

## **Fotogrametryczny pomiar lin odciągowych z wykorzystaniem przekształceń rzutowych**

*Regina Tokarczyk, Władysław Mierzwa*

Akademia Górniczo-Hutnicza  
Zakład Fotogrametrii  
i Informatyki Teledetekcyjnej

### **1. Wstęp**

Pomiar lin odciągowych należy do jednych z typowych zadań geodezji i fotogrametrii inżynierskiej. Stosowane metody pomiaru [1], [2], [3] zarówno geodezyjne jak i fotogrametryczne posiadają jednak pewne wady. Metody geodezyjne zapewniają najwyższą dokładność pomiaru punktów liny, jednakże ich obserwacja odbywa się w różnych momentach czasowych co może zakłócić wyniki pomiaru zwłaszcza przy silnym wietrze. Metody klasycznej fotogrametrii naziemnej pozwalają na sfotografowanie całej liny w jednym momencie czasowym, jednakże uzyskanie wyników pomiaru nie może być natychmiastowe, gdyż naświetlone klisze muszą być poddane obróbce laboratoryjnej a później pomierzone w laboratorium fotogrametrycznym.

Pewną szansą usunięcia powyższych wad obu metod jest zastosowanie do rejestracji liny kamery cyfrowej. Należy spodziewać się następujących zalet:

- możliwość wykonania obserwacji wielokrotnych, których uśrednieni da najbardziej prawdopodobne wyniki,
- możliwość automatyzacji pomiaru na obrazach cyfrowych (obserwacja setek punktów na linie, zamiast kilku lub kilkunastu),
- przy wykorzystaniu w terenie notebook'a, możliwość uzyskania wyników pomiaru prawie natychmiast (w czasie rzeczywistym), obliczenie aktualnych sił naciągu liny, ich ewentualna korekta oraz natychmiastowe powtórzenie pomiaru.

Oferta metrycznych kamer cyfrowych jest dotychczas uboga, a ich ceny bardzo wysokie, dlatego jedynym realnym rozwiązaniem jest użycie wysokorozdzielczego cyfrowego aparatu fotograficznego.

Dotychczas stosowana technologia fotogrametrycznego pomiaru opisana przez Bernasika i Tokarczyka [1] i Kolondrę [3] opiera się na użyciu do rejestracji naziemnej kamery pomiarowej, wykorzystaniu znajomości jej elementów orientacji wewnętrznej i zewnętrznej (te ostatnie są korygowane w oparciu o punkty kontrolne).

W przypadku zastosowania do rejestracji aparatu fotograficznego opracowanie fotogrametryczne lin można przeprowadzić kilkoma metodami. Jedną z nich jest metoda jednoobrazowa opierająca się na znajomości orientacji wewnętrznej kamery, o ile te są wystarczająco stabilne. Orientacja zewnętrzna jest wtedy wyznaczana drogą

fotogrametrycznego wcięcia wstecz na podstawie punktów kontrolnych. Niestety, dokładność wyznaczenia położenia środka rzutów za pomocą tego wcięcia może się okazać niewystarczająca dla wymaganej dokładności pomiaru liny. Inną metodą możliwą do zastosowania jest metoda wykorzystująca samokalibrację, wymaga ona jednak wykonania przynajmniej kilku odpowiednio rozmieszczonych zdjęć i odpowiedniego oprogramowania, zatem w naszym przypadku jest nieekonomiczna. Ponieważ aparat fotograficzny jest pozbawiony urządzeń do nastawiania orientacji zewnętrznej a i orientacja wewnętrzna może być niestabilna, celowym jest zastosowanie do fotogrametrycznego pomiaru metod wykorzystujących przekształcenie (lub przekształcenia) rzutowe.

## 2. Proponowana metoda pomiaru

Charakter zachodzącego zjawiska oraz rodzaj urządzenia do rejestracji obrazu nasuwają zastosowanie do opracowania fotogrametrycznego metody przekształcenia rzutowego płaszczyzny na płaszczyznę. Znajomość zasad tego przekształcenia należy do podstaw kursu fotogrametrii. Jak wiadomo, w oparciu o znajomość współrzędnych co najmniej czterech homologicznych punktów na obu płaszczyznach (z których żadne trzy nie należą do jednej prostej) można obliczyć osiem współczynników przekształcenia. Należy dysponować współrzędnymi punktów kontrolnych w dowolnym układzie ortogonalnym na obrazie oraz ich współrzędnymi w układzie dostosowania leżącym w płaszczyźnie liny.

Na obrazie cyfrowym współrzędne winny być pozbawione wpływu dystorsji obiektywu, bowiem zakłóca ona rzutowość zjawiska.

Przekształcenie rzutowe płaskie wyrażone jest następującą zależnością:

$$X = \frac{B_1x + B_2y + B_3}{B_7x + B_8y + 1} \quad (1)$$

$$Y = \frac{B_4x + B_5y + B_6}{B_7x + B_8y + 1}$$

gdzie:  $B_1 \dots B_8$  to parametry przekształcenia,

$X, Y, x, y$  – współrzędne punktów na obu płaszczyznach (liny, obrazu).

W przypadku, kiedy na jednym obrazie można zarejestrować całą linię z obydwoma punktami jej zaczepienia jako punktami kontrolnymi i wtyczyć pozostałe wymagane dwa punkty w płaszczyźnie liny sprawa takie metody pomiaru wydaje się być prosta.

Jeżeli natomiast objęcie jednym zobrazowaniem całej liny pociąga za sobą takie zmniejszenie skali obrazu, że niewystarczająca rozdzielczość kamery może uniemożliwić automatyzację pomiaru, będziemy zmuszeni do zarejestrowania tylko jednego z punktów

zaczepienia oraz fragmentu liny. Wtedy może wystąpić problem z optymalnym rozmieszczeniem punktów kontrolnych, ponieważ trudno będzie zasygnalizować punkt w pobliżu wznoszącej się (lub opadającej) liny. Celowym wydaje się w takim przypadku zastosowanie funkcji przekształcenia rzutowego przestrzeni na płaszczyznę, znanym w fotogrametrii jako bezpośrednia transformacja liniowa (DLT). Położenie płaszczyzny obrazu w przestrzeni trójwymiarowej określa się za pomocą jedenastu parametrów przekształcenia:

$$x = \frac{A_1 X + A_2 Y + A_3 Z + A_4}{A_9 X + A_{10} Y + A_{11} Z + 1} \quad (2)$$

$$y = \frac{A_5 X + A_6 Y + A_7 Z + A_8}{A_9 X + A_{10} Y + A_{11} Z + 1}$$

Przyjmijmy, dla uproszczenia rozważań, że przestrzenny układ odniesienia ma osie X i Y w płaszczyźnie liny. Współrzędne punktów liny winny spełniać równania DLT oraz warunek przynależności do w płaszczyzny XY ( $Z = 0$ ), (rys. 1), co daje

$$x = \frac{A_1 X + A_2 Y + A_4}{A_9 X + A_{10} Y + 1}$$

$$y = \frac{A_5 X + A_6 Y + A_8}{A_9 X + A_{10} Y + 1} \quad (3)$$

a więc uzyskujemy równania przekształcenia rzutowego płaszczyzny liny na płaszczyznę obrazu. Wynika z tego, że współczynniki równań DLT dla przypadku pokrywania się jednej z płaszczyzn układu odniesienia z płaszczyzną liny są współczynnikami płaskiego przekształcenia rzutowego.

Obliczenie współczynników potrzebnych do transformacji odwrotnej jest już proste:

$$B_1 = \frac{A_6 - A_8 A_{10}}{A_1 A_6 - A_2 A_5} \quad B_2 = \frac{A_4 A_{10} - A_2}{A_1 A_6 - A_2 A_5} \quad B_3 = \frac{A_2 A_8 - A_4 A_6}{A_1 A_6 - A_2 A_5}$$

$$B_4 = \frac{A_8 A_9 - A_5}{A_1 A_6 - A_2 A_5} \quad B_5 = \frac{A_1 - A_4 A_9}{A_1 A_6 - A_2 A_5} \quad B_6 = \frac{A_4 A_5 - A_1 A_8}{A_1 A_6 - A_2 A_5}$$

$$B_7 = \frac{A_5 A_{10} - A_6 A_9}{A_1 A_6 - A_2 A_5} \quad B_8 = \frac{A_2 A_9 - A_1 A_{10}}{A_1 A_6 - A_2 A_5} \quad (4)$$

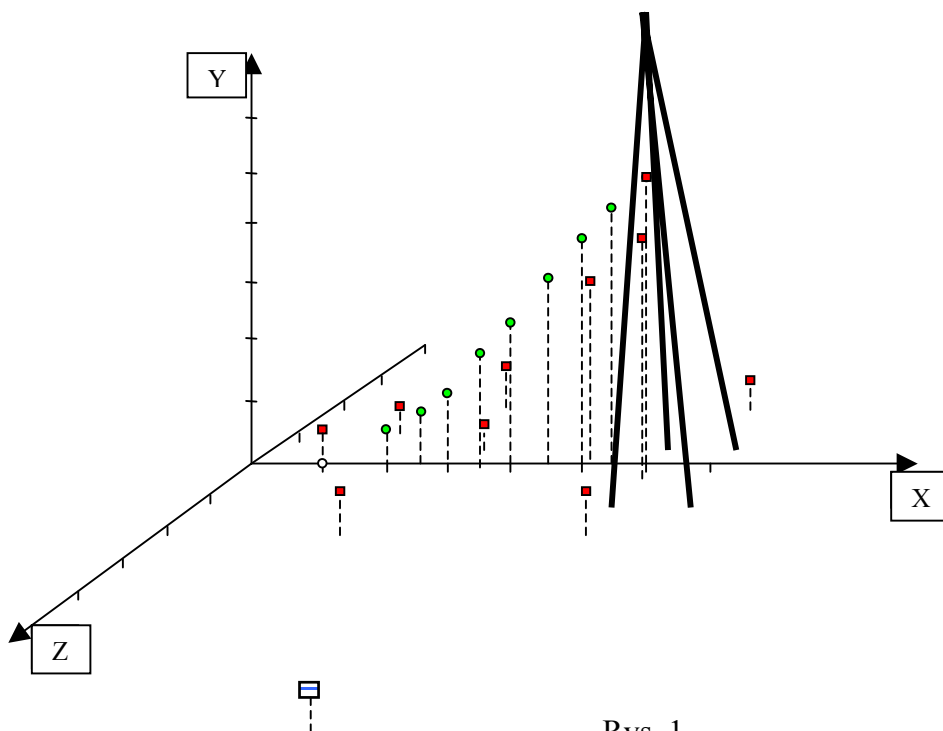
Opisany powyżej sposób wyznaczenia współczynników przekształcenia rzutowego wydaje się mieć duże znaczenie praktyczne. Jeśli bowiem możliwe jest odfotografowanie tylko fragmentu linii z jej punktem mocowania, wystąpią trudności z zasygnalizowaniem punktów leżących w pobliżu przebiegającej wysoko nad ziemią linii. Również w przypadku, gdy widoczna jest cała linia z fragmentem masztu, mogą wystąpić kłopoty z wtyczeniem punktów kontrolnych w płaszczyznę linii (budynki, krzewy, drzewa).

Rozwiązanie z wykorzystaniem DLT można traktować jako alternatywną (obok płaskiego przekształcenia rzutowego) metodę pomiaru.

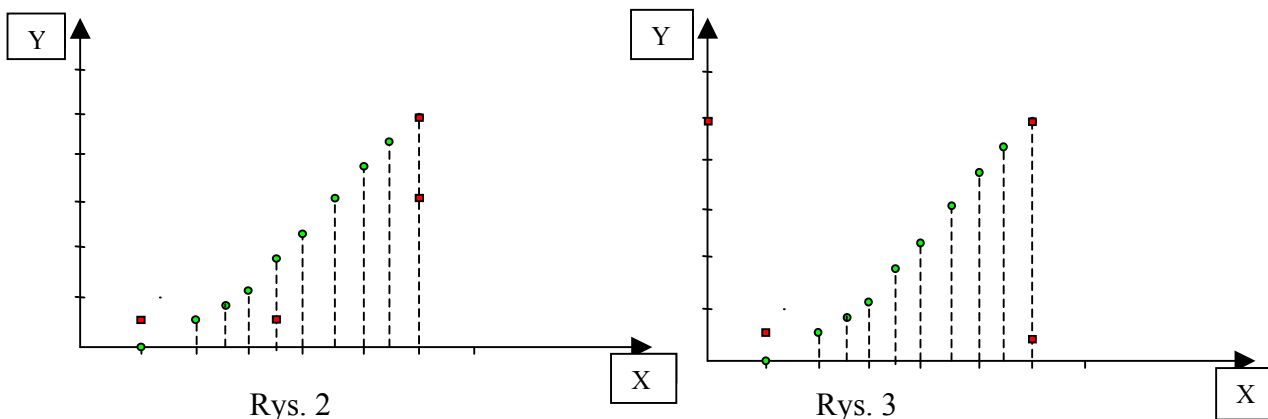
### 3. Eksperymenty obliczeniowe

W celu przekonania się o prawidłowości założeń teoretycznych i zbadania wpływu ilości i konfiguracji punktów kontrolnych na wyniki pomiaru wykonano eksperyment obliczeniowy oparty na danych symulowanych.

Przygotowano fikcyjne pole testowe, zawierające punkty kontrolne oraz punkty wyznaczane (markujących linę), tak jak na rys.1. Założono, że punkty kontrolne usytuować można tylko na terenie (zróżnicowanie terenu 3m) oraz na wieży (z prawej strony rysunku). Ponadto założono, że pole testowe zostało zobrazowane kamerą formatu 6x6 cm o odległości obrazowej 8 cm. Przyjęto następujące elementy orientacji zewnętrznej zdjęcia:  $X_0 = 35\text{m}$ ,  $Y_0 = 5\text{m}$ ,  $Z_0 = 80\text{m}$ ,  $\omega = 9^\circ$ ,  $\varphi = 1^\circ$ ,  $\kappa = 1^\circ$ , co daje skalę obrazowania około 1:1000. Na idealne współrzędne tłów punktów kontrolnych oraz punktów obserwowanych linii narzucono błędy przypadkowe o  $\sigma_0 = \pm 5\mu\text{m}$ . Założono, że współrzędne X, Y, Z punktów kontrolnych są bezbłędne.



Rys. 1



W pierwszej kolejności należało odpowiedzieć na pytanie: jak wpływa rozmieszczenie minimalnej ilości punktów kontrolnych na prawidłowość wyników? Jak wiadomo, równania DLT zawierają 11 niewiadomych współczynników przekształcenia, zatem potrzeba do rozwiązania zagadnienia minimum 6 punktów dostosowania, których rolę pełnią punkty kontrolne. Z kolei warunkiem przekształcenia rzutowego utworów III-go wymiaru (przestrzeni na przestrzeń) jest znajomość 5–ciu punktów homologicznych, z których żadne 4 nie należą do jednej płaszczyzny. Traktując DLT jako przekształcenie rzutowe można się więc spodziewać, że ten ostatni warunek może być konieczny do spełnienia. Jest to dość istotne, ponieważ można się spodziewać niedużych różnic wysokości między punktami kontrolnymi, zatem będą się one niebezpiecznie zbliżać do przynależności do jednej płaszczyzny.

Wykonano wiele wariantów obliczeń, zmieniając liczbę i konfigurację punktów dostosowania. Dla każdego z wariantów 10-krotnie generowano błędy przypadkowe, którymi obarczano idealne współrzędne tłowe punktów dostosowania, a następnie obliczano współczynniki transformacji DLT i przekształcenia rzutowego. W oparciu o tak określone współczynniki obliczano współrzędne 10 wybranych punktów linii i porównywano je z współrzędnymi ścisłymi. Średnie różnice stanowiły wskaźnik dokładności możliwej do uzyskania przy powyższych założeniach oraz świadczyły o charakterze przenoszenia się błędów współrzędnych tłowych na współrzędne terenowe w zależności od liczby i konfiguracji punktów dostosowania.

W tabeli 1 zestawiono wyniki dla kilku wybranych wariantów obliczeń. Dla porównania wyników uzyskanych na podstawie współczynników przekształcenia rzutowego określonych z transformacji DLT podano wyniki możliwe do uzyskania dla typowego przekształcenia rzutowego płaszczyzny na płaszczyznę na podstawie czterech punktów rozmieszczonych optymalnie (wariant 8, rys.3 ) i realnie przy pomiarach linii ( wariant 7, rys.2)

**Tabela 1**

Numer wariantu	Charakterystyka wysokościowego rozmieszczenia punktów dostosowania w %D			Ilość punktów dostos.	Charakterystyka głębokościowego rozmieszczenia punktów dostosowania w % D			Błąd średni w [m]	Błąd średni w [m]
	$\Delta H$	Min H	Max H		w pł.	przed pł.	poza pł.		
Przekształcenie rzutowe pł/pł na podstawie współczynników DLT									
1	60	-4	56	6	2	2 (-25%)	2 (+25%)	0.157	0.108
2	59	-2	56	6	3	2 (-25%)	1 (+25%)	0.078	0.054
3	60	-4	56	7	3	2 (-25%)	2 (+25%)	0.024	0.015
4	4	-4	0	7	2	2 (-25%)	3 (+25%)	0.117	0.074
5	60	-4	56	10	5	2 (-25%) 1 (-10%)	1 (+25%) 1 (+10%)	0.008	0.003
6	63	-6	56	7	3	4 (-75%)	0	0.008	0.001
Przekształcenie rzutowe									
7	56	0	56	4	4	-	-	0.010	0.004
8	58	-2	56	4	4	-	-	0.009	0.003

#### 4. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych badań można sformułować następujące wnioski

1. Dla przekształcenia rzutowego płaszczyzny na płaszczyznę spadek dokładności określenia punktów wyznaczanych dla realnego rozmieszczenia punktów (rys. 2) w stosunku do optymalnego (rys. 3) jest niewielki (ok. 10%).
2. Dla przekształcenia rzutowego płaszczyzny na płaszczyznę w oparciu o współczynniki określone z transformacji DLT dla uzyskania zadowalającej dokładności wystarczające jest założenie co najmniej jednego punktu poza płaszczyznę terenu
3. Dla minimalnej dla DLT liczby punktów dostosowania (6 pktów) nie uzyskuje się w analizowanym przypadku zadowalającej dokładności.
4. Dla 7 punktów dostosowania można uzyskać dokładności wyższe niż dla optymalnego przypadku przekształcenia rzutowego (wariant 8); ważnym jest lokalizacja 3 punktów w płaszczyźnie liny i duża głębina rozmieszczenia pozostałych punktów (wariant 6)

#### Literatura

1. Bernasik J., Tokarczyk A., - Fotogrametryczne pomiary wież wiertniczych. Przegląd Geodezyjny 1989, nr 11
2. Janusz J. – Metodyka geodezyjnego badania naprężeń i wydłużeń lin w konstrukcjach ciągnowych. Prace Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa 1966
3. Kolondra L. – Próba kompleksowego opracowania wyników terofotogrametrycznego pomiaru sił naciągu lin odciągowych masztu antenowego. Zeszyty Naukowe AGH, Kraków 1984, z. 84

Recenzował: dr inż. Andrzej Wróbel

Badania przeprowadzono w ramach Grantu KBN nr 9 T12E 01418