

# Wyrównanie ciągu poligonowego dwustronnie nawiązanego metodą przybliżoną.

## Uwagi wstępne – należy przeczytać przed przystąpieniem do obliczeń

W pierwszej kolejności należy wpisać do dostarczonego formularza dane z pomiaru (uwzględniając w przypadku wydanego tematu liczbę  $N$ , zadaną w trakcie zajęć poprzez prowadzącego), w tym opisać również numery punktów w ciągu. Dane te należy zapisać kolorem innym niż czerwony (najlepiej czarnym lub niebieskim).

Ponieważ konspekt ten przeznaczony jest dla osób po raz pierwszy wykonujących opisywane obliczenie, dlatego też zaleca się zapisywanie wyników obliczeń pośrednich ołówkiem. Poprawienie tych zapisów w sposób trwały zaleca się zrealizować dopiero po wykonaniu wszystkich kontroli i upewnieniu się o poprawności wykonanego obliczenia. Finalnie, poprawki powinny być zapisane kolorem czerwonym.

Wszystkie zapisy powinny być wykonane odręcznym pismem technicznym. W trakcie obliczeń należy opierać się na załączonym do ćwiczenia przykładzie. Dotyczy to zwłaszcza dokładności wykonywanych obliczeń (ilości miejsc po przecinku, w wynikach obliczeń).

W trakcie obliczeń należy zwrócić szczególną uwagę na wykonane obliczenia kontrolne. Jeżeli nie istnieją specjalne wzory pozwalające na kontrolę wykonanego obliczenia należy wykonać obliczenie dwukrotnie, porównując wyniki każdego z obliczeń. W takim przypadku powtarzalność wyników będzie dowodem na ich poprawność.

## Kolejność wykonywania obliczeń

### I. Wyrównanie pomierzonych kątów

#### 1. Obliczenie sumy praktycznej pomierzonych kątów

Suma praktyczna pomierzonych kątów oznaczana jest tradycyjnie jako:

$[\alpha]_p$  – w przypadku kątów lewych,

$[\beta]_p$  – w przypadku kątów prawych.

Sumę praktyczną kątów oblicza się poprzez zsumowanie wartości wszystkich pomierzonych kątów.

Dygresja. Znak  $[ ]$  jest znakiem sumy stosowanym tradycyjnie w geodezji zamiast znaku  $\Sigma$ . Podania znaku  $[ ]$  bez indeksów (zakresu sumowania) oznacza iż sumowane są wszystkie wyrazy.

#### 2. Obliczenie sumy teoretycznej pomierzonych kątów

Suma teoretyczna pomierzonych kątów oznaczana jest tradycyjnie jako:

$[\alpha]_T$  – w przypadku kątów lewych,

$[\beta]_T$  – w przypadku kątów prawych.

$$[\alpha]_T = A_K - A_P + n \cdot 200^g$$

$$[\beta]_T = A_P - A_K + n \cdot 200^g$$

gdzie:

$A_P$  – azymut boku początkowego ciągu,

$A_K$  – azymut boku końcowego ciągu,

n – ilość pomierzonych w ciągu kątów (uwaga! nie mylić z numerem N przyznanym przez prowadzącego).

Uwaga! Sposób obliczenia azymutu ze współrzędnych został podany na ćwiczeniach.

### 3. Obliczenie kątowej odchyłki ciągu

Odchyłka kątowa ciągu oznaczana jest tradycyjnie w geodezji jako:

$f_{\alpha}$  - w przypadku gdy mierzone były kąty lewe,

$f_{\beta}$  - w przypadku gdy mierzone były kąty prawe.

$$f_{\alpha} = [\alpha]_P - [\alpha]_T$$

$$f_{\beta} = [\beta]_P - [\beta]_T$$

Odchyłkę kątową ciągu należy obliczać z dokładnością nie większą niż dokładność zapisywania kątów. W przypadku wydanego tematu z dokładnością do  $1^{\text{cc}} = 0.0001^{\text{s}}$ . W pewnych sytuacjach związanych bezpośrednio z kształtem ciągu i jego orientacją w przyjętym układzie współrzędnych może się tak zdarzyć, iż odchyłka ciągu będzie miała wartość w przybliżeniu równą  $\pm 400^{\text{s}}$ . W takiej sytuacji tych  $\pm 400^{\text{s}}$  nie należy uwzględniać w wartości odchyłki i wynikających z niej poprawek do kątów. Sytuacja ta wynika z przekroczenia wartości  $400^{\text{s}}$  lub  $0^{\text{s}}$  przez kolejny azymut ciągu, czego nie uwzględnia wzór na sumę teoretyczną kątów.

### 4. Obliczenie odchyłki kątowej dopuszczalnej dla danego ciągu

Odchyłkę kątową dopuszczalną dla danego ciągu oznaczymy jako:

$f_{\alpha \text{ dop}}$  lub  $f_{\beta \text{ dop}}$  – w zależności od tego czy mierzone w ciągu były kąty prawe czy lewe.

Odchyłka kątowa dopuszczalna dla ciągu osnowy pomiarowej na powierzchni określana jest na podstawie instrukcji geodezyjnej G-4.

Dla potrzeb tematu obliczona zostanie ze wzoru:

$$f_{\alpha \text{ dop}} = m_0 \cdot \sqrt{n}$$

gdzie:

$m_0$  – błąd średni pomiaru kątów zależny od przyrządu i warunków pomiaru, dla naszych obliczeń przyjmujemy  $m_0 = 90^{\text{cc}} = 0.0090^{\text{s}}$ ,

n – ilość pomierzonych w ciągu kątów.

### 5. Porównanie odchyłki kątowej faktycznej z dopuszczalną

Odchyłka kątowa ciągu powinna być mniejsza niż wartość dopuszczalna dla niej. Jeżeli tak nie jest należy powtórnie wykonać pomiar kątów w ciągu, gdyż oznacza to iż wykonany pomiar był niestaranny.

### 6. Obliczenie poprawek do pomierzonych kątów

Poprawkę oblicza się według następujących wzorów:

$$v = -f_{\alpha}/n \text{ lub } v = -f_{\beta}/n$$

gdzie:

v – wartość poprawki do każdego z pomierzonych kątów.

Poprawki należy ostatecznie zapisywać kolorem czerwonym. Ponieważ poprawki zapisuje się z dokładnością z jaką oblicza się odchyłkę, dlatego też wartości poniżej dokładności zapisu poprawki należy zsumować i rozłożyć równomiernie na kąty. Ostatecznie suma poprawek do kątów zapisanych w formularzu powinna być równa odchyłce kątowej zapisanej w formularzu z przeciwnym znakiem ( $[v] = -f_{\alpha}$  lub  $[v] = -f_{\beta}$ ).

### Przykład

Dane:

Szukane:

$$f_{\alpha} = 67^{\text{cc}},$$

$$n = 3$$

$$v = ?$$

Obliczenie:

$v = -67/3 = -22.(3)^{\text{cc}}$ , ale ponieważ poprawki zapisywane z dokładnością do  $1^{\text{cc}}$  to  $v = -22^{\text{cc}}$ , ale suma takich poprawek nie daje  $-67^{\text{cc}}$  tylko  $-66^{\text{cc}}$ , dlatego też ostatecznie poprawki do kątów przyjmą następujące wartości  $v_1 = -22^{\text{cc}}$ ,  $v_2 = -23^{\text{cc}}$ ,  $v_3 = -22^{\text{cc}}$ .

W ten sposób suma poprawek daje  $-67^{\text{cc}} = -f_{\alpha}$ , a poprawki do kątów rozłożone są możliwie jak najbardziej równomiernie.

## II. Obliczenie wyrównanych azymutów boków ciągu

Obliczenie wartości boku następnego wykonuje się według wzoru (w zależności które kąty były mierzone):

$$A_{i+1} = A_i + \alpha_w - 200^{\text{g}}$$

$$A_{i+1} = A_i - \beta_w + 200^{\text{g}}$$

gdzie:

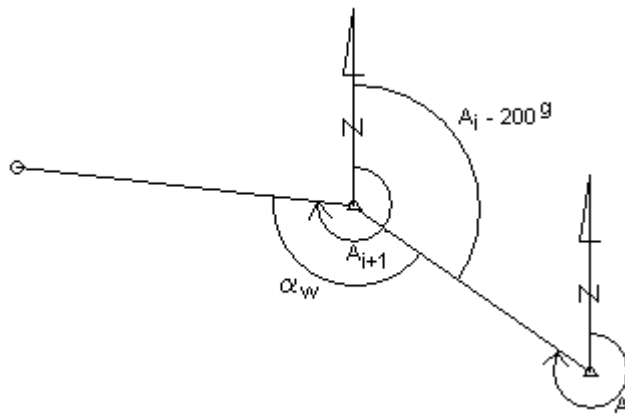
$A_i$  – azymut boku poprzedniego,

$A_{i+1}$  – azymut boku następnego (obliczany),

$\alpha_w$  – wyrównana wartość kąta lewego

$\beta_w$  – wyrównana wartość kąta prawego.

Za wyrównaną wartość kąta uznajemy wartość kąta pomierzonego po dodaniu do niego poprawki. Poniższy rysunek przedstawia schemat obliczenia azymutu boku następnego (przy pomierzonych kątach lewych).



**Rys. 1.** Schemat obliczenia azymutu boku następnego (przy pomierzonych kątach lewych)

## III. Obliczenie przyrostów współrzędnych

1. Obliczenie przyrostów do współrzędnych wzorami „podstawowymi”.

Przyrosty do współrzędnych tradycyjnie oznacza się w geodezji jako  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  lub ewentualnie  $dX$ ,  $dY$  i oblicza się według wzorów:

$$\Delta X_{i,i+1} = d_{i,i+1} * \cos(A_{i,i+1})$$

$$\Delta Y_{i,i+1} = d_{i,i+1} * \sin(A_{i,i+1})$$

gdzie:

$d_{i,i+1}$  – zredukowana długość boku  $i,i+1$

$A_{i,i+1}$  – wartość wyrównanego azymutu boku  $i,i+1$

2. Obliczenie przyrostów do współrzędnych wzorami kontrolnymi

Tradycyjnie dla kontroli obliczeń korzysta się z wzorów:

$$\Delta X_{i,i+1} = s_{i,i+1} + c_{i,i+1}$$

$$\Delta Y_{i,i+1} = s_{i,i+1} - c_{i,i+1}$$

$$s_{i,i+1} = d_{i,i+1} * \sin(A_{i,i+1} + 50^{\circ}) / \sqrt{2} = 0.707107 * d_{i,i+1} * \sin(A_{i,i+1} + 50^{\circ})$$

$$c_{i,i+1} = d_{i,i+1} * \cos(A_{i,i+1} + 50^{\circ}) / \sqrt{2} = 0.707107 * d_{i,i+1} * \cos(A_{i,i+1} + 50^{\circ})$$

Kontrolnie obliczenia powinny dać wyniki w pełni zgodne z obliczeniami kontrolnymi, jeżeli tak nie jest oznacza to iż w wykonanych obliczeniach (kontrolnych lub podstawowych) jest błąd i należy ponownie przeliczyć dany przyrost, tak by uzyskać zgodność.

#### IV. Wyrównanie przyrostów

##### 1. Obliczenie sum praktycznych przyrostów współrzędnych

Sumy praktyczne przyrostów współrzędnych oznacza się w geodezji tradycyjnie jako  $[\Delta X]_P$  i  $[\Delta Y]_P$ .

Obliczenia sum praktycznych dokonuje się po prostu przez zsumowanie wszystkich obliczonych przyrostów danej współrzędnej.

##### 2. Obliczenie sum teoretycznych przyrostów współrzędnych

Sumy teoretyczne przyrostów współrzędnych oznacza się w geodezji tradycyjnie jako  $[\Delta X]_T$  i  $[\Delta Y]_T$ .

Obliczenie sum przyrostów odbywa się według następujących wzorów:

$$[\Delta X]_T = X_K - X_P$$

$$[\Delta Y]_T = Y_K - Y_P$$

gdzie:

$X_K, Y_K$  – współrzędne X, Y końcowego punktu ciągu, a ściślej ostatniego punktu na którym był pomierzony kąt wierzchołkowy

$X_P, Y_P$  - współrzędne X, Y początkowego punktu ciągu, a ściślej pierwszego punktu na którym był pomierzony kąt wierzchołkowy

##### 3. Obliczenie odchyłek przyrostów współrzędnych

Tradycyjnie w geodezji odchyłki przyrostów współrzędnych oznacza się jako  $f_{\Delta X}, f_{\Delta Y}$ . Oblicza się je według wzorów:

$$f_{\Delta X} = [\Delta X]_P - [\Delta X]_T$$

$$f_{\Delta Y} = [\Delta Y]_P - [\Delta Y]_T$$

Dokładność obliczenia odchyłek powinna być równa dokładności obliczania przyrostów (dla wydanego tematu do 1mm).

##### 4. Obliczenie odchyłki liniowej ciągu

Odchyłkę liniową ciągu oznacza się jako  $f_L$  i oblicza według wzoru:

$$f_L = \sqrt{f_{\Delta X}^2 + f_{\Delta Y}^2}$$

Odchyłkę liniową oblicza się z dokładnością obliczania odchyłek współrzędnych.

##### 5. Wyznaczenie odchyłki liniowej dopuszczalnej

Wartość odchyłki liniowej dopuszczalnej (oznaczonej jako  $f_{L,dop}$ ) wyznacza się dla danego ciągu na podstawie instrukcji geodezyjnej G-4.

##### 6. Porównanie wartości odchyłki liniowej obliczonej z dopuszczalną

W przypadku przekroczenia przez odchyłkę liniową wartości dopuszczalnej należy powtórzyć pomiar ciągu.

## 7. Obliczenie poprawek do przyrostów współrzędnych

Poprawki do przyrostów oznacza się tradycyjnie jako  $v_{\Delta X}$  i  $v_{\Delta Y}$ . Poprawki te należy zapisywać z dokładnością z jaką oblicza się same przyrosty, przy czym finalnie poprawki do przyrostów zapisane powinny być kolorem czerwonym.

Obliczenie poprawek do przyrostów można wykonać jednym z dwu sposobów:

a) proporcjonalnie do długości boków (sposób preferowany przeze mnie)

$$v_{\Delta X_{i,i+1}} = - f_{\Delta X} * d_{i,i+1} / [d]$$

$$v_{\Delta Y_{i,i+1}} = - f_{\Delta Y} * d_{i,i+1} / [d]$$

gdzie:

[d] – oznacza sumę zredukowanych długości boków ciągu (długość ciągu)

b) proporcjonalnie do wielkości przyrostów

$$v_{\Delta X_{i,i+1}} = - f_{\Delta X} * |\Delta X_{i,i+1}| / [|\Delta X|]$$

$$v_{\Delta Y_{i,i+1}} = - f_{\Delta Y} * |\Delta Y_{i,i+1}| / [|\Delta Y|]$$

Suma poprawek do współrzędnej powinna być równa odchyłce współrzędnej ze znakiem przeciwnym. Wystąpią pewne nieścisłości w tej materii związane z zaokrągleniami, należy je usunąć poprzez zmiany końcówek wybranych poprawek (ostatnie miejsca wartości poprawek). W pierwszej kolejności należy zmieniać końcówki tych poprawek, które są najbliższe granicy przy której liczbę się zaokrągla w górę lub w dół.

## V. Obliczenie wyrównanych współrzędnych punktów ciągu

Obliczenie wyrównanych współrzędnych punktów ciągu wykonuje się według wzorów:

$$X_{i+1} = X_i + \Delta X_{i,i+1(w)}$$

$$Y_{i+1} = Y_i + \Delta Y_{i,i+1(w)}$$

gdzie:

$X_i, X_{i+1}$  – współrzędne X punktu poprzedniego i następnego w ciągu

$Y_i, Y_{i+1}$  – współrzędne Y punktu poprzedniego i następnego w ciągu

$\Delta X_{i,i+1(w)}, \Delta Y_{i,i+1(w)}$  – wyrównane przyrosty współrzędnych pomiędzy punktem poprzednim, a następnym