4.1. Niech $L \subseteq \Sigma^*$. Wybierz prawdziwe stwierdzenia:

(A) Oznaczmy przez $Enlarge(L) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in \Sigma^*, xy \in L\}$. Jeśli L jest językiem regularnym, to także *Enlarge(L)* jest językiem regularnym.

(B) Oznaczmy przez $Flip(L) = \{ww^R \mid w \in L\}$. Jeśli L jest językiem regularnym, to także *Flip(L)* jest językiem regularnym.

(C) Oznaczmy przez $PartPart(L) = \{xz \mid |x| = |z| \wedge \exists y \in \Sigma^*, xyz \in L\}$. Jeśli L jest językiem regularnym, to także *PartPart(L)* jest językiem regularnym.

4.2. Niech $L \subseteq \Sigma^*$ będzie językiem. Wybierz prawdziwe stwierdzenia:

(A) Oznaczamy przez $Len(L) = \{x \mid \exists y \in L, |x|=|y|\}$. Jeśli L jest językiem regularnym, to także *Len(L)* jest językiem regularnym.

(B) Oznaczamy przez $DropMiddle(L) = \{xy \mid |x|=|y| \wedge \exists a \in \Sigma \;\; xay \in L\}$. Jeśli L jest językiem regularnym, to także *DropMiddle (L)* jest językiem regularnym.

(C) Oznaczamy przez $DropMiddlePart(L)=\{xz \mid \exists y \in \Sigma^*, |x|=|y|=|z|, xyz \in L\}$. Jeśli L jest językiem regularnym, to także *DropMiddlePart(L)* jest językiem regularnym.

4.3. Wybierz prawdziwe stwierdzenia:

(A) Dany jest język L nad alfabetem $\Sigma = \{0\}$. Oznaczamy $Plus(L) = \{a^m b^n \mid 0^{m+n} \in L\}$. Jeśli język L jest regularny, to także *Plus(L)* jest językiem regularnym.

(B) Dany jest język L nad alfabetem $\Sigma = \{0\}$. Oznaczamy $Minus(L) = \{a^m b^n \mid 0^{m-n} \in L\}$. Jeśli język L jest regularny, to także *Minus(L)* jest językiem regularnym.

(C) Dany jest skończony alfabet Σ z ustalonym porządkiem całkowitym. Dla słowa $x \in \Sigma^*$ oznaczamy przez *sort(x)* słowo otrzymane przez posortowanie liter w porządku rosnącym. Na przykład jeśli $a \prec b \prec c$ to $sort(abacbaa) = aaaabbc$. Dla języka $L \subseteq \Sigma^*$ oznaczamy $Sort(L) = \{sort(x) \mid x \in L\}$. Jeśli język L jest regularny, to także *Sort(L)* jest językiem regularnym.

4.4. Czy poniższe języki są regularne?

(A) $L_1 = \{1^k y \mid y \in \{0,1\}^*, y$ zawiera co najwyżej k jedynek dla $k \geq 1\}$

(B) $L_2 = \{1^k y \mid y \in \{0,1\}^*, y$ zawiera co najmniej k jedynek dla $k \geq 1\}$

(C) $L_3 = \{1^k 0 y \mid y \in \{0,1\}^*, y$ zawiera co najwyżej k jedynek dla $k \geq 1\}$

(D) $L_4 = \{1^k 0 y \mid y \in \{0,1\}^*, y$ zawiera co najmniej k jedynek dla $k \geq 1\}$

4.5. Czy poniższe języki są regularne? ($|x|_a$ oznacza liczbę symboli *a* w słowie *x*)

(A) $L_1 = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid$ dla każdego prefiksu *x* słowa *w* zachodzi $||x|_b - |x|_a| \leq 2\}$

(B) $L_2 = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid$ dla każdego prefiksu *x* słowa *w* zachodzi $||x|_b - |x|_a| \leq 2 \ \vee \ ||x|_c - |x|_a| \leq 2\}$

4.6. Czy poniższe języki są regularne: ($|x|_a$ oznacza liczbę wystąpień symboli *a* w łańcuchu *x*)

(A) $L_1 = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid$ dla każdego prefiksu x słowa w zachodzi $||x|_b - |x|_a| \leq 2 \wedge ||x|_c - |x|_a| \leq 2\}$

(B) $L_2 = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid |w|_a = |w|_b$ oraz dla każdego prefiksu x słowa w zachodzi $||x|_c - |x|_a| \leq 2\}$

4.7. Czy następujące języki są regularne?

(A) $L_1 = \{xx^R w \mid x, w \in \{a,b\}^+\}$

(B) $L_2 = \{xwx^R \mid x, w \in \{a,b\}^+\}$

(C) $L_3 = \{w \in \{a,b\}^* \mid \exists x, y \in \{a,b\}^*, w = xaay, |x| = |y|\}$

(D) $L_4 = \{w \in \{a,b\}^* \mid \exists x, y \in \{a,b\}^*, w = xy, |y| = 3, y = y^R\}$

4.8. Czy następujące języki są regularne?

(A) $L_1 = \{a^n b^n w \mid w \in \{a, b\}^*, n \geq 0\}$

(B) $L_1 = \{a^n b^n w \mid w \in \{a, b\}^*, n > 0\}$

(C) $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid \exists x \in \Sigma^*, xx$ jest podłańcuchem $w\}$

(D) $L_4 = \{a^m b a^n b a^p \mid p \equiv mn$ (mod $3), m,n,p \geq 0\}$

4.9. Czy następujące języki są regularne?

(A) $L_1 = \{a^i b^j \mid i+j$ jest podzielne przez $3\}$

(B) $L_2 = \{a^i b^j \mid i,j \geq 0,\ i$ oraz j mają taką samą resztę z dzielenia przez $3\}$

(C) $L_3 = \{xcy \mid x, y \in \{a,b\}^*, |x|_a + |x|_b$ jest podzielne przez $3\}$, gdzie $|x|_a$ oznacza liczbę wystąpień symbolu a w słowie x.