8. Automat ze stosem – zadania

Podać postać słów języków akceptowanych przez poniższe automaty ze stosem:

8.1.

$Q = \{ q_0, q_1, q_2 \}$	$\delta(q_0, a, \#) = \{ (q_0, \#A) \}$
$T = \{ a, b \}$	$\delta(q_0, a, A) = \{ (q_0, ABB) \}$
$S = \{ A, B, C, \# \}$	$\delta(q_0, a, B) = \{ (q_0, BCCCC) \}$
$s_0 = \#$	$\delta(q_0, a, C) = \{ (q_0, CA) \}$
$F = \{ q_2 \}$	$\delta(q_0, b, A) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$
q_0 – st. pocz.	$\delta(q_1, b, A) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$
	$\delta(q_1, b, B) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$
	$\delta(q_1, b, CC) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$
	$\delta(q_1, \$, \#) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$

8.2.

$Q = \{ q_0, q_1, q_2 \}$	$\delta(q_0, a, \#) = \{ (q_0, \#A) \}$
$T = \{ a, b \}$	$\delta(q_0, a, A) = \{ (q_0, ABB) \}$
$S = \{ A, B, C, \# \}$	$\delta(q_0, a, B) = \{ (q_0, BCCCC) \}$
$s_0 = \#$	$\delta(q_0, a, C) = \{ (q_0, CA) \}$
$F = \{ q_2 \}$	$\delta(q_0, b, BB) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$
q_0 – st. pocz.	$\delta(q_1, b, B) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$
	$\delta(q_1, b, C) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$
	$\delta(q_1, b, A) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$
	$\delta(q_1, \$, \#) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$

8.3.

$Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}$	$\delta(q_0, a, \#) = \{ (q_0, \#A) \}$
$T = \{ a, b \}$	$\delta(q_0, a, A) = \{ (q_0, ABB) \}$
$S = \{ A, B, C, \# \}$	$\delta(q_0, a, B) = \{ (q_0, BCCCC) \}$
$s_0 = \#$	$\delta(q_0, a, C) = \{ (q_0, CA) \}$
$F = \{ q_3 \}$	$\delta(q_0, b, B) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$
q_0 – st. pocz.	$\delta(q_1, b, B) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
	$\delta(q_2, b, A) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
	$\delta(q_2, b, CC) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
	$\delta(q_2, b, BB) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
	$\delta(q_2, \$, \#) = \{ (q_3, \varepsilon) \}$

8.4.

$Q = \{ q_0, q_1, q_2 \}$	$\delta(q_0, a, \#) = \{ (q_0, \#A) \}$
$T = \{ a, b \}$	$\delta(q_0, a, A) = \{ (q_0, ABB) \}$
$S = \{ A, B, C, \# \}$	$\delta(q_0, a, B) = \{ (q_0, BCCC) \}$
$s_0 = \#$	$\delta(q_0, a, C) = \{ (q_0, CA) \}$
$F = \{ q_2 \}$	$\delta(q_0, b, CCC) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$
q_0 – st. pocz.	$\delta(q_1, b, A) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$
	$\delta(q_1, b, BB) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$
	$\delta(q_1, b, C) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$
	$\delta(q_1, \$, \#) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$

8.5.

$Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}$
$T = \{ a, b, c, d \}$
$S = \{ A, B, C, D, \# \}$
$s_0 = \#$
$F = \{ q_3 \}$
q_0 – st. pocz.

$\delta(q_0, a, \#) = \{ (q_0, \#A) \}$
$\delta(q_0, a, A) = \{ (q_0, ABB) \}$
$\delta(q_0, a, B) = \{ (q_0, BCCCC) \}$
$\delta(q_0, a, C) = \{ (q_0, CA) \}$
$\delta(q_0, b, CC) = \{ (q_2, DD) \}$
$\delta(q_2, d, DD) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
$\delta(q_2, c, CC) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$
$\delta(q_1, a, A) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$
$\delta(q_1, b, B) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$
$\delta(q_1, b, CC) = \{ (q_2, DD) \}$
$\delta(q_1, \$, \#) = \{ (q_3, \varepsilon) \}$

8.6.

$Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4 \}$
$T = \{ a, b, d \}$
$S = \{ A, B, C, D, \# \}$
$s_0 = \#$
$F = \{ q_4 \}$
q_0 – st. pocz.

$\delta(q_0, a, \#) = \{ (q_1, \#A) \}$
$\delta(q_1, a, A) = \{ (q_2, ABB) \}$
$\delta(q_2, a, B) = \{ (q_0, BCCCC) \}$
$\delta(q_0, a, C) = \{ (q_1, CA) \}$
$\delta(q_1, b, A) = \{ (q_3, \varepsilon) \}$
$\delta(q_3, d, C) = \{ (q_3, D) \}$
$\delta(q_3, b, CD) = \{ (q_3, \varepsilon) \}$
$\delta(q_3, a, CC) = \{ (q_3, \varepsilon) \}$
$\delta(q_3, b, B) = \{ (q_3, \varepsilon) \}$
$\delta(q_3, a, A) = \{ (q_3, \varepsilon) \}$
$\delta(q_3, \$, \#) = \{ (q_4, \varepsilon) \}$

8.7.

$Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}$
$T = \{ a, b, c, d \}$
$S = \{ A, B, C, \# \}$
$s_0 = \#$
$F = \{ q_3 \}$
q_0 – st. pocz.

$\delta(q_0, a, \#) = \{ (q_0, \#A) \}$
$\delta(q_0, b, A) = \{ (q_1, ABBBB) \}$
$\delta(q_0, a, C) = \{ (q_0, CA) \}$
$\delta(q_1, c, B) = \{ (q_0, BCC) \}$
$\delta(q_1, d, BBBB) = \{ (q_2, A) \}$
$\delta(q_2, d, A) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
$\delta(q_2, d, B) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
$\delta(q_2, d, C) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
$\delta(q_2, \$, \#) = \{ (q_3, \varepsilon) \}$

8.8.

$Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}$
$T = \{ a, b, d \}$
$S = \{ A, B, C, \# \}$
$s_0 = \#$
$F = \{ q_3 \}$
q_0 – st. pocz.

$\delta(q_0, a, \#) = \{ (q_1, \#A) \}$
$\delta(q_0, a, C) = \{ (q_1, CA) \}$
$\delta(q_0, a, A) = \{ (q_1, ABBB) \}$
$\delta(q_1, b, A) = \{ (q_0, AAA) \}$
$\delta(q_1, b, B) = \{ (q_0, BC) \}$
$\delta(q_1, d, BBB) = \{ (q_2, C) \}$
$\delta(q_2, d, A) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
$\delta(q_2, d, B) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
$\delta(q_2, d, C) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
$\delta(q_2, \$, \#) = \{ (q_3, \varepsilon) \}$

8.9

$Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}$
$T = \{ a, b, c, d \}$
$S = \{ A, B, C, D, \# \}$
$s_0 = \#$
$F = \{ q_3 \}$
q_0 – st. pocz.

$\delta(q_0, a, \#) = \{ (q_1, \#A) \}$
$\delta(q_0, a, C) = \{ (q_1, CA) \}$
$\delta(q_1, a, A) = \{ (q_0, ABB) \}$
$\delta(q_0, b, B) = \{ (q_0, BDDD) \}$
$\delta(q_0, c, D) = \{ (q_0, DCC) \}$
$\delta(q_0, d, D) = \{ (q_2, AA) \}$
$\delta(q_2, a, A) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
$\delta(q_2, b, B) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
$\delta(q_2, c, C) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
$\delta(q_2, d, D) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
$\delta(q_2, \$, \#) = \{ (q_3, \varepsilon) \}$

8.10.

$Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}$
$T = \{ a, b, c \}$
$S = \{ A, B, C, \# \}$
$s_0 = \#$
$F = \{ q_3 \}$
q_0 – st. pocz.

$\delta(q_0, a, \#) = \{ (q_1, \#A) \}$
$\delta(q_0, a, C) = \{ (q_1, CA) \}$
$\delta(q_1, a, A) = \{ (q_0, AAA) \}$
$\delta(q_0, b, A) = \{ (q_0, ABBBB) \}$
$\delta(q_0, c, B) = \{ (q_0, BCC) \}$
$\delta(q_1, b, A) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
$\delta(q_2, c, A) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
$\delta(q_2, b, CC) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
$\delta(q_2, a, BB) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$
$\delta(q_2, \$, \#) = \{ (q_3, \varepsilon) \}$

Poniżej podana jest modyfikacja znanego modelu automatu ze stosem. Trzeba powiedzieć i uzasadnić, czy model zmodyfikowany ma tę samą funkcjonalność (akceptuje tę samą klasę języków) co niezmodyfikowany.

8.11.

Automat ze stosem, który może przesuwać się po wejściu w dwie strony. (Przykładowe przejście: w stanie *q*, z *a* na wejściu i *b* na wierzchołku stosu, zmień stan na *p*, zdejmij ze stosu literę *b* i przesuń głowicę w lewo.)

8.12.

Automat ze stosem, z operacją "podwój stos", która zamienia stos *w* na stos *ww*.

8.13.

Automat ze stosem, który może wykonać instrukcję "usuń ostatnią literę czytanego słowa".

8.14.

Automat ze stosem, który może czytać wejście dwa razy (po przeczytaniu łańcucha z wejścia pierwszy raz, dostaje na taśmie wejściowej separator # i potem łańcuch wejściowy drugi raz)?

8.15.
Automat ze „stosami”, który może obsługiwać dwa stosy. (Przykładowe przejście: w stanie q, z a na wejściu, z b na wierzchołku pierwszego stosu i c na wierzchołku drugiego stosu, zmień stan na p, zdejmij z pierwszego stosu literę b i połóż na wierzchołku drugiego stosu literę d.)

8.16.
Automat ze stosem, z operacją “odwróć stos”, która zamienia stos w na stos w^R.

Zbudować deterministyczny automat ze stosem akceptujący język generowany przez poniższą gramatykę:

8.17.

$$S \to aSc \mid aAc$$
$$A \to aAb \mid aA \mid ab$$

8.18.

$$S \to aSc \mid aAc$$
$$A \to bAc \mid Ac \mid bc$$

8.19.

$$S \to aSc \mid aAc$$
$$A \to bAc \mid bA \mid bc$$

8.20.

$$S \to aSc \mid aAc$$
$$A \to aAb \mid Ab \mid ab$$

Dwukierunkowy deterministyczny automat ze stosem (2DAZS) ma taśmę wejściową tylko do czytania ze znacznikiem lewego końca $¢$ w klatce leżącej najbardziej na lewo i znacznikiem prawego końca $\$$ w klatce leżącej najbardziej na prawo. Łańcuch wejściowy do rozpoznania umieszczony jest między tymi znacznikami, po jednym symbolu w klatce. Symbole wejściowe wybierane są z alfabetu wejściowego Σ, o którym zakładamy, że nie posiada symboli końca $¢$ oraz $\$$. Głowica wejściowa czyta symbole po jednym i w jednym ruchu przesuwa się o jedną klatkę w lewo, pozostaje na miejscu bądź przesuwa się o jedną klatkę w prawo. Zakładamy, że głowica taśmy wejściowej nie może przekroczyć końców taśmy, czyli nigdy nie przesuwa się na lewo od $¢$ oraz na prawo od $\$$. Stos zawiera symbole alfabetu stosu Γ. Najniższa klatka stosu zawiera symbol Z_0, który oznacza dno stosu. Zakładamy, że Z_0 nie należy do Γ. Sterowanie skończone jest zawsze w jednym ze stanów skończonego zbioru stanów Q. Działanie maszyny określa funkcja następnego ruchu δ, która dla q należącego do $Q - \{q_f\}$, a należącego do $\Sigma \cup \{¢, \$\}$ oraz A należącego do $\Gamma \cup \{Z_0\}$ wskazuje ruch, który zrobi maszyna, jeśli sterowanie jest w stanie q, głowica taśmy wejściowej czyta symbol a, zaś na szczycie stosu jest symbol A. Są trzy możliwe ruchy:

- $\delta(q,a,A) = (q', d,$ **push** $B)$, o ile $B \neq Z_0$
- $\delta(q,a,A) = (q', d)$,
- $\delta(q,a,A) = (q', d,$ **pop**$)$, gdy $A \neq Z_0$

We wszystkich tych ruchach maszyna wchodzi w stan *q'* i przesuwa głowicę wejściową w kierunku *d* (gdzie $d = -1$, $+1$ lub 0, czyli odpowiednio: przesuń o jedną klatkę w lewo, przesuń o jedną klatkę w prawo lub pozostań w miejscu bez ruchu). **push** *B* znaczy: wstaw *B* na szczyt stosu, **pop** znaczy usuń symbol, który jest na szczycie stosu. Zakładamy, że maszyna nie wykonuje ruchów z jedynego, wyróżnionego stanu akceptującego q_f należącego do *Q*. Stan q_0 należący do *Q* jest jedynym wyróżnionym stanem początkowym.

Konfiguracją automatu 2DAZS dla wejścia $w = a_1a_2...a_n$ jest trójka (q, i, α), gdzie *q* jest stanem z *Q*, *i* jest liczbą całkowitą $0 \le i \le n+1$, wskazującą pozycję głowicy wejściowej, przy czym $a_0=¢$ i $a_{n+1}=\$$. α jest łańcuchem, który reprezentuje zawartość stosu, symbol leżący najbardziej na prawo w łańcuchu α jest symbolem na szczycie stosu.

Konfiguracją początkową automatu 2DAZS dla wejścia $w = a_1a_2...a_n$ jest trójka $(q_0, 1, Z_0)$, czyli automat jest w stanie początkowym, głowica czyta lezący najbardziej na lewo symbol wejścia, a na stosie znajduje się tylko znacznik dna stosu Z_0.

Konfiguracją akceptującą automatu 2DAZS dla wejścia $w = a_1a_2...a_n$ jest trójka (q_f, i, Z_0), czyli automat jest w stanie akceptującym, a na stosie znajduje się tylko znacznik dna stosu Z_0.

Opisać w miarę możliwości szczegółowo, choć niekoniecznie formalnie, procedurę akceptacji przez 2DAZS następującego języka:

8.21.

$\{ x \mid x \in \{a,b,c\}^*, x = x^R, |x| \ge 2 \}$

8.22.

$\{ wx \mid w \in \{a,b,c\}^*, x \in \{a,b,c\}^*, x = x^R, |x| \ge 2 \}$

8.23.

$\{ xw \mid w \in \{a,b,c\}^*, x \in \{a,b,c\}^*, x = x^R, |x| \ge 2 \}$

8.24.

$\{ xx^Rw \mid w \in \{a,b,c\}^*, x \in \{a,b,c\}^*, |x| \ge 1 \}$

8.25.

$\{ wxx^R \mid w \in \{a,b,c\}^*, x \in \{a,b,c\}^*, |x| \ge 1 \}$

8.26.

$\{ w\#x \mid w \in \{a,b,c\}^*, x \in \{a,b,c\}^*,$ *x* jest podłańcuchem łańcucha *w* $\}$

8.27.

$\{ x\#w \mid w \in \{a,b,c\}^*, x \in \{a,b,c\}^*,$ *x* jest podłańcuchem łańcucha *w* $\}$