

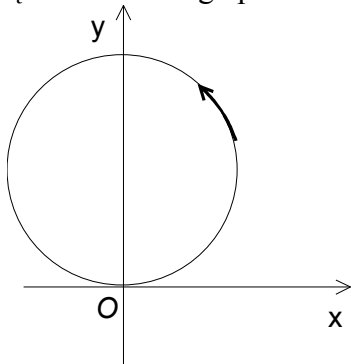
Wektory i jednostki

1. Dane są trzy wektory $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ i $\mathbf{c} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$. Znaleźć: $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$, $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c})$, $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c})$.
2. Dane są dwa wektory $\mathbf{u} = (0, 1, 1)$ i $\mathbf{v} = (1, -1, 1)$.
 - a) Jaki jest kąt pomiędzy tymi wektorami?
 - b) Wyznaczyć wektor prostopadły do tych wektorów, wynik zaprezentować w prostokątnym układzie współrzędnych.
 - c) Obliczyć objętość równoległościanu utworzonego przez wektory \mathbf{u} , \mathbf{v} i $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$.
3. Samolot startuje z lotniska w mieście A, przelatuje 10.4 km na zachód, następnie 8,7 km na północ. Lotnisko na którym ląduje leży 2.1 km wyżej od tego z którego wystartował. Jak daleko po wylądowaniu jest samolot od lotniska z którego wystartował?
4. Jaka prędkość powinna mieć łódka przepływająca z jednego brzegu na drugi aby wylądowała dokładnie na tej samej wysokości przeciwległego brzegu po czasie 5 s, przy prędkości nurtu 1 m/s? Szerokość rzeki 10 m.
5. Samolot porusza się względem powietrza z prędkością 216 km/h. W trakcie lotu samolotu wieje wiatr z prędkością 112 km/h. W ciągu godziny samolot przeleciał odległość 216 km ponad prostą szosą biegnącą z południa na północ. Jaki jest kierunek wiatru? W jakim kierunku jest zwrócony samolot względem szosy? Zadanie proszę rozwiązać w oparciu o rachunek wektorowy.
6. Samolot ma przelecieć z punktu A ze wschodu na zachód do punktu B oddalonego o l . Prędkość samolotu względem powietrza jest stała i wynosi v , a prędkość powietrza względem ziemi \mathbf{u} . Obliczyć czas przelotu gdy $\mathbf{u} = 0$ (wiatr nie wieje), gdy wiatr wieje ze wschodu na zachód i gdy wieje z północy na południe.
7. Dany jest wektor opisujący położenie punktu materialnego od czasu t . $\vec{r} = (At; Bt^2, 0)$, gdzie A i B są pewnymi stałymi.
 - a) 1. Jeżeli jednostką wektora położenia jest metr a czasu sekunda określić wymiar A i B.
Znaleźć:
 - b) prędkość tego punktu materialnego (wektor i jego długość),
 - c) przyspieszenie (wektor i jego długość),
 - d) kąt jaki tworzą ze sobą wektory prędkości i przyspieszenia. Zakładając, że B jest równe -10 (oczywiście w odpowiednich jednostkach), $A = 20$ a $r(0) = (0, 100, 0)$ p wyliczyć:
 - e) przemieszczenie po 10 s,
 - f) drogę przebytą przez ten punkt materialny po 10 s, (*)
 - g) średnią prędkość po 10 s. (*)

8. Dany jest wektor wodzący $\vec{r} = (A\cos(\omega t), A\sin(\omega t), 0)$ p Przeprowadzić analizę zgodnie z punktami a-d poprzedniego zadania. Przy stałym A i ω punkt materialny, którego położenie opisane jest takim wektorem, jest ruchem okresowym. Zakładając, że $A = 1$ m a $\omega = 20$ 1/s policzyć: ile wynosi okres dla takiego ruchu? Jakie jest przyspieszenie dośrodkowe? Proszę wyznaczyć wektor prędkości kątowej z poniższego wzoru dla $t=0$:

$$\vec{\omega} = \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{|\vec{r}|^2}$$

9. Punkt materialny porusza się po okręgu o promieniu 4 m w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara wykonując jeden pełny obrót w ciągu 30 s. W czasie $t = 0$ znajduje się w punkcie O . Znaleźć wartość i kierunek wektora położenia po upływie 5 s, 7,5 s i 10 s. Wartość i kierunek przemieszczenia między 5 i 10 s, wektor prędkości średniej w tym przedziale, wektory prędkości chwilowej na początku i końcu tego przedziału, wektor średniego przyspieszenia w tym przedziale, wektor przyspieszenia chwilowego na początku i końcu tego przedziału.



10. Rekord świata prędkości samochodu raketowego wynosi 1228 km/h. Proszę przeliczyć tę wielkość na jednostki m/s.
11. Największy wydobyty diament na świecie Pierwsza Gwiazda Afryki ma objętość 1.84 in³ (cala do potęgi trzeciej). Jaka jest jego objętość wyrażona w cm³ i w m³ jeżeli jeden cal równy jest 2.54 cm?