

# Ruch drgający tłumiony, wymuszony

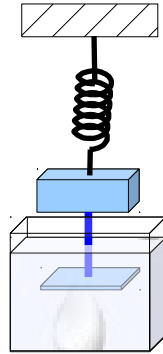
1. Dwie sprężyny o współczynnikach sprężystości  $k_1$  i  $k_2$  połączono szeregowo. Koniec jednej ze sprężyn połączono jest sztywno ze ścianą do drugiej sprężyny przymocowano ciało o masie  $m$ . Ciało to wytrącono z położenia równowagi, poruszało się bez tarcia po poziomym stole. Jaka jest częstotliwość drgania tego ciała? Jaki byłby wynik gdyby sprężyny te były połączone z ciałem równolegle?
2. Ciało wykonuje ruch harmoniczny prosty zgodny z równaniem  $x(t) = 6 [mm] \cos(3\pi t [1/s] + \frac{1}{3}\pi)$  Jakie jest : (a) przyspieszenie, (b) prędkość, (c) przyspieszenie w chwili  $t = 2$  s. Znaleźć również (d) fazę, (e) częstość kołową  $\omega$  (f) okres drgań.
3. Punkt materialny wykonuje ruch harmoniczny prosty wokół punktu  $x = 0$ . W czasie  $t = 0$  ma przemieszczenie  $x = 0.37$  cm i prędkość zerową. Przy częstotliwości 0.25 Hz określić (a) okres, (b) częstość kołową, (c) amplitudę, (d) przemieszczenie w chwili  $t$  (dowolnej), (e) prędkość w chwili  $t$  (dowolnej), (f) maksymalną prędkość, (g) maksymalne przyspieszenie, (h) przemieszczenie w chwili  $t = 3$  s (i) prędkość w chwili  $t = 3$  s.
4. Wyprowadzić zależność na okres dla wahadła:
  - a) Matematycznego.
  - b) Fizycznego
5. Zegar wahadłowy, który posiada wahadło sekundowe, tzn. o okresie drgań  $T_1 = 1$  s, wskazuje dokładny czas na powierzchni ziemi. O ile sekund w ciągu doby będzie się spóźniał jeżeli zostanie przeniesiony na wysokość 200 m nad poziom ziemi.
6. W kabinie windy wisi wahadło. Gdy kabina porusza się ze stałym przyspieszeniem skierowanym do Ziemi, okres drgań wynosi  $T_1 = 1$  s, gdy porusza się ze stałą prędkością to okres  $T_2 = 0,3$  s. Określić przyspieszenie kabiny.
7. Dwie równie o różnych nachylenia  $\alpha = 60^\circ$  i  $\beta = 30^\circ$  zsunięto ze sobą podstawami jak na rysunku. Na wysokości  $h = 1$  m na równi o nachyleniu  $\alpha$  umieszczono ciało, które może się przemieszczać po obu równiach bez tarcia. Obliczyć okres drgań  $T$  ciała w tym układzie. Przyjąć, że ciało nie traci energii kinetycznej przy przejściu punktu, w którym równie się stykają.



8. Jeżeli w ruchu harmonicznym prostym przemieszczenie w pewnej chwili wynosi pół amplitudy, to jaką część energii całkowitej stanowi energia kinetyczna, a jaką potencjalna? Przy jakim przemieszczeniu energia kinetyczna jest równa energii potencjalnej?

9. Przyczepiona do sprężyny o współczynniku sprężystości  $250 \text{ N/m}$  masa  $2,2 \text{ kg}$  wykonuje ruchy oscylacyjne o okresie  $0,615 \text{ s}$ . Czy w układzie tym występuje tłumienie? Jeżeli w układzie tym występuje tłumienie znajdź stałą tłumienia  $b$ .
10. Masa  $3 \text{ kg}$  przyczepiona do sprężyny o współczynniku sprężystości  $k = 140 \text{ N/m}$  wykonuje ruchy oscylacyjne w oleju, który tłumi ten ruch. Jeżeli współczynnik tłumienia wynosi  $b = 10 \text{ kg/s}$  to po jakim czasie amplituda oscylacji spadnie do  $1\%$  wartości początkowej? Jaki powinien być współczynnik tłumienia aby amplituda spadła do  $99\%$  wartości początkowej po  $1 \text{ s}$ ?
11. Do sprężyny o stałej sprężystości  $204,7 \text{ N/m}$  zawieszona jest masa  $0,404 \text{ kg}$ , tak że po rozciągnięciu sprężyny pozostaje w spoczynku. Do drugiego końca sprężyny (od góry) przyczepiony jest tłok, który od pewnego momentu wykonuje ruch do góry i dołu z siłą określoną zależnością  $F_m = 29,4 \text{ N} \cos((17,1 \text{ Hz})t)$ . Jakie jest maksymalne wychylenie z położenia równowagi zawieszonyj masy? Jaka jest maksymalna prędkość jaką może osiągnąć ta masa?

12. W układzie jak na rysunku obciążenie zawieszone na sprężynie ma masę 1,5 kg, a współczynnik sprężystości sprężyny  $k = 8 \text{ N/m}$ . Zakładamy, że na zanurzoną część w ciecży działa siła tarcia  $-b dx/dt$ , gdzie  $b = 0.23 \text{ kg/s}$ . Znaleźć liczbę oscylacji wykonanych przez ciało w przedziale czasu potrzebnym na to, by amplituda spadła do trzeciej części wartości początkowej jeżeli ta początkowa wartość wynosiła 12 cm.



13. Zakładając, że mamy do czynienia z podobnym wahadłem jak w poprzednim zadaniu ale dodatkowo działa w układzie siła wymuszająca drgania  $F_m \cos(\omega'' t)$ . Równanie ruchu drgającego tłumionego wymuszonego opisane jest przez zależność:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F_m \cos(\omega'' t) ,$$

rozwiązaniem tego równania jest:

$$x = \frac{F_m}{\sqrt{m^2(\omega''^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega''^2}} \sin(\omega'' t - \varphi)$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{b \omega''}{\sqrt{m^2(\omega''^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega''^2}}\right)$$

Proszę znaleźć prędkość  $v = dx/dt$  ruchu drgającego wymuszonego. Pokazać, że maksymalna prędkość jest równa:

$$v_m = \frac{F_m}{\sqrt{(m \omega'' - k/\omega'')^2 + b^2}} .$$