bezkontekstową generującą poniższy język:

$$L = \{ a^i b^j \mid i \geq 1, j \geq 1, (i \neq j \wedge i \neq 2j) \}$$

Czy utworzona przed Ciebie gramatyka jest jednoznaczna? Odpowiedź uzasadnij.

2.42.

Napisać gramatykę bezkontekstową generującą poniższy język:

$$L = \{ a^i b^j \mid i \geq 0, j \geq 0, (i \neq j \wedge i \neq j+1) \}$$

Czy utworzona przed Ciebie gramatyka jest jednoznaczna? Odpowiedź uzasadnij.

2.43.

Napisać gramatykę bezkontekstową generującą poniższy język:

$$L = \{ a^i b^j \mid i \geq 0, j \geq 0, |i-j| \neq 1 \}$$

Czy utworzona przed Ciebie gramatyka jest jednoznaczna? Odpowiedź uzasadnij.

2.44.

Napisać gramatykę bezkontekstową generującą poniższy język:

$$L = \{ a^i b^j c^k \mid i \geq 1, j \geq 1, k \geq 1, (i \leq 2j \vee k \leq 2j) \}$$

Czy utworzona przed Ciebie gramatyka jest jednoznaczna? Odpowiedź uzasadnij.

2.45.

Napisać gramatykę bezkontekstową generującą poniższy język:

$$L = \{ a^i b^j c^k \mid i \geq 1, j \geq 1, k \geq 1, (i \geq 2j \vee k \geq 2j) \}$$

Czy utworzona przed Ciebie gramatyka jest jednoznaczna? Odpowiedź uzasadnij.

2.46.

Napisać gramatykę bezkontekstową generującą poniższy język:

$$L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \text{słowo } w \text{ jest słowem o parzystej długości oraz liczba wystąpień} \\ \text{litery } b \text{ na pozycjach parzystych słowa } w \text{ jest równa liczbie} \\ \text{wystąpień tej litery na pozycjach nieparzystych} \}$$

Czy utworzona przed Ciebie gramatyka jest jednoznaczna? Odpowiedź uzasadnij.