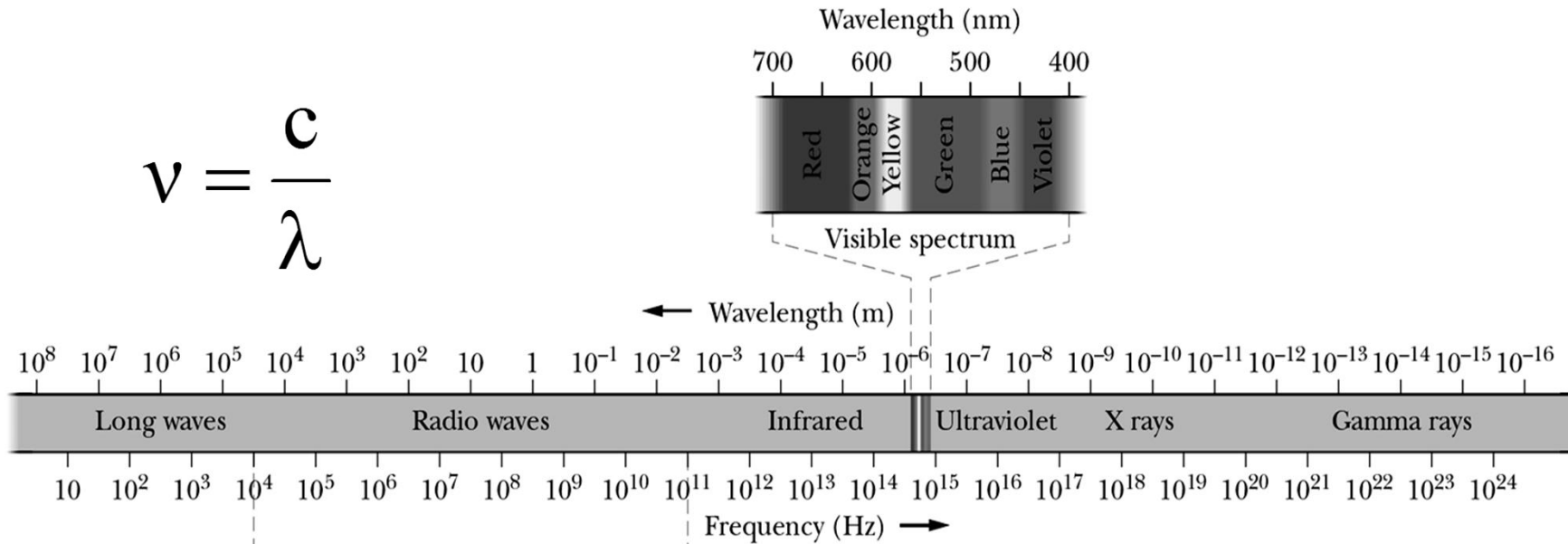


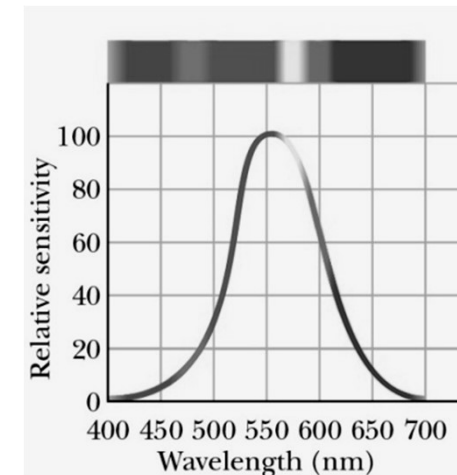
# Światło – jako fala

# Fala elektromagnetyczna – widmo promieniowania

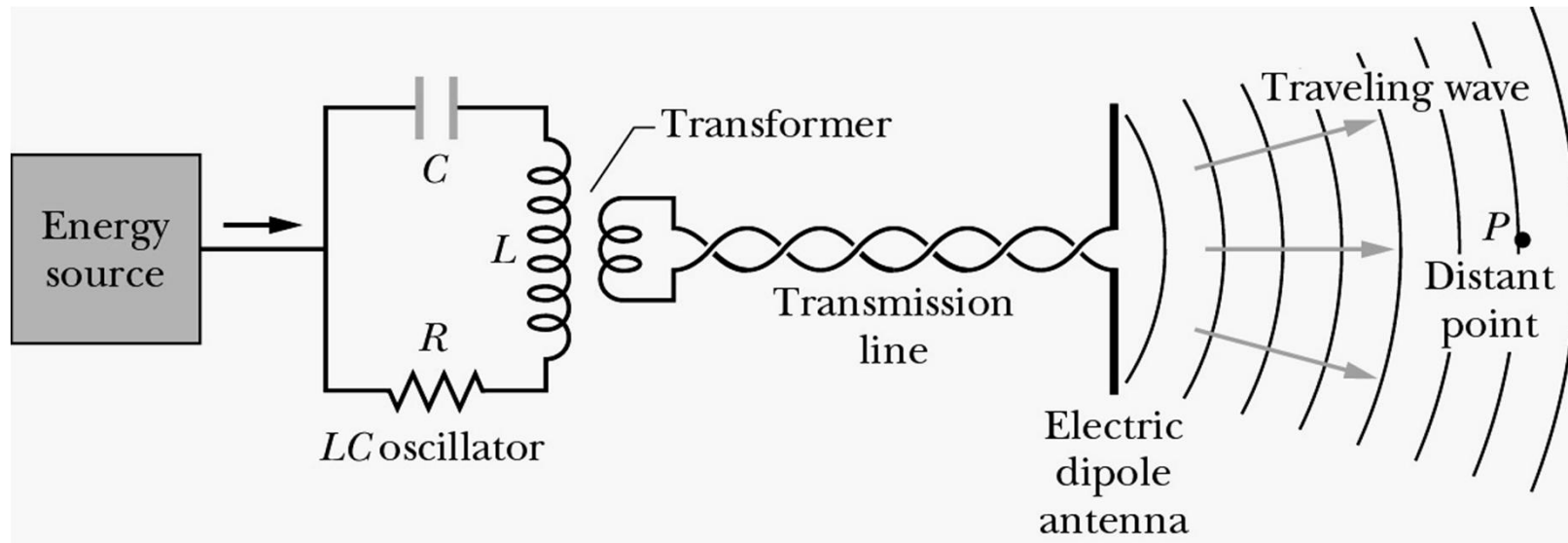
$$v = \frac{c}{\lambda}$$



## Czułość oka ludzkiego w zakresie widzialnym



# Wytwarzanie fali elektromagnetycznej o częstościach radiowych



$$E(x, t) = E_m \sin(kx - \omega t)$$

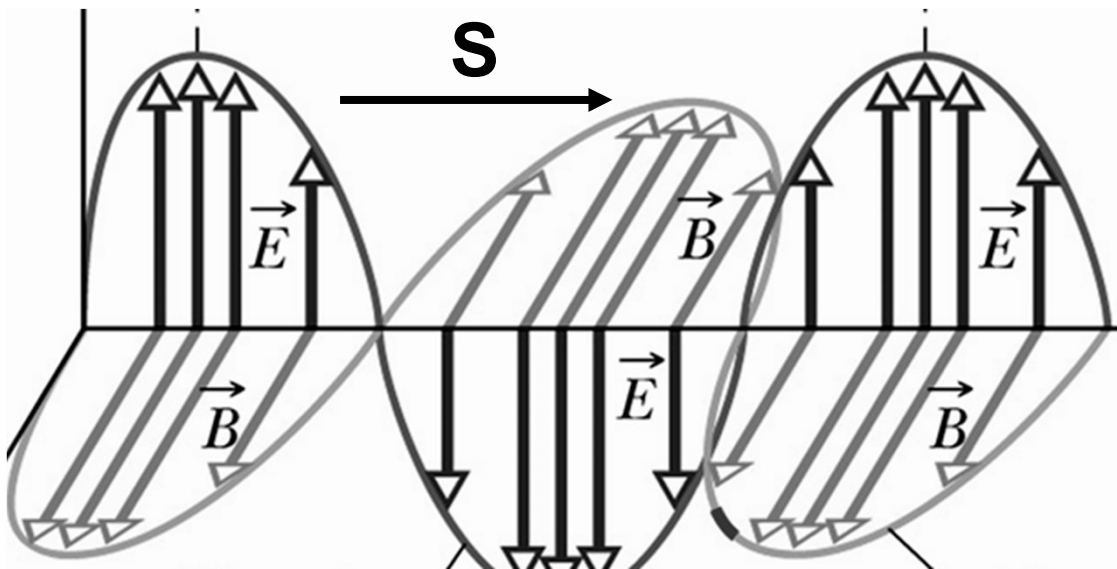
$$B(x, t) = B_m \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{E_m}{B_m} = c$$

$$\frac{E}{B} = c$$

**H. Hertz (1888)**  
doświadczalne  
potwierdzenie  
istnienia fal EB

## Fala elektromagnetyczna – przepływ energii i wektor Poyntinga



Definicja wektora Poyntinga

$$\vec{\mathbf{S}} = \frac{1}{\mu_0} \vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

Kierunek wektora Poyntinga jest kierunkiem rozchodzenia się fali i kierunkiem przepływu energii

## Natężenie fali elektromagnetycznej

Wartość wektora Poyntinga wiąże się z szybkością, z jaką energia fali przepływa przez jednostkową powierzchnię w danej chwili. Średnia wartość wektora Poyntinga jest natężeniem fali elektromagnetycznej.

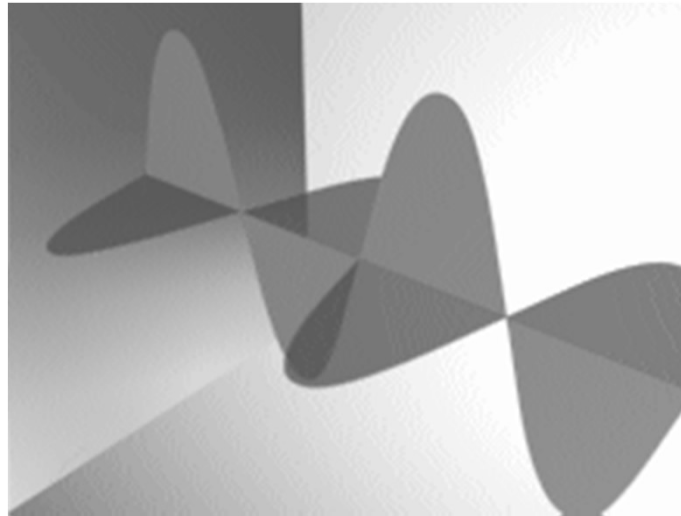
chwilowa szybkość  
przepływu energii

$$S = \frac{1}{\mu_0} EB = \frac{1}{c\mu_0} E^2$$

natężenie fali  
elektromagnetycznej

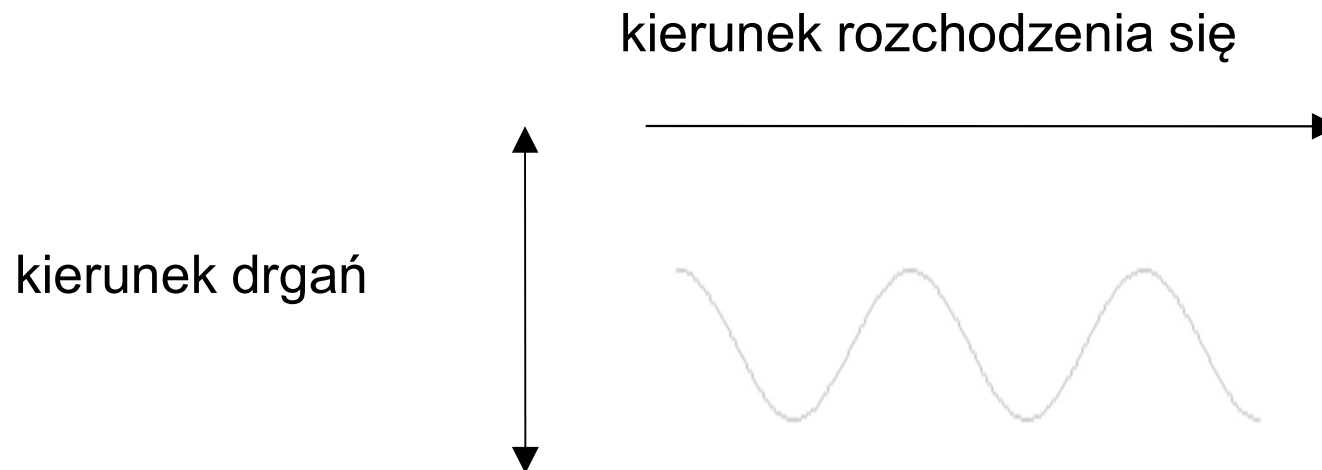
$$I = S_{\text{śr}} = \frac{1}{2c\mu_0} E_m^2$$

Fala elektromagnetyczna (zaburzenie pola E i B)  
rozchodzi się w próżni – nie jest potrzebny ośrodek  
materialny

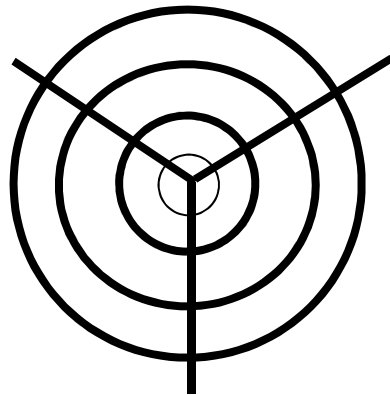


Doświadczenie Michelsona-Morleya, 1887 – „eter świetlny” nie istnieje

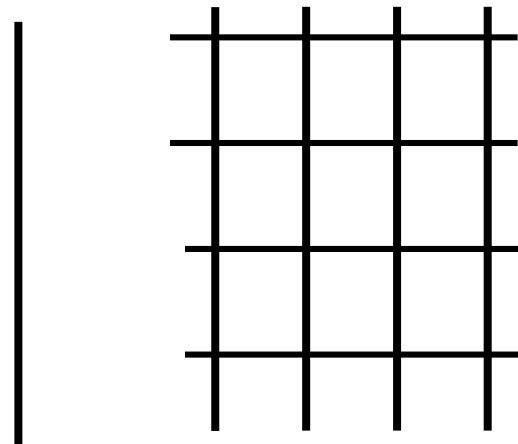
Ze względu na zależność pomiędzy kierunkiem drgań i kierunkiem rozchodzenia się fale dzielimy na **podłużne** (gdy kierunki są zgodne) oraz **poprzeczne** (gdy kierunki są prostopadłe). Fale EB są poprzeczne.



## INNY PODZIAŁ FAL



czoło fali    promień fali



Ze względu na kształt czoła fali, wyróżniamy m.in. fale kuliste i płaskie. Czoło fali jest to powierzchnia łącząca punkty w tej samej fazie zaburzenia



## Od czego zależy prędkość fali?

Prędkość fali mechanicznej określa bezwładność i sprężystość ośrodka

Przykład 1. Prędkość fali w strunie.

Bezwładność: masa na jednostkę długości  $\mu = M/L$  [kg/m]

Sprężystość: siła naprężająca strunę  $T$  [kg m/s<sup>2</sup>]

Analiza wymiarowa daje jako jedyną kombinację:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

## Prędkość fali mechanicznej w ciele stałym:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

moduł Younga

gęstość

## Prędkość fali akustycznej w gazie:

$$B = - \frac{\Delta p}{\Delta V / V}$$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

moduł ścisłości

gęstość

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}$$

ciśnienie

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

## Prędkość fali elektromagnetycznej w próżni:

$$c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}$$

Wynika z teorii (równań Maxwella)

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

stałe uniwersalne

$$\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ H / m}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F / m}$$

w ośrodku

$$v = \frac{c}{n}$$

$n$  - współczynnik  
załamania ośrodka

# OGÓLNE RÓŻNICZKOWE RÓWNANIE FALI

Wzór  $y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t)$

przypomina rozwiązanie równania oscylatora harmonicznego

***A jakie równanie naprawdę rozwiązuje?***

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 y_m \sin(kx - \omega t) = -\omega^2 y$$

$$\omega = vk$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 y_m \sin(kx - \omega t) = -k^2 y$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

# OGÓLNE RÓŻNICZKOWE RÓWNANIE FALI

## 3D

Zaburzenie jest opisywane funkcją  $\Psi(x,y,z,t)$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

czyli

$$\Delta \Psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

Operator różniczkowy Laplace'a (laplasjan)

$$\Delta = \nabla \circ \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

# PODSTAWOWE ZJAWISKA FALOWE:

- interferencja
- dyfrakcja
- polaryzacja

ale także: załamanie, rozszczepienie (dyspersja), odbicie, transmisja, absorpcja

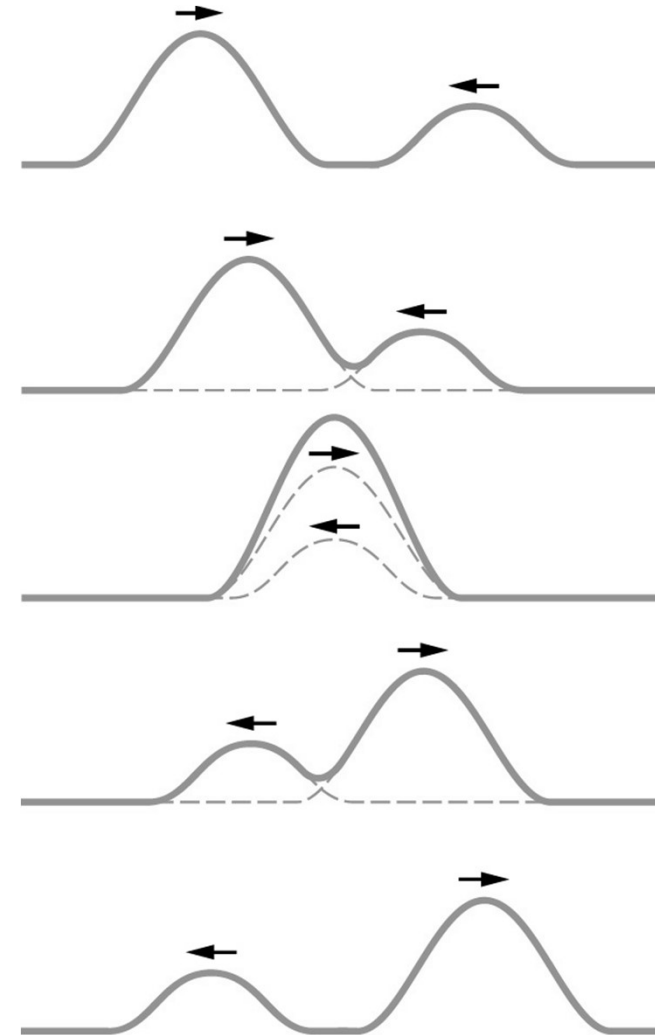
Zjawiska są wspólne dla wszystkich rodzajów fal

## ZASADA SUPERPOZYCJI FAL

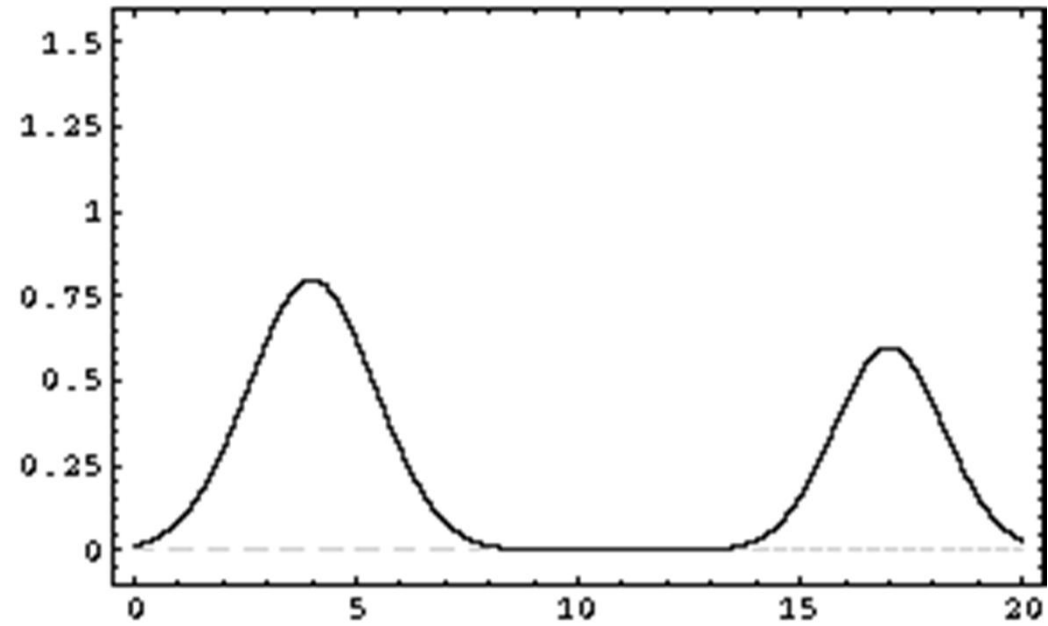
Często się zdarza, że dwie lub więcej fal przechodzi równocześnie przez ten sam obszar. Fale te nakładają się, w żaden sposób nie wpływają na siebie wzajemnie a zaburzenia dodają się algebraicznie tworząc **falę wypadkową**.

$$y_w(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

2016/17, sem. letni



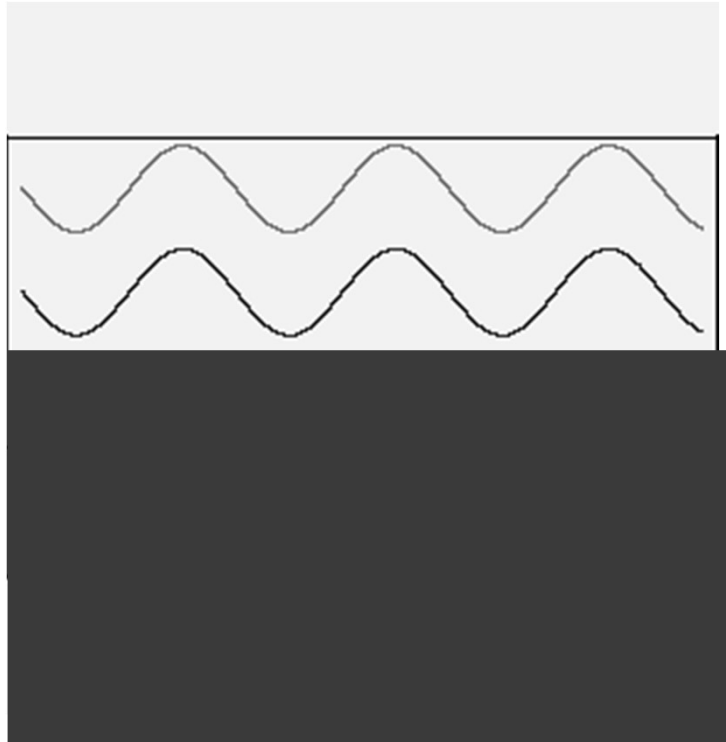
# Demonstracja





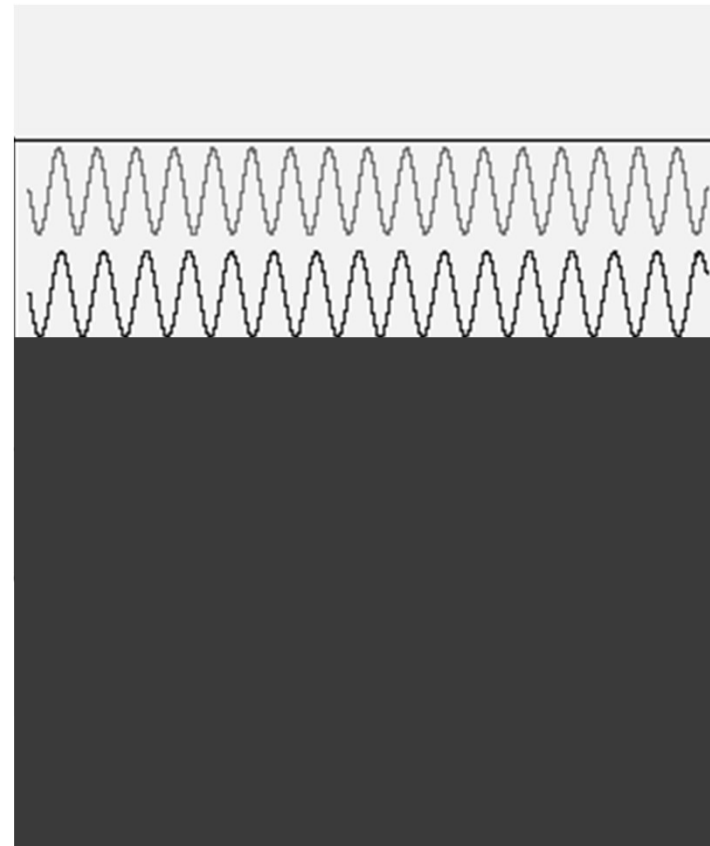
## Skutki superpozycji fal

Wzmocnienie (interferencja konstruktywna) lub osłabienie (interferencja destruktywna)



2016/17, sem. letni

Dudnienia (nakładanie się fal o bardzo zbliżonych częstościach)



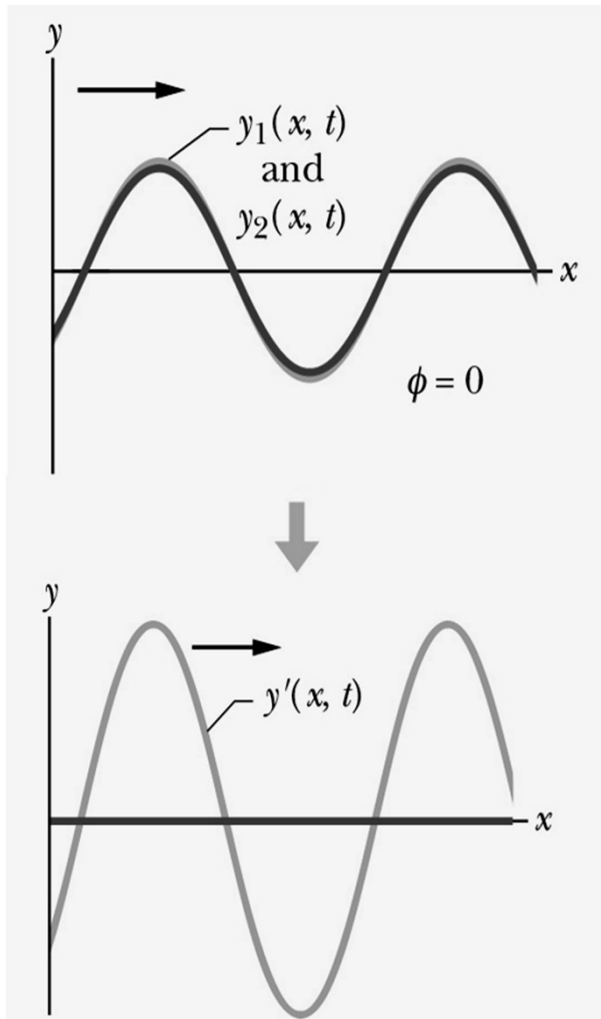
## Interferencja

Zakładamy, że dwie sinusoidalne fale o tej samej długości i amplitudzie biegną wzdłuż napiętej liny w tym samym kierunku. Fale te interferują ze sobą dają wypadkową falę sinusoidalną biegnącą w tym samym kierunku. Amplituda fali wypadkowej zależy od względnej różnicy faz fal interferujących.

$$y_1(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$y = y_1(x, t) + y_2(x, t) = \underbrace{\left[ 2y_m \cos \frac{1}{2} \varphi \right]}_{\text{amplituda}} \sin\left(kx - \omega t + \frac{1}{2} \varphi\right)$$

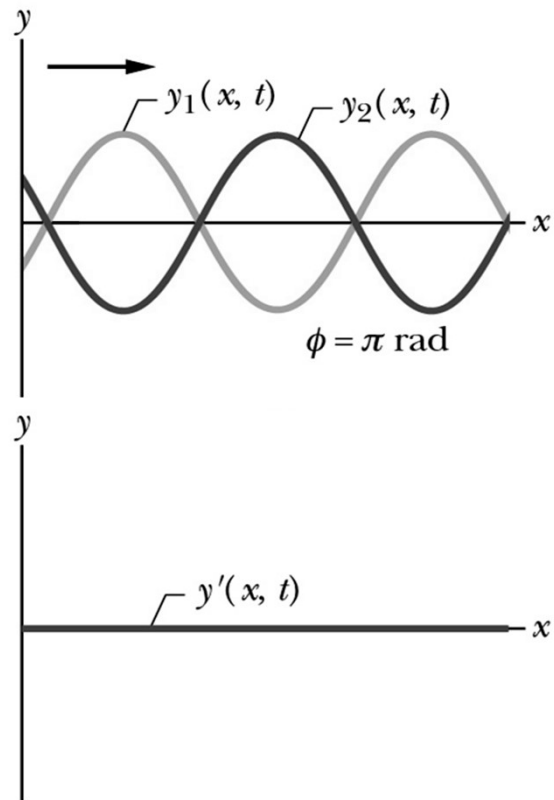


Interferencja konstruktywna (wzmocnienie) występuje, gdy fazy są zgodne, tj. gdy  $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$

Amplituda wypadkowa jest dwukrotnie większa niż amplituda każdej z fal interferujących

$$y'_m = 2y_m \cos \frac{1}{2} \phi = 2y_m$$

Natężenie fali wypadkowej jest czterokrotnie większe niż natężenie każdej z fal interferujących



Interferencja destruktywna – całkowite wygaszenie, gdy fazy są przeciwne, tj. gdy  $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$

Amplituda i natężenie fali wypadkowej wynoszą zero

$$y'_m = 2y_m \cos \frac{1}{2} \phi = 0$$

**Przypomnienie:** Podobny efekt obserwowaliśmy przy nakładaniu drgań zachodzących wzdłuż jednej prostej

## Metoda wektora wirującegogo - wskazzy

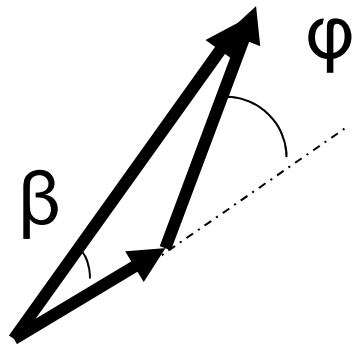
Wskaz jest wektorem, którego długość jest równa amplitudzie fali. Wektor ten obraca się wokół początku układu współrzędnych z prędkością kątową równą częstości fali  $\omega$ .

$$y_1(x, t) = y_{m1} \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2(x, t) = y_{m2} \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

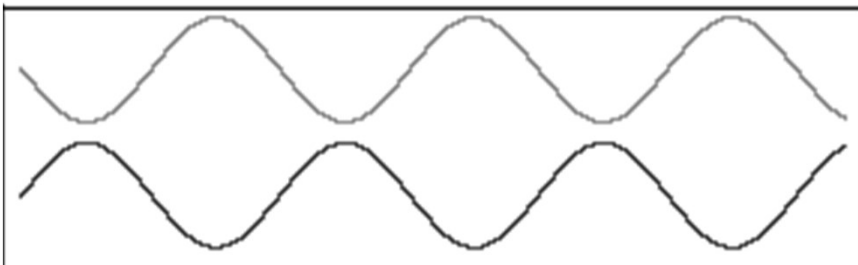
Wynik interferencji – wynik dodawania wskazów

$$y'(x, t) = y'_m \sin(kx - \omega t + \beta)$$



Metodą wskazów można się posługiwać nawet gdy amplitudy fal interferujących są różne

## Fala stojąca



Fala stojąca powstaje gdy dwie sinusoidalne fale o tej samej długości i amplitudzie biegną wzdłuż napiętej liny w przeciwnym kierunku.

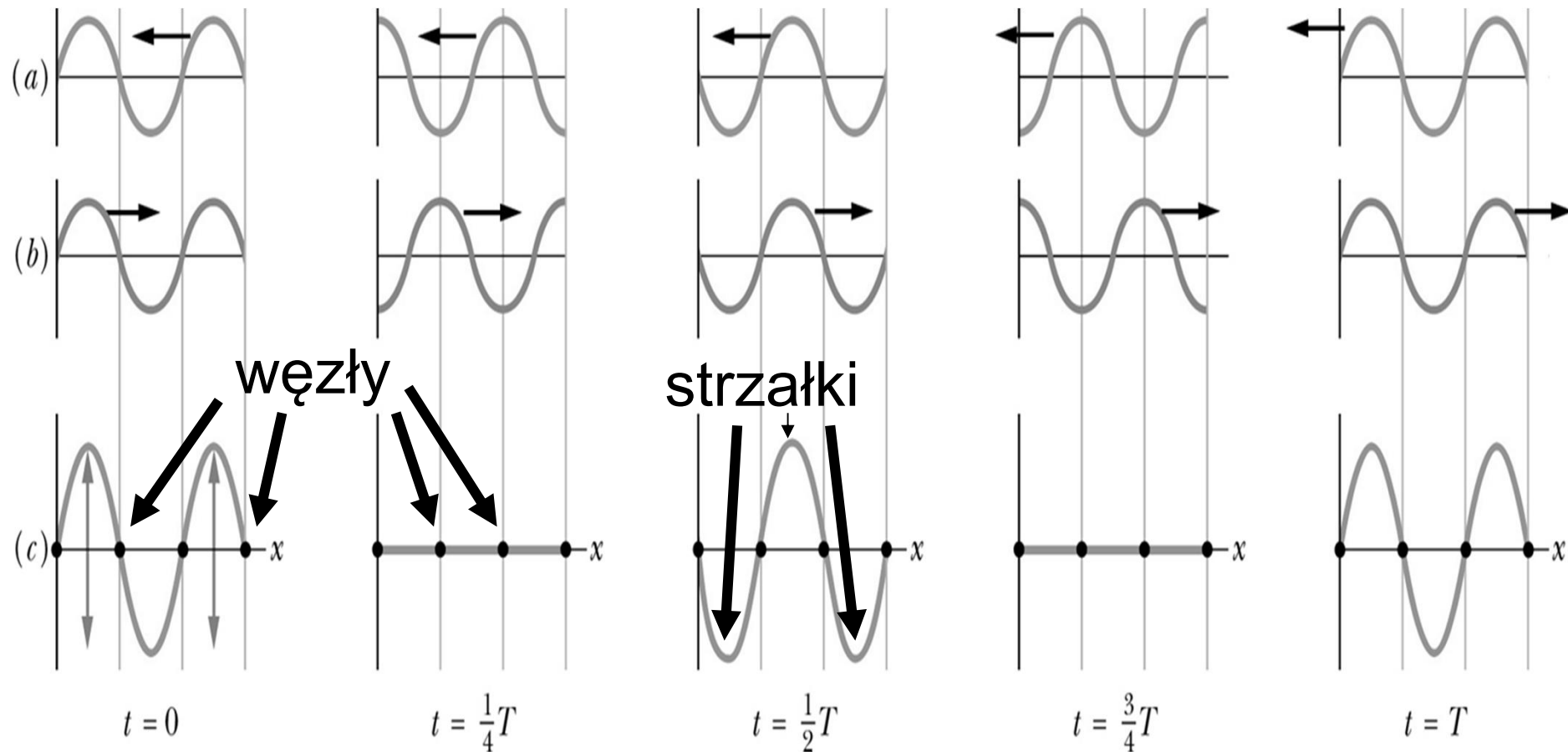
$$y_1(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$

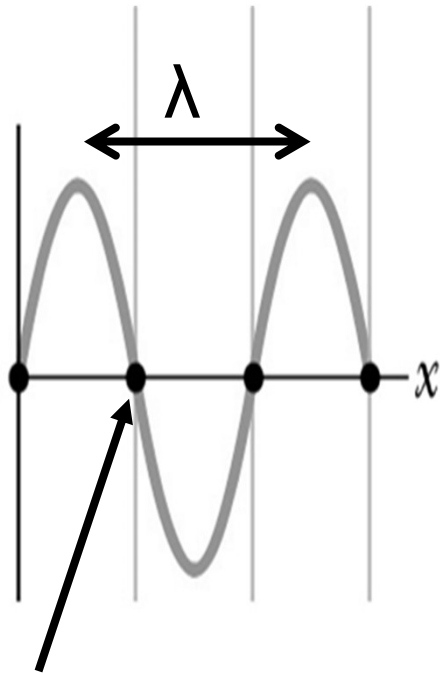
$$y_2(x, t) = y_m \sin(kx + \omega t)$$

Można pokazać, że

$$y = y_1 + y_2 = \underbrace{[2y_m \sin kx]}_{\text{amplituda fali}} \cos(\omega t)$$

## Fala stojąca





położenie węzła dla  $n'=1$

Położenia węzłów są opisane relacją:

$$x = n' \frac{\lambda}{2}$$

gdzie  $n'=0,1,2,\dots$

Rezonans występuje, gdy przy pewnych częstościach w wyniku interferencji powstaje fala stojąca o dużej amplitudzie

Struna wykazuje rezonans przy pewnych częstościach zwanych częstościami rezonansowymi



# Rezonans

Narzucając warunki brzegowe kwantujemy długość fali i częstotliwość

warunki brzegowe:

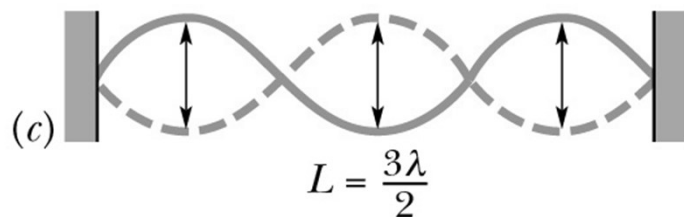
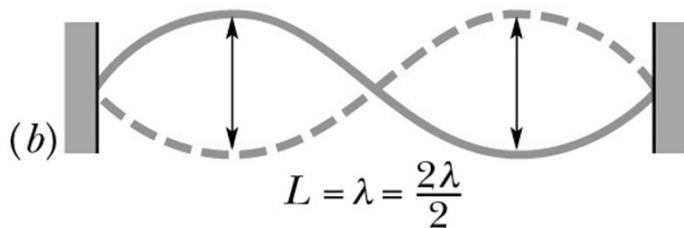
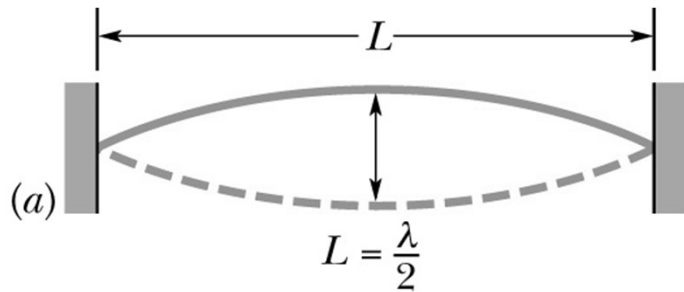
dla  $x=0, y=0$  i dla  $x=L, y=0$  (węzły na końcach struny)

warunek kwantyzacji długości fali:

$$\lambda_{n'} = \frac{2L}{n'} \quad \text{gdzie } n' = 1, 2, 3, \dots$$

warunek kwantyzacji częstotliwości:

$$\gamma_{n'} = n' \frac{v}{2L} \quad \leftarrow \text{prędkość fali}$$



Częstości rezonansowe są całkowitymi wielokrotnościami najniższej częstotliwości – częstotliwości podstawowej  $\gamma_1$

$$\gamma_1 = \frac{v}{2L}$$

Drganie własne o częstotliwości podstawowej nazywamy modem podstawowym lub pierwszą harmoniczną

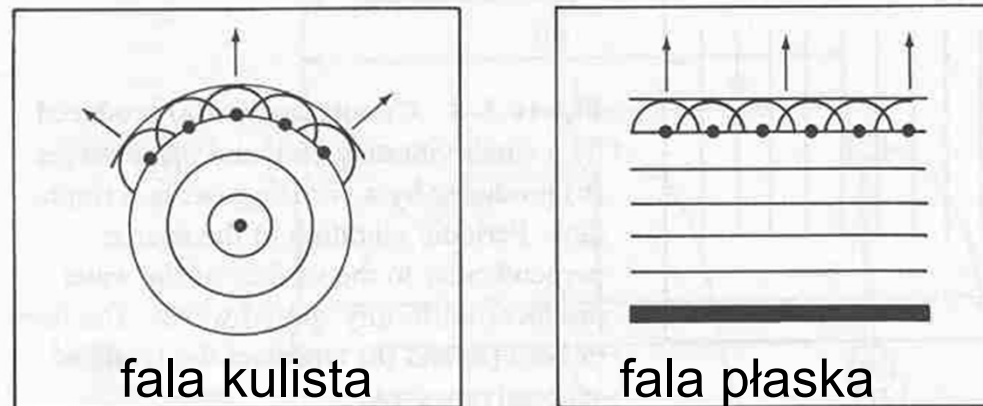
Szereg harmoniczny czyli zbiór wszystkich możliwych drgań własnych opisany jest przez

$$\gamma_{n'} = n' \gamma_1$$



Christian Huygens – 1678 r. pierwsza falowa teoria światła

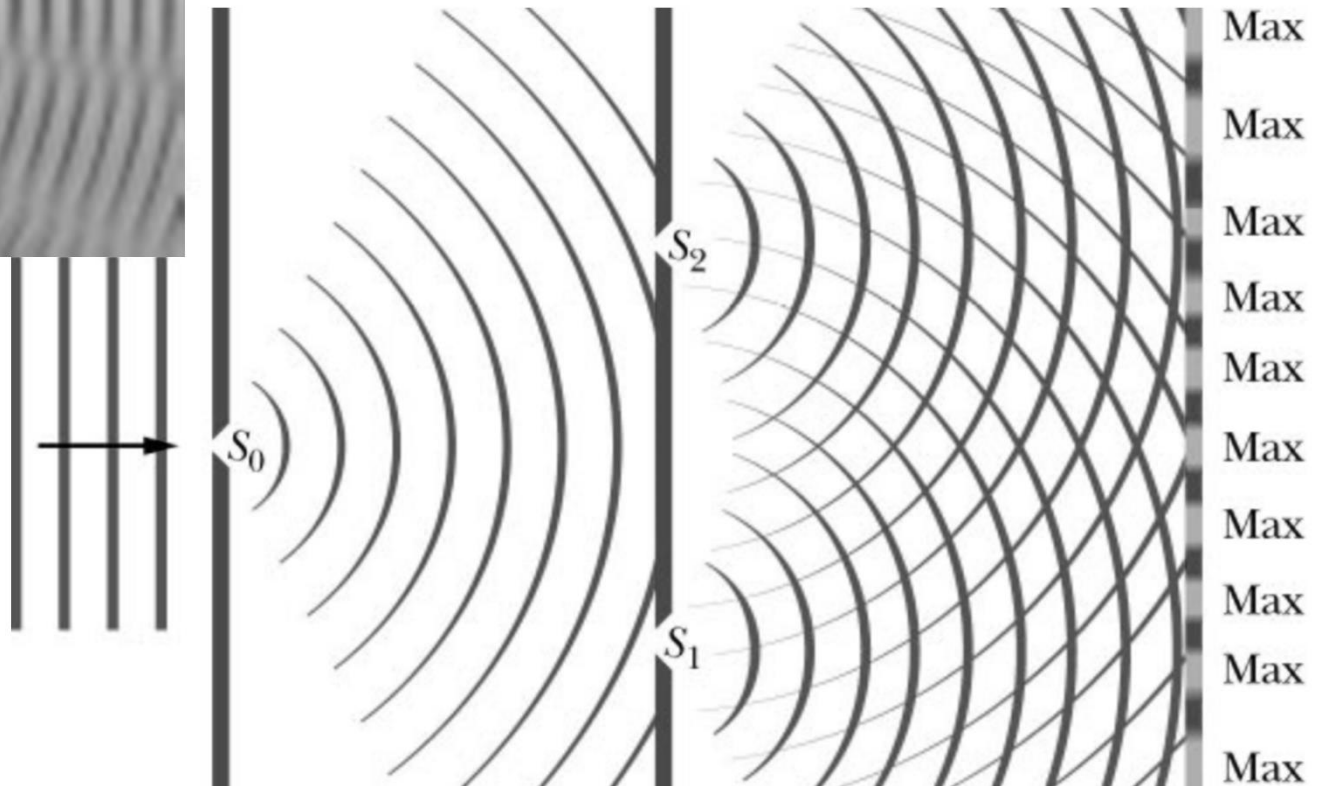
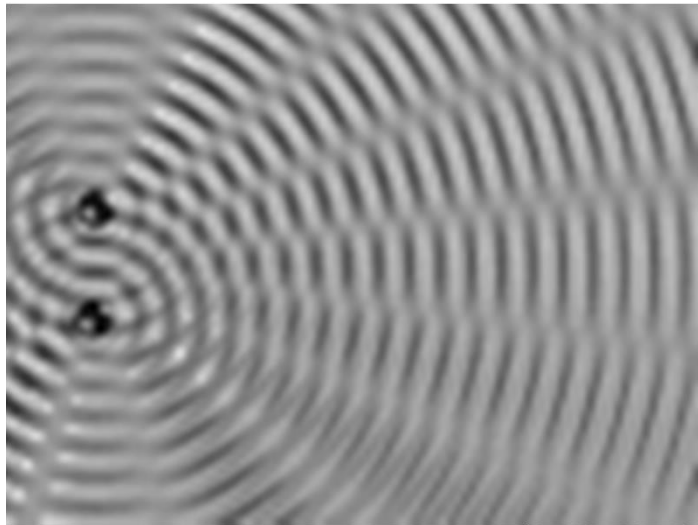
**Zasada Huygensa**: Wszystkie punkty czoła fali zachowują się jak punktowe źródła elementarnych kulistych fal wtórnych. Po czasie  $t$  nowe położenie czoła fali jest wyznaczone przez powierzchnię styczną do powierzchni fal wtórnych



Zasada ta pozwala wyprowadzić m.in. prawo załamania, prawo odbicia (HRW, t.4, 36.2). Wykorzystuje się ją również w interferencji i dyfrakcji

# Doświadczenie Younga

1801 r. – światło jest falą  
bo ulega interferencji



O wyniku interferencji fal decyduje różnica faz  $\Delta\varphi$

Jakie mogą być przyczyny powstawania różnicy faz?

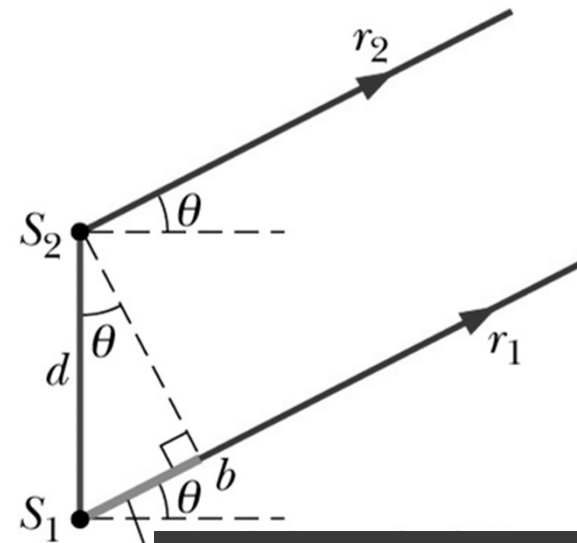
Dla światła rozchodzącego się w przestrzeni 3D (w próżni lub ośrodku materialnym) główną przyczyną powstawania różnicy faz  $\Delta\varphi$  jest różnica dróg optycznych  $\Delta L$

$$\Delta\varphi - 2\pi$$

$$\Delta L - \lambda$$

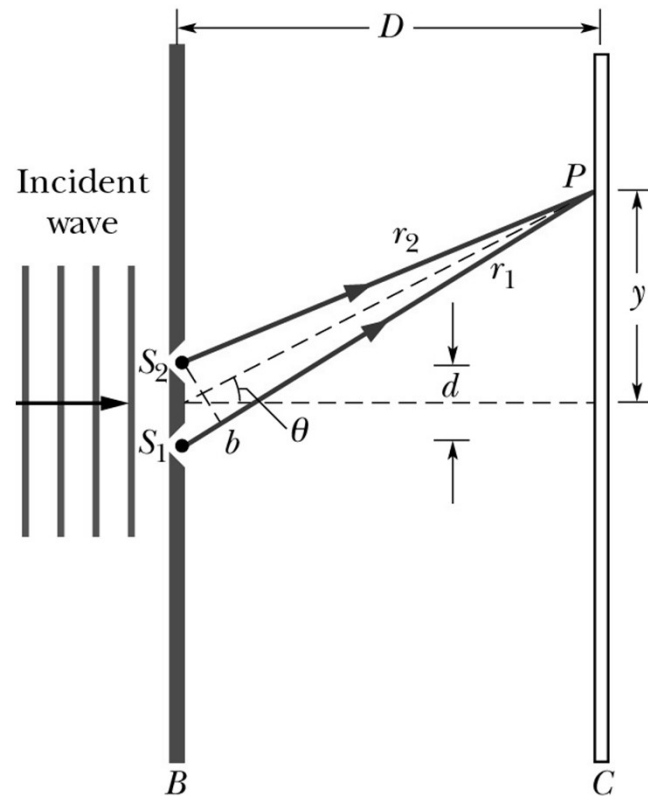
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L$$

gdy  $\Delta L = \lambda$  to  $\Delta\varphi = 2\pi$  i  
zachodzi interferencja  
konstruktywna



$$S_1 b = \Delta L$$

$$\Delta L = S_1 b = d \sin\theta$$



## Warunki interferencji:

różnica faz musi być stała w czasie – spójność czasowa i w przestrzeni – spójność przestrzenna

Źródła światła muszą być spójne (koherentne)

warunek interferencji konstruktywnej (maximum)

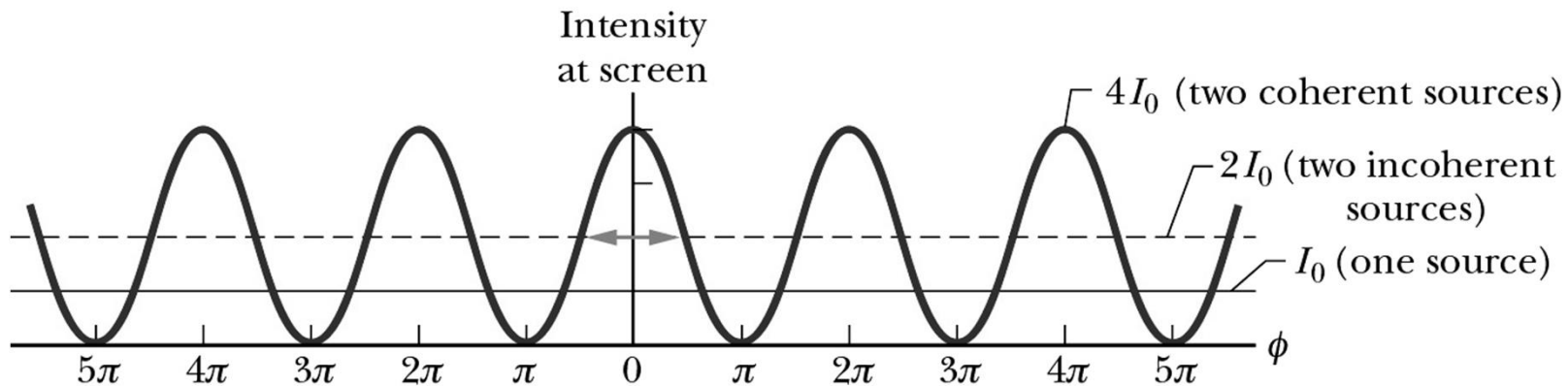
$$d \sin \theta = m \lambda$$

warunek interferencji destruktywnej (minimum)

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

$$m=0,1,2,\dots$$

# Obraz interferencyjny – rozkład natężenia światła na ekranie



	2	1	1	0	0	1	2		$m$ , for maxima		
2		1	0	0	1		2		$m$ , for minima		
2.5	2	1.5	1	0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	$\Delta L/\lambda$

$$I = 4I_0 \cos^2(\phi/2)$$

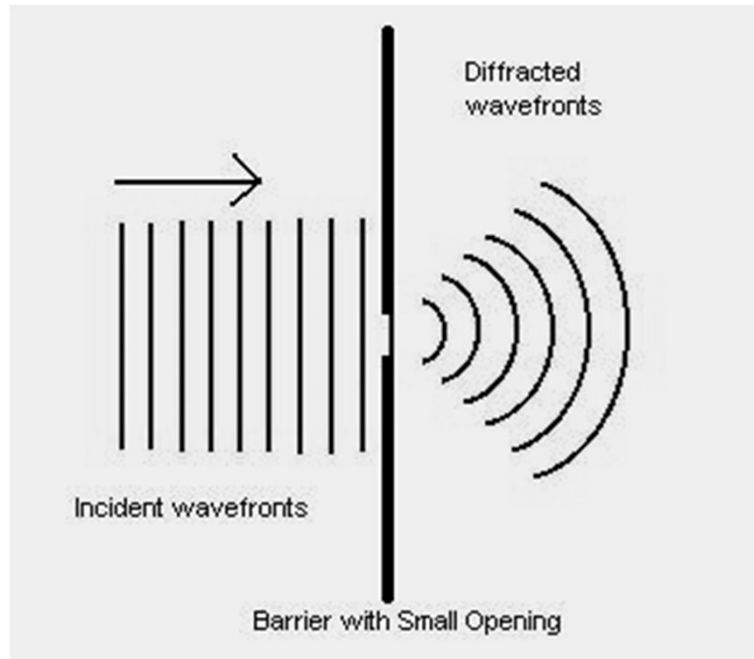
różnica faz

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

odległość między szczelinami

kąt obserwacji

## Dyfrakcja

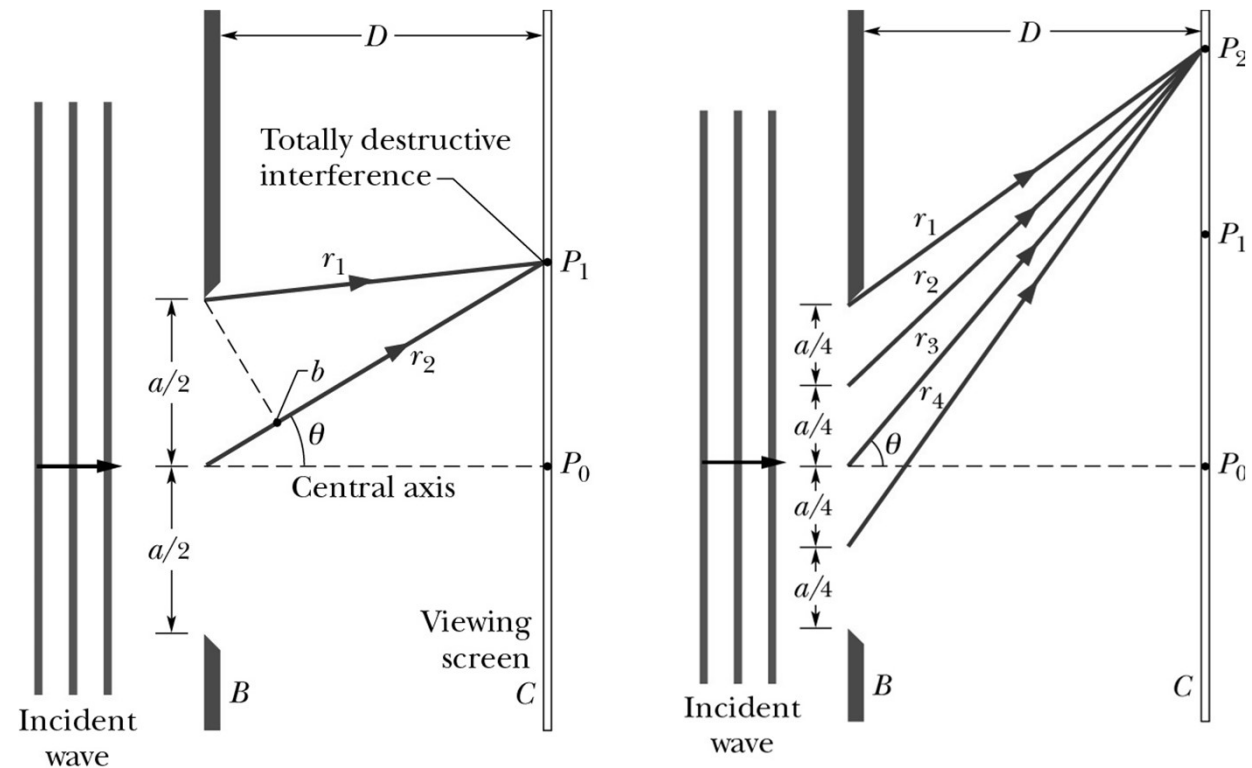
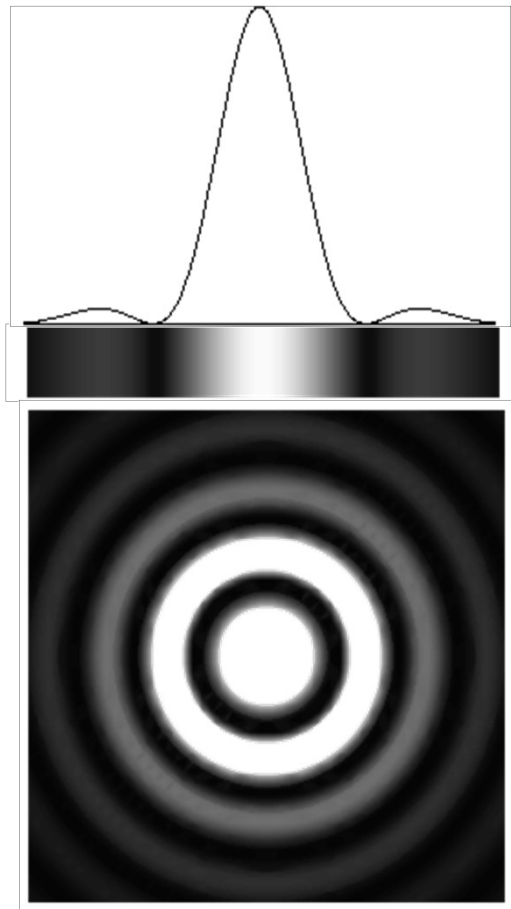


Jeżeli fala napotyka na swojej drodze przeszkodę, otwór lub szpilkę o rozmiarach porównywalnych z długością fali, to po przejściu przez nią będzie się inaczej rozprzestrzeniać ( fala będzie ulegać ugięciu – dyfrakcji).

W wyniku dyfrakcji powstaje złożony z prążków obraz interferencyjny zwany obrazem dyfrakcyjnym



# Obraz dyfrakcyjny pojedynczej szczeliny



Ciemne prążki – minima powstają gdy

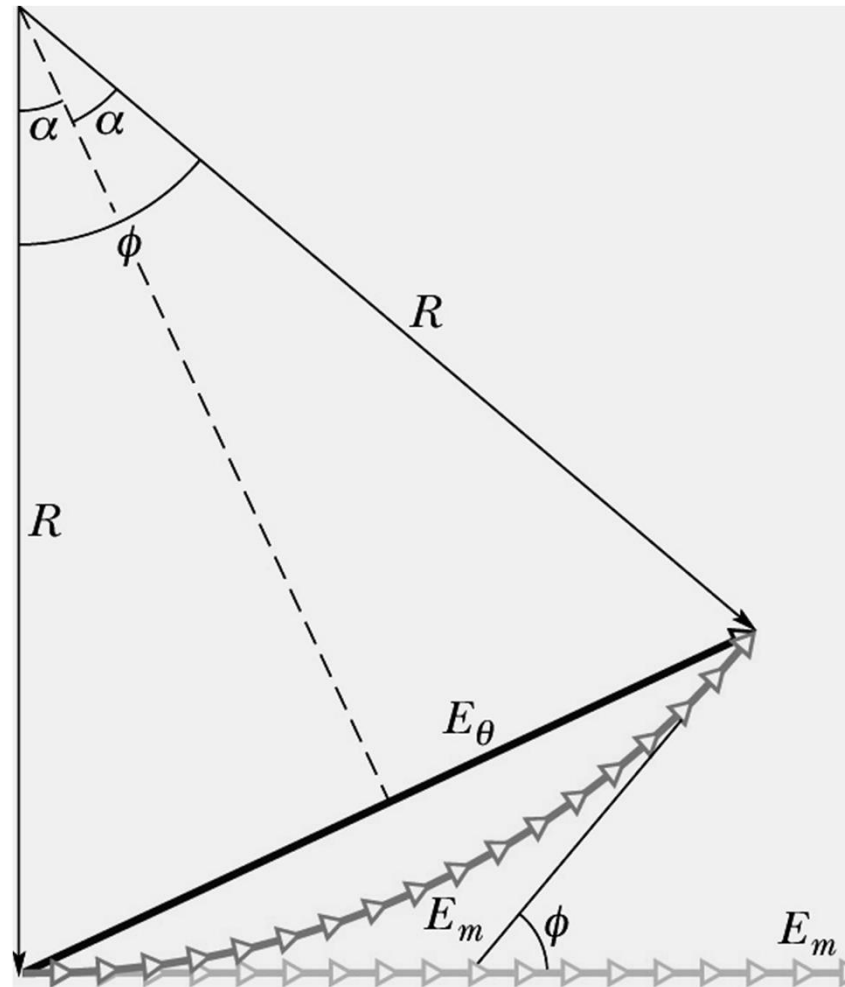
$$a \sin \theta = m \lambda \quad m=0,1,2,\dots$$

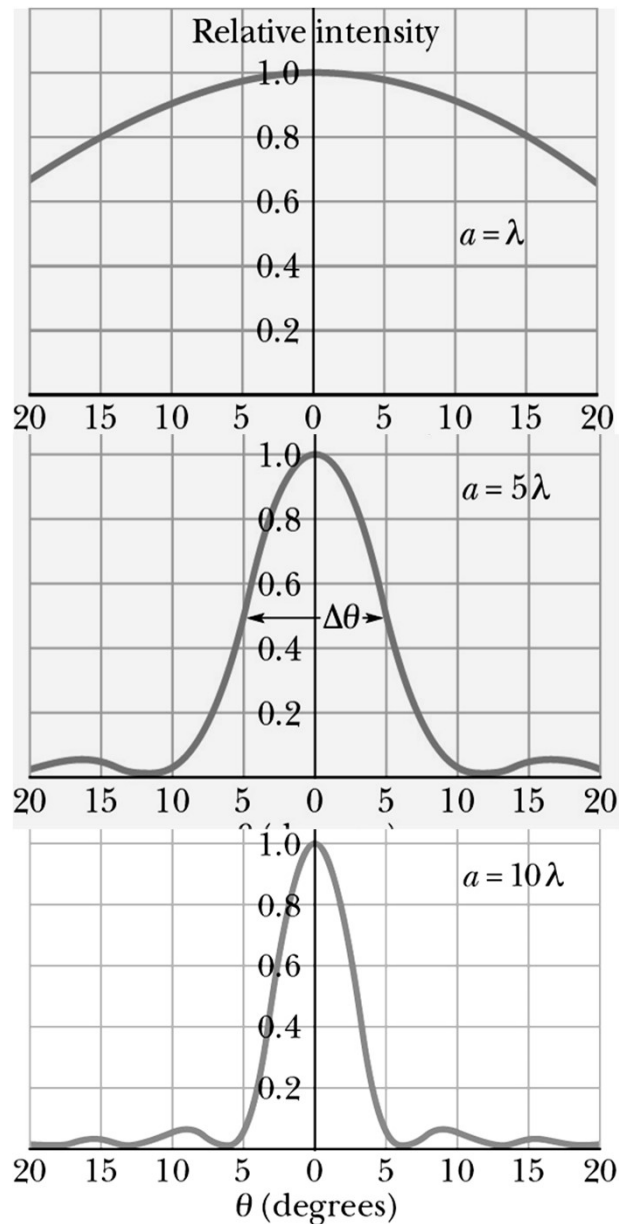
2016/17, sem. letni

szerokość  
szczeliny

kąt ugięcia

Metoda wskazów-  
wyprowadzenie  
wzoru na natężenie  
światła w obrazie  
dyfrakcyjnym  
pojedynczej  
szczeliny (HWR, t.4,  
37.4)





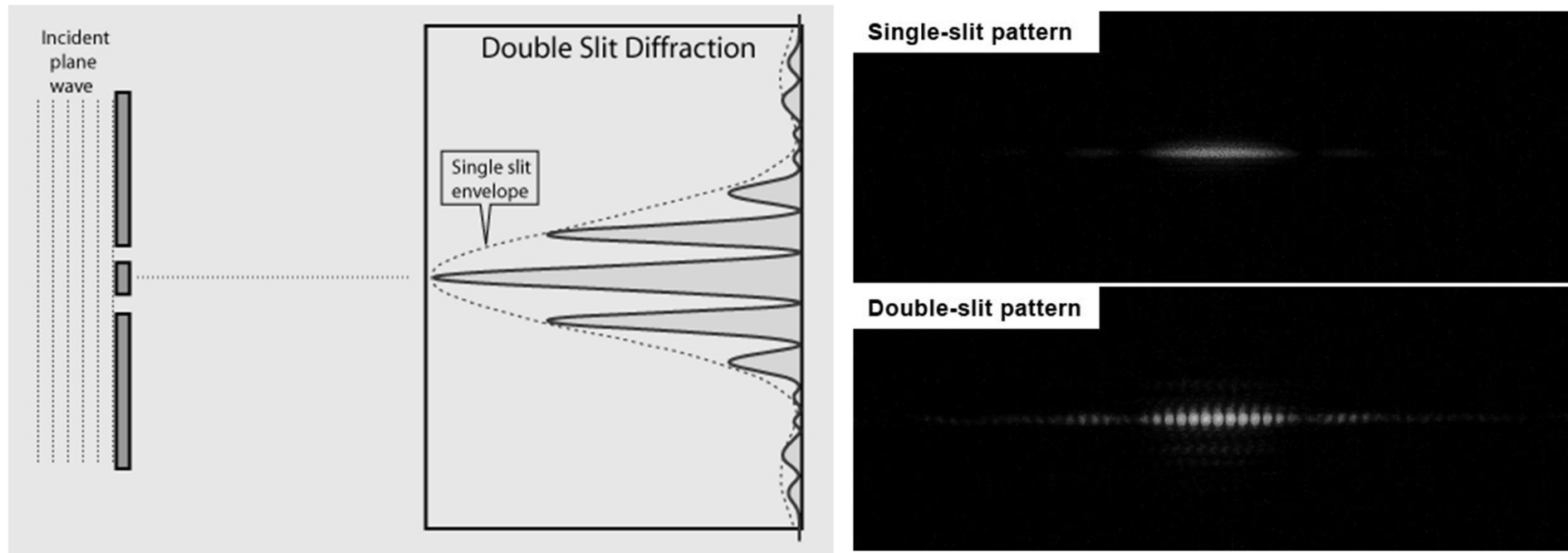
2016/17, sem. letni

$$I(\theta) = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{\varphi}{2} = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

Im większy stosunek  $a/\lambda$  tym węższy jest obraz dyfrakcyjny (szerokość centralnego maksimum).

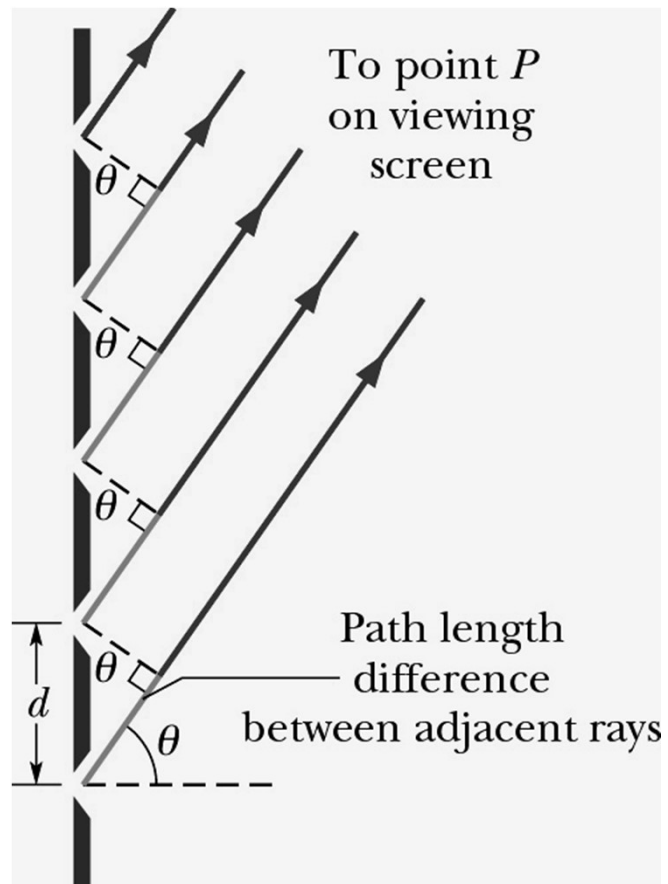
# Obraz interferencyjno-dyfrakcyjny od dwóch szczelin



$$I(\theta) = 4I_o \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \cos^2 \beta$$

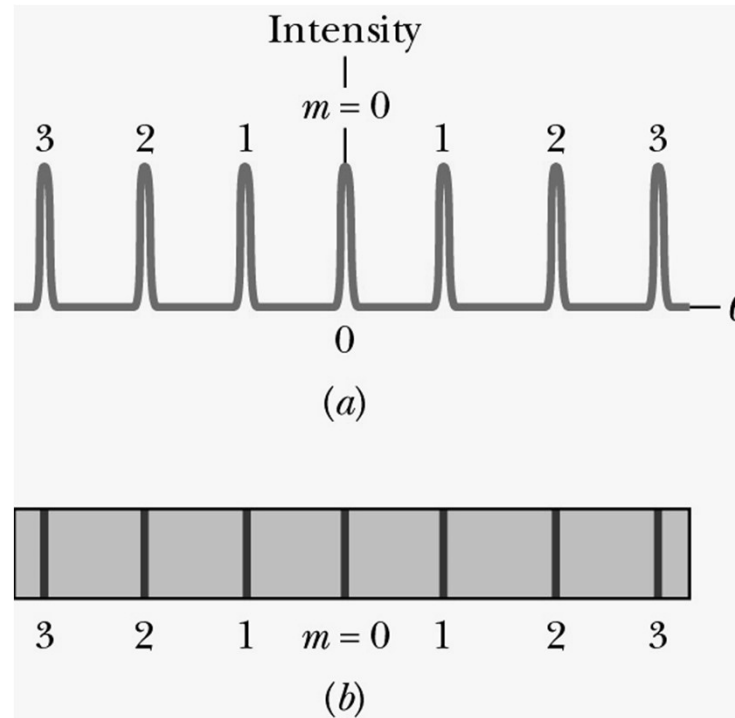
$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$



## Siatka dyfrakcyjna

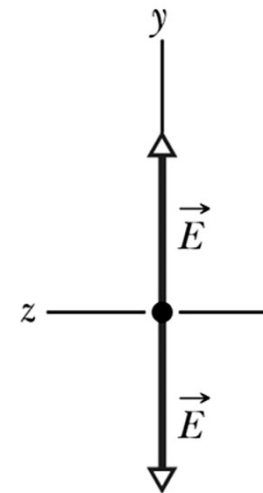
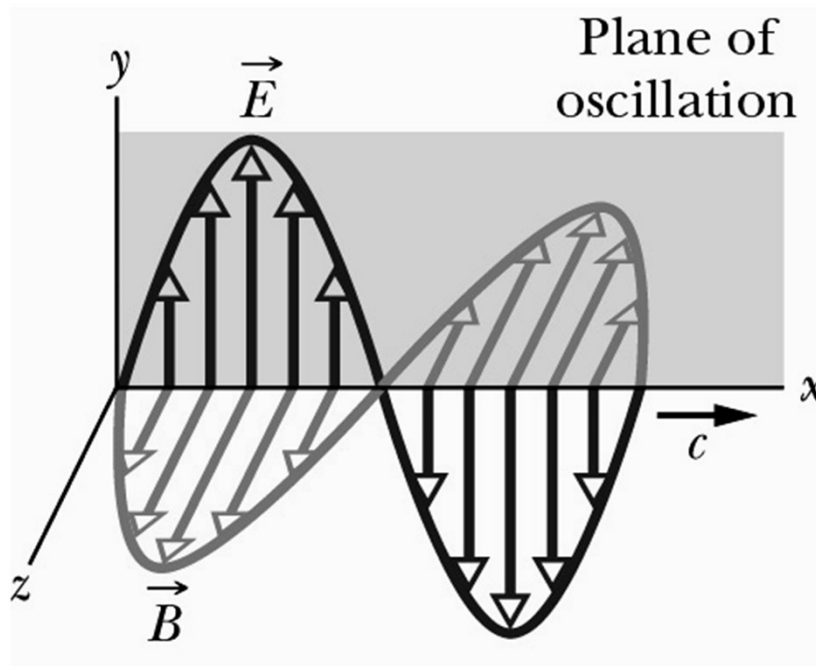
### układ wielu szczelin



warunek powstawania  
maksimum

$$d \sin \theta = m \lambda$$

# Polaryzacja fali elektromagnetycznej

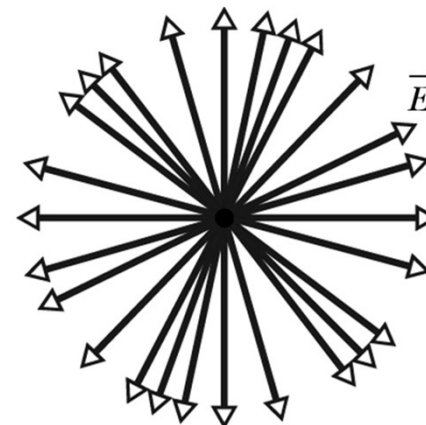


światło całkowicie spolaryzowane liniowo

Prawo Malusa

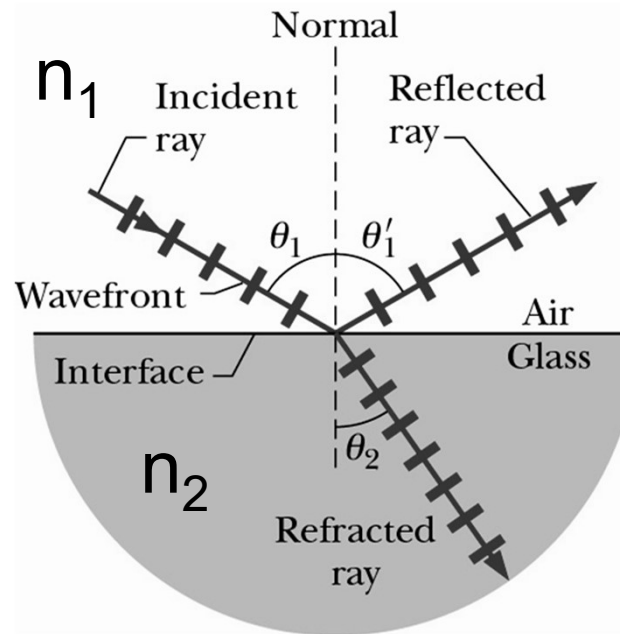
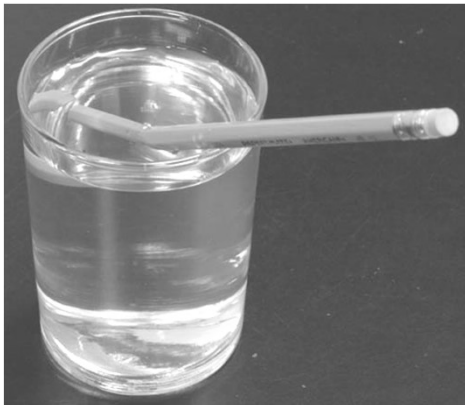
$$I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$$

światło niespolaryzowane



## Odbicie i załamanie

Czemu ołówek wydaje się być złamany?



Prawo odbicia:

$$\theta_1 = \theta_1'$$

Prawo załamania- prawo Snella

$$n_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_1$$

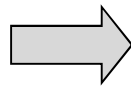
różna jest prędkość rozchodzenia się fali w ośrodkach różniących się współczynnikiem załamania  $n=c/v$

## Zasada Fermata

1679 r

Światło przebiegające między dwoma punktami wybiera drogę, na przebycie której trzeba zużyć minimum lub maksimum czasu (zazwyczaj minimum) w porównaniu z sąsiednimi drogami

$$t = \int \frac{ds}{v}$$



$$t = \frac{1}{c} \int n ds = \frac{\text{droga optyczna}}{c}$$

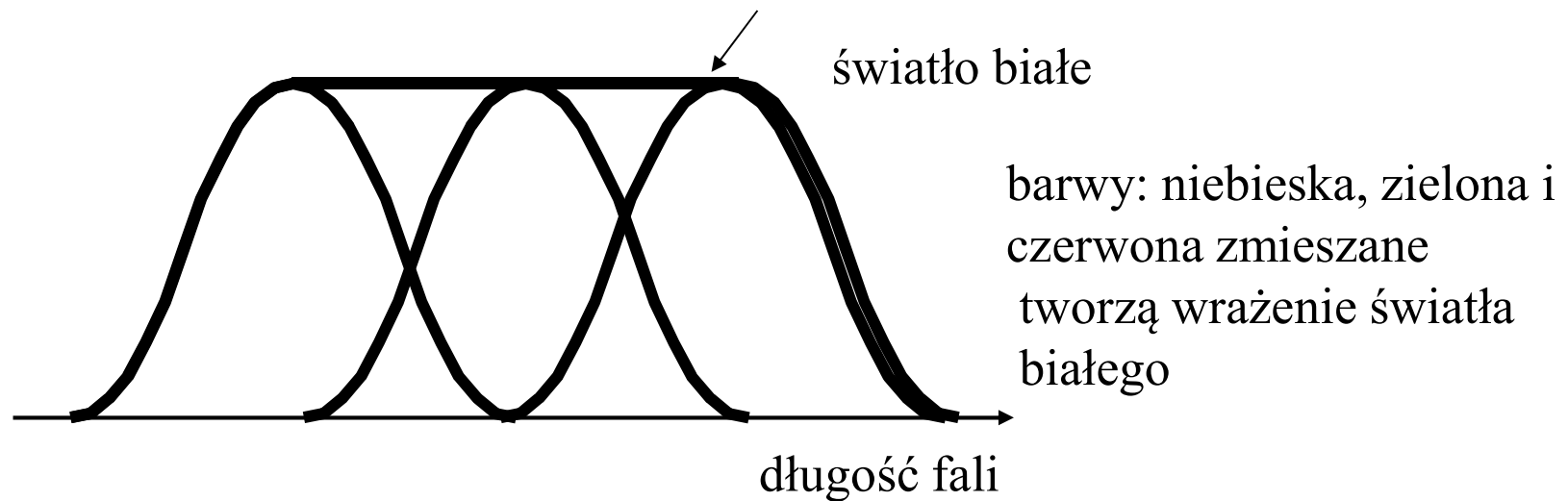
Minimalizacja czasu to minimalizacja drogi optycznej

Zasada Fermata tłumaczy prostoliniowy bieg światła w ośrodku jednorodnym, można z niej wyprowadzić prawo odbicia i prawo załamania

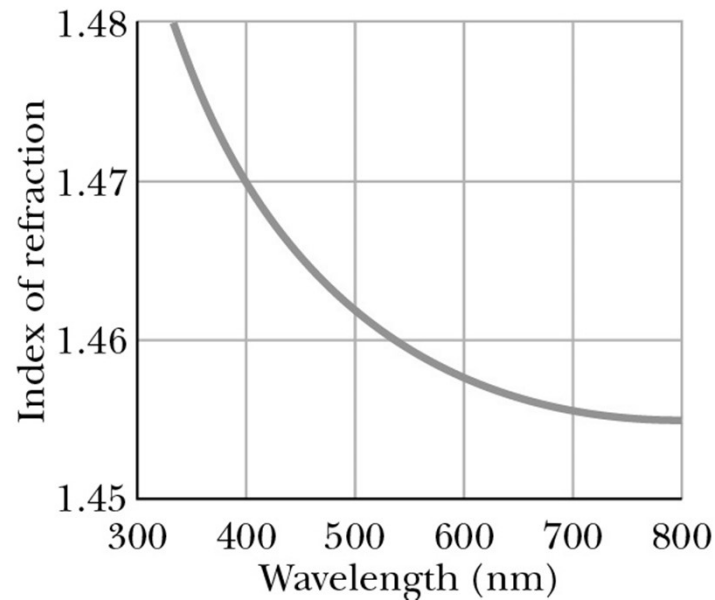


# Światło białe

Światło białe stanowi idealną mieszaninę barw



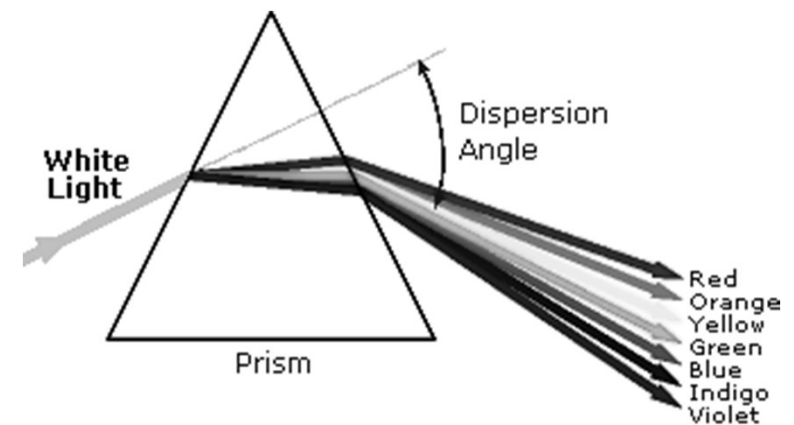
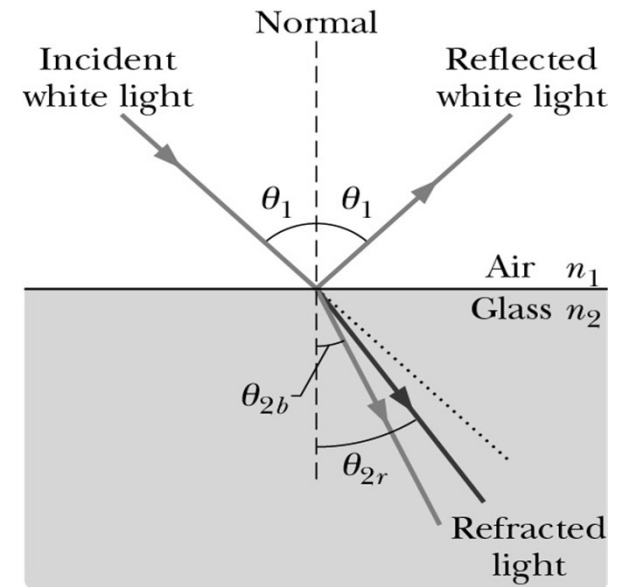
# Dyspersja



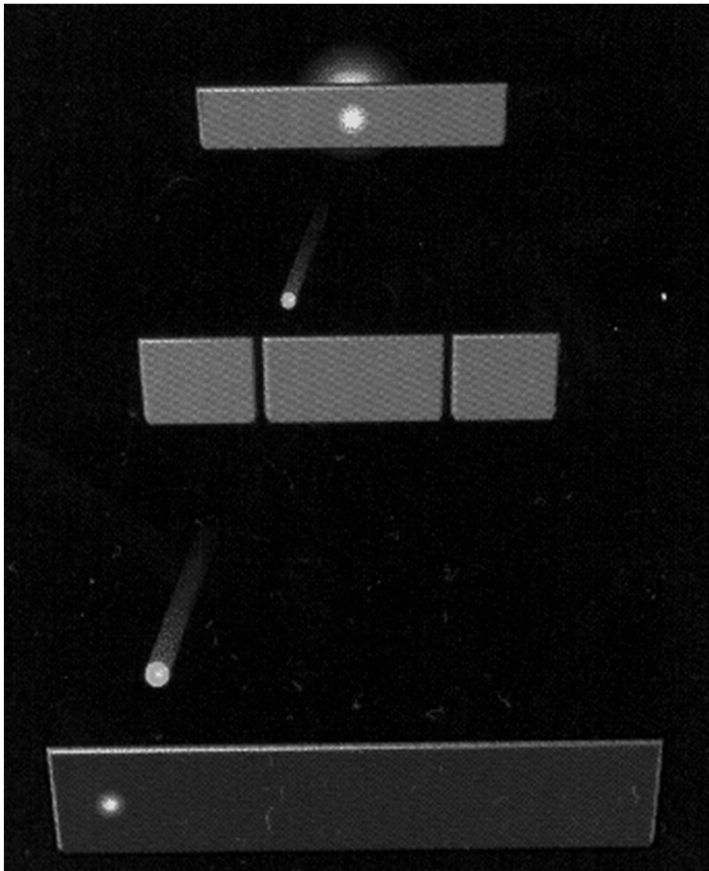
Światło monochromatyczne o określonej długości fali można utworzyć wykorzystując:

dyspersję  $n(\lambda)$  – pryzmat

ugięcie  $\theta(\lambda)$  – siatka dyfrakcyjna

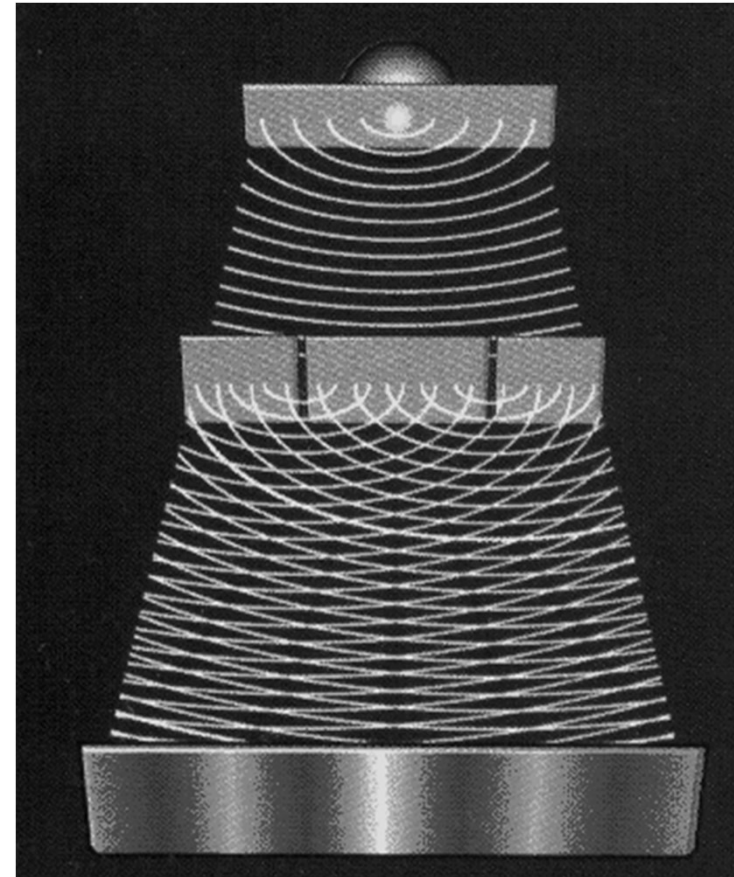


## Podsumowanie – refleksja na temat natury falowej



Czy światło jest cząstką?

2016/17, sem. letni



Czy światło jest falą?

## Dualizm korpuskularno-falowy:

W pewnych eksperymentach ujawnia się charakter falowy światła (dyfrakcja, interferencja, polaryzacja) a pewne zjawiska (efekt fotoelektryczny, efekt Comptona) można wytłumaczyć w modelu zakładającym istnienie kwantu promieniowania elektromagnetycznego – fotonu o energii  $E=h\nu$  ( $h$ -stała Plancka)

Foton jest cząstką o zerowej masie spoczynkowej

Czy elektron jest falą czy cząstką? Czy istnieją fale materii?

Hipoteza de Broglie'a odpowiada twierdząco:

długość fali stowarzyszonej z cząstką

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

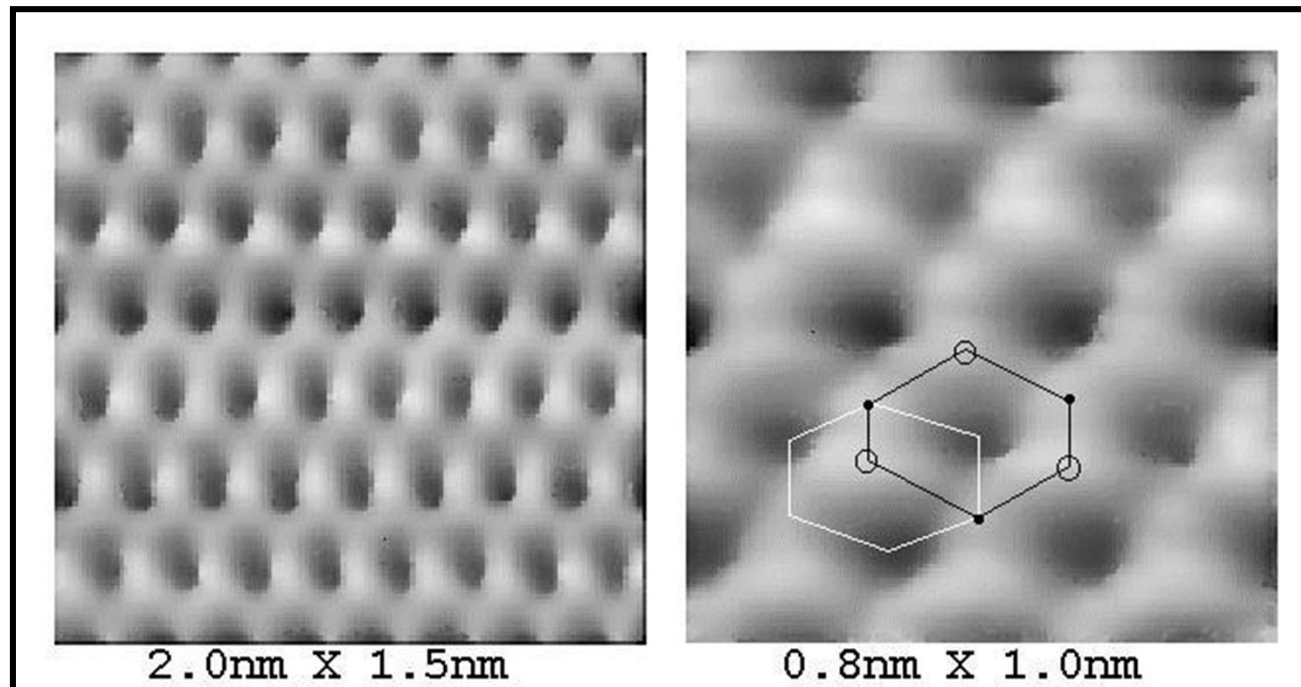
stała Plancka

pęd cząstki

Dyfrakcja fal elektronowych rzeczywiście zachodzi – transmisyjna mikroskopia elektronowa TEM



## STM (Scanning Tunneling Microscope)



rozdzielczość na poziomie atomowym