

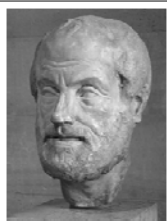
PRZYCZYNY RUCHU – ZASADY DYNAMIKI DLA PUNKTU MATERIALNEGO

Wykład 3

2011/2012, zima

1

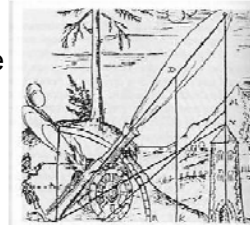
Poglądy na mechanikę przed Newtonem



Arystoteles
384-322 p.n.e

Arystoteles uważał, że każdy ruch wynika albo z natury poruszającego się ciała (ruch naturalny) albo jest skutkiem pchania lub ciągnięcia (ruch gwałtowny). Ruch naturalny powinien być albo ruchem po prostej w górę lub w dół (tak poruszają się ciała na Ziemi) albo ruchem po okręgu (ciała niebieskie).

Zgodnie z wyobrażeniami Arystotelesa każde ciało na świecie ma przypisane mu właściwe miejsce, określone przez naturę; jeśli znajdzie się poza nim, to pojawia się dążność powrotu do niego.



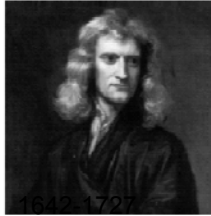
Jeśli ciało znajduje się we właściwym miejscu, to jego ruch jest możliwy jedynie pod wpływem działania sił zewnętrznych. Z wyjątkiem ciał niebieskich stanem normalnym jest stan spoczynku.

Wykład 3

2011/2012, zima

2

Mechaniki klasyczna



Isaac Newton

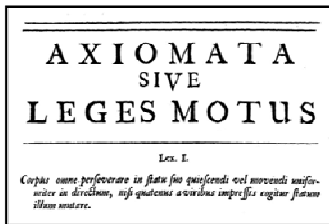
1687 – zasady dynamiki

Principia Mathematica Philosophiae Naturalis

„Każde ciało trwa w swym stanie: spoczynku lub ruchu prostoliniowego i jednostajnego, jeśli siły przyłożone nie zmuszają ciała do zmiany tego stanu.”

ZASADA BEZWŁADNOŚCI

• **Nie jest** to intuicyjnie oczywiste.



Względem jakiego układu odniesienia obserwujemy ruch jednostajny prostoliniowy lub spoczynek?

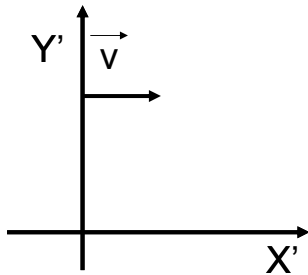
Względem układu inercjalnego

Zasada bezwładności jest postulatem istnienia układu inercjalnego.

Istnieje układ inercjalny ZASADA BEZWŁADNOŚCI

to znaczy układ odniesienia, w którym ciało, na które nic nie działa, spoczywa lub porusza się bez przyspieszenia

Jeśli istnieje jeden układ inercjalny, to każdy inny układ poruszający się względem niego z prędkością $\vec{V} = \text{const}$ jest też układem inercjalnym; istnieje więc nieskończenie wiele układów inercjalnych



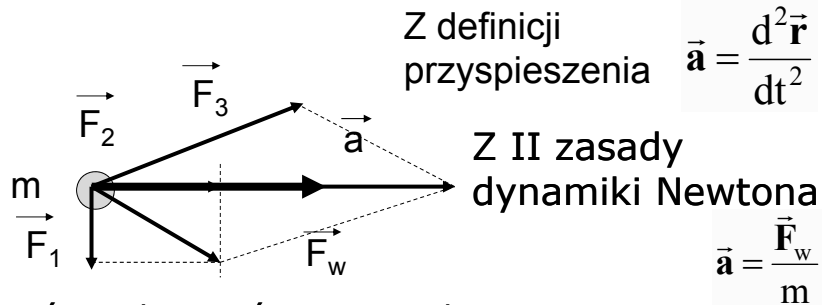
Druga zasada dynamiki Newtona

Niezerowa wypadkowa sił zewnętrznych działających na ciało nadaje ciało przyspieszenie o kierunku i zwrocie zgodnym z kierunkiem i zwrotem siły wypadkowej oraz wartości wprost proporcjonalnej do wartości tej siły a odwrotnie proporcjonalnej do masy ciała.

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

siła wypadkowa

obowiązuje również tylko w inercjalnym układzie odniesienia



Różniczkowe równanie ruchu:

$$m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}_w(\vec{r}, \frac{d\vec{r}}{dt}, t)$$

siła może nie być stała, lecz może zależeć od położenia, prędkości, czasu

położenie prędkość

Jeśli znamy rozkład sił i masę ciała oraz warunki początkowe dla położenia i prędkości, to rozwiązując równanie ruchu

$$m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}_w(\vec{r}, \frac{d\vec{r}}{dt}, t)$$

otrzymamy układ trzech równań skalarnych, opisujących zachowanie ciała w czasie:

$$x = x(t)$$

$$y = y(t)$$

$$z = z(t)$$

Przykłady:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = q \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B} \quad \text{ruch ładunku w polu magnetycznym}$$

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = q \vec{E} \quad \text{ruch ładunku w polu elektrycznym}$$

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = m \vec{g} \quad \text{ruch masy w polu grawitacyjnym}$$

(rzut pionowy, poziomy lub ukośny w zależności od przyjętych warunków początkowych)

UOGÓLNIONA ZASADA DYNAMIKI

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Zmiana pędu wymaga działania siły

ale

$$\frac{d}{dt} \vec{p} = \frac{d}{dt} (m\vec{v}) = \frac{dm}{dt} \vec{v} + m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

czyli dla stałej masy

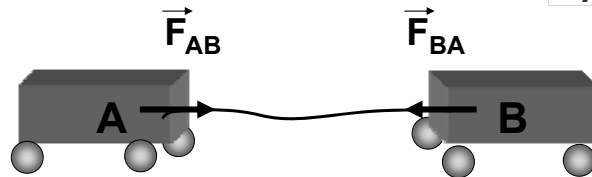
$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

II zasada dynamiki Newtona

Trzecia zasada dynamiki

Każdemu działaniu (akcji) towarzyszy
przeciwdziałanie (reakcja)

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$



Siła działająca na ciało A ze strony ciała B jest równa sile działającej na ciało B ze strony ciała A.

(ale przyspieszenia nie są takie same!!!)



Siły występują parami ale nie działają na to samo ciało
(nie znoszą się)

Siła reakcji podłoża

Dlaczego pudło nie spada?

N_A

$N_A = P$

Gdyby nie było podłogi pudło by spadało

Siła grawitacji działająca na pudło

Siła nacisku działająca na podłogę

Wykład 3 2011/2012, zima 13

ISTOTNE SIŁY RZECZYWISTE:

- Siła ciężkości (siła grawitacji)
- Siła nacisku (reakcji na nacisk)
- Siła naprężenia
- Siła tarcia
- Siła oporu

Pojęcia siły nie definiujemy, jednak siła rzeczywista musi mieć źródło.

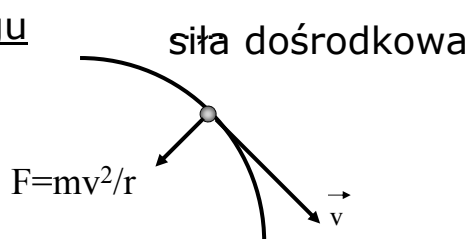
☐ Spadek swobodny



siła grawitacji

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

☐ Ruch po okręgu



siła dośrodkowa

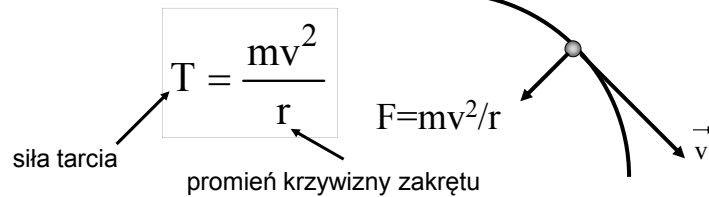
$$F = mv^2/r$$

Siła dośrodkowa

- Siła dośrodkowa jest szczególnym rodzajem siły. Jest konieczna aby ciało poruszało się po okręgu. Wiele sił może pełnić rolę siły dośrodkowej, np. siła grawitacji, siła tarcia, siła naprężenia.

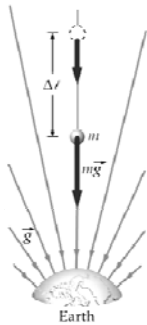


Jak szybko można jechać ale jednak nie wpaść w poślizg na zakręcie?



Siła ciężkości zwana również siłą grawitacji to siła, jaką dane ciało jest przyciągane przez inne ciało.

Źródłem siły ciężkości jest pole grawitacyjne Ziemi



Masa Ziemi jest bardzo duża $M=5,98 \cdot 10^{24}$ kg, wytwarza zatem w swoim otoczeniu silne pole grawitacyjne

Pole grawitacyjne jest to własność przestrzeni przejawiająca się tym, że na ciało o masie m umieszczone w tym polu działa siła \vec{F} określona wzorem:

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

lub

$$\vec{F} = m\vec{\gamma}$$

Wzór ten, zapisany w postaci:

$$\vec{\gamma} = \frac{\vec{F}}{m}$$

definiuje wektor natężenia pola grawitacyjnego $\vec{\gamma}$

Masa m musi być na tyle mała, aby nie zaburzała pola grawitacyjnego. Jest to masa próbna

przyspieszenie grawitacyjne
zależne m.in. od odległości
od źródła pola

Ale:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$

czyli:

$$\vec{\gamma} = \vec{g}$$

Zatem zamiast posługiwać się symbolem γ będziemy używać g w sensie natężenia pola grawitacyjnego

Od czego zależy natężenie pola grawitacyjnego (przyspieszenie grawitacyjne)?

$$F = G \frac{mM}{r^2}$$

$$F = mg$$



$$g(r) = G \frac{M}{r^2}$$

masa źródła pola

kwadrat odległości od źródła pola

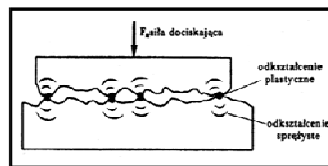
ZADANIE DOMOWE 3.1

Zastanów się od czego zależy przyspieszenie grawitacyjne w pobliżu powierzchni Ziemi. Przeanalizuj tabelę 14.1 w rozdziale 14.4 pt. *Grawitacja w pobliżu powierzchni Ziemi* HRW t.2.

Źródłem siły tarcia jest oddziaływanie pomiędzy ciałem a powierzchnią, po której jest wprowadzane w ruch



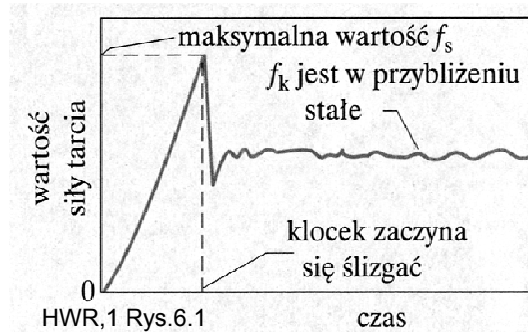
Tarcie jest powodowane przez oddziaływanie elektromagnetyczne między cząstkami stykających się ciał.



Właściwość 1. Jeśli ciało się nie porusza, to siła tarcia statycznego równoważy składową siły równoległą do powierzchni. Siła tarcia statycznego dopasowuje się do siły usiłującej wprowadzić ciało w ruch.

Właściwość 2. Maksymalna wartość siły tarcia statycznego dana jest wzorem $f_{smax} = \mu_s N$, gdzie μ_s jest współczynnikiem tarcia statycznego, N jest wartością siły prostopadłej do powierzchni będącej reakcją na nacisk.

Właściwość 3. Jeśli ciało zaczyna się ślizgać po powierzchni, to wartość tarcia gwałtownie maleje do $f_k = \mu_k N$, gdzie jest μ_k jest współczynnikiem tarcia kinetycznego, N jest wartością siły prostopadłej do powierzchni będącej reakcją na nacisk.

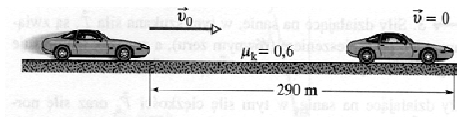


Współczynniki tarcia

Materiał	Wsp. tarcia statycznego μ_s	Wsp. tarcia kinetycznego μ_k
stal / stal	0.6	0.4
po dodaniu smaru do stali	0.1	0.05
metal / lód	0.022	0.02
opona / sucha nawierzchnia	0.9	0.8
opona / mokra nawierzchnia	0.8	0.7

ZADANIE DOMOWE 3.2

Jeśli podczas hamowania awaryjnego koła samochodu zostają zablokowane (tzn. nie obracają się), to pojazd ślizga się po szosie. Z oderwanych od opony kawałków gumy i małych stopionych elementów nawierzchni powstają ślady hamowania na jezdni. Rekordowej długości ślady hamowania o długości 290 m pozostawił w 1960 roku Jaguar na zwyczajnej szosie w Anglii. Wyznacz prędkość tego samochodu w chwili zablokowania kół, zakładając, że jego przyspieszenie w czasie hamowania było stałe, a $\mu_k=0,6$



Źródłem każdej siły oporu jest oddziaływanie pomiędzy ciałem a ośrodkiem, w którym odbywa się ruch



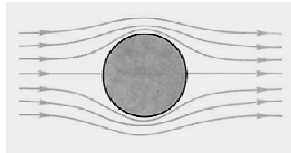
Ruch w płynach, tj. w cieczech i gazach.

Przepływ laminarny i turbulentny

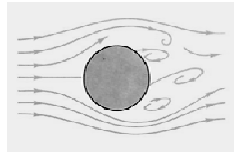
Liczba Reynoldsa $Re = \frac{v\rho L}{\eta}$ L-charakterystyczny rozmiar ciała
 ρ -gęstość płynu v -prędkość η - współczynnik lepkości płynu

przepływ laminarny:

$Re \ll 1$ (mała prędkość)

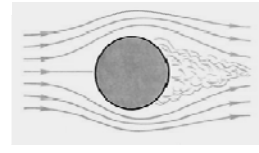


sytuacja pośrednia



przepływ turbulentny:

$Re > 2000$ (duża prędkość ciała)



SIŁA OPORU

Siła oporu aerodynamicznego w gazie lub hydrodynamicznego w cieczy

Gdy przepływ płynu jest turbulentny

siła oporu

$$D = \frac{1}{2} C_p S v^2$$

pole przekroju poprzecznego

prędkość

współczynnik oporu aerodynamicznego gęstość płynu

$F_g - D = ma$

D

F_g

po osiągnięciu pewnej prędkości zwanej graniczną v_{gr}

F_g $D = F_g$

ruch jednostajny

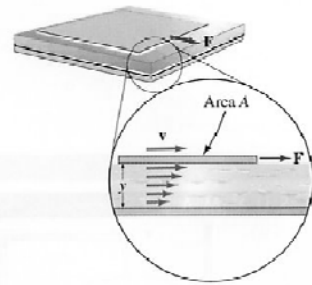
$F_g - \frac{1}{2} C \rho S v_{gr}^2 = 0$

$v_{gr} = \sqrt{\frac{2F_{g\alpha}}{C\rho S}}$

ZADANIE DOMOWE 3.3

Pokazać, że kropla deszczu o promieniu 1,5 mm spadająca z chmury znajdującej się na wysokości 1200 m nad ziemią osiągałaby prędkość 550 km/h gdyby nie było oporu powietrza, podczas gdy w rzeczywistości spada na ziemię z prędkością 27 km/h. Założyć $C=0,6$; gęstość wody 1000 kg/m^3 , gęstość powietrza $1,2 \text{ kg/m}^3$.

TARCIE WEWNĘTRZNE (LEPKOŚĆ) PŁYNÓW



$$F = \frac{\eta v A}{y}$$

η -współczynnik lepkości,
jednostka $1\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$

Typowe wartości współczynnika lepkości w temperaturze pokojowej

woda $\eta=10^{-3}\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$

gliceryna $\eta=830\cdot 10^{-3}\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$

powietrze $\eta=1.8\cdot 10^{-5}\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$

Wykład 3

2011/2012, zima

31

Wydział EAIiE

Kierunek: Elektrotechnika

Przedmiot: Fizyka

SIŁA STOKESA

dla małych prędkości, dla kulki o promieniu r poruszającej się w ośrodku lepkim (przy małej liczbie Reynoldsa)

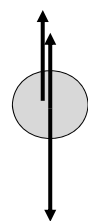
siła oporu $F=6\pi\eta r v$

m_p - masa płynu wyparta przez kulę

m_k - masa kuli, r -promień kuli

Równanie ruchu

$$m \frac{dv}{dt} = m_k g - m_p g - 6\pi\eta r v$$



$W=m_p g$

siła wyporu

$P=m_k g$

siła ciężkości

Prędkość graniczna

$$v_{gr} = \frac{(m_k - m_p) g}{6\pi\eta r}$$

Wykład 3

2011/2012, zima

32

Zadanie domowe 3.4

1. Powtórzyć prawo Archimedesesa, które podaje wzór na siłę wyporu.
2. Wyprowadzić wzór na prędkość graniczną gdy siła oporu jest siłą Stokesa.

Dynamika w układach nieinercjalnych

ZASADY DYNAMIKI NEWTONA OBOWIĄZUJĄ W UKŁADACH INERCJALNYCH

Co można zrobić aby móc stosować te zasady w układach nieinercjalnych?

Siły pozorne,

Siły bezwładności

$$\vec{F}_b = -m\vec{a}_u$$

przyspieszenie układu

II zasada dynamiki

$$\vec{F}_w = \vec{F}_{rz} + \vec{F}_b = m\vec{a}$$

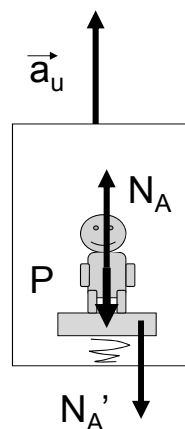
Przykład: ciężar pozorny

Winda przyspiesza i zwrot przyspieszenia jest ku górze. Jaki ciężar człowieka wskaże waga sprężynowa umieszczona w windzie ?

$$N_A - P = m a_u$$

Waga wskazuje N_A'

$$\text{Ale } N_A' = N_A = m a_u + P$$



Przykład: rotor

Obserwator w układzie inercyjnym

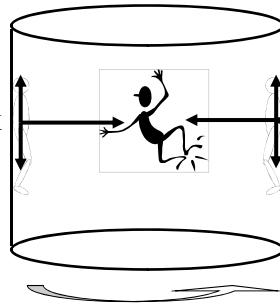
Obserwator w układzie nieinercyjnym

Siły rzeczywiste:

Siły pozorne:

Tarcie
Siła reakcji na nacisk
Siła ciężkości

Dla obserwatora w układzie inercyjnym siła reakcji na nacisk pełni rolę siły dośrodkowej

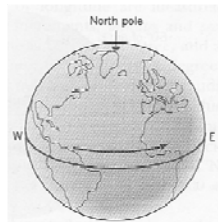


Siła odśrodkowa

Ciężar pozorny

Dla obserwatora w układzie nieinercyjnym wszystkie siły: rzeczywiste i siła odśrodkowa (bezwładności) się równoważą

Czy Ziemia jest układem inercyjnym?



Rotacja Ziemi wokół własnej osi $a_z \approx 3 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2$
 Obieg wokół Słońca $a_o \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$
 Obieg Słońca w Galaktyce $a_g \approx 3 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}^2$

Z czym porównać oszacowane wartości przyspieszeń?

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

W układzie odniesienia, który się obraca względem układu inercyjnego występować mogą dwie siły pozorne:

Siła odśrodkowa: $\vec{F} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$
nawet gdy ciało spoczywa

Siła Coriolisa: $\vec{F} = 2m\vec{v}_r \times \vec{\omega}$
gdy ciało porusza się względem układu obracającego się w prędkością \mathbf{v}_r

ZADANIE DOMOWE 3.5

Przeprowadzić obliczenia prowadzące do oszacowania wartości przyspieszenia ciała na Ziemi wynikającego z ruchu dobowego Ziemi. Wskazać, w jakich warunkach to przyspieszenie jest największe a kiedy najmniejsze.

ZADANIE DOMOWE 3.6

Przygotować się do odpowiedzi na pytanie do opisu jakich zjawisk obserwowanych na Ziemi nie wystarcza założenie, że Ziemia jest układem inercyjnym.

PODSUMOWANIE

- Błędny jest przekonanie, że do podtrzymania ruchu potrzebna jest siła (patrz zasada bezwładności – I zasada dynamiki Newtona)
- Pojęcia: ruch i spoczynek mają sens jedynie względem konkretnego układu odniesienia
- Zasady dynamiki obowiązują w układzie inercyjnym. W układach nieinercyjnych wprowadza się siły pozorne, aby móc nadal stosować zasady dynamiki
- Ziemia może być traktowana jak układ inercyjny, lecz są zjawiska, które mogą być wyjaśnione jedynie przy uwzględnieniu sił pozornych: odśrodkowej i Coriolisa

TEST 3P

1. Aby uzyskać równowagę, ważąc pewien obiekt na wadze szalkowej należy na drugiej szalce umieścić odważnik 12 kg. Waga sprężynowa wskazuje 12 kg, gdy przy jej pomocy ważymy ten sam obiekt. Następnie ten sam pomiar przeprowadzamy na Księżycu, gdzie przyspieszenie grawitacyjne stanowi jedną szóstą wartości przyspieszenia grawitacyjnego na Ziemi. Nowe wskazania wagi szalkowej i wagi sprężynowej odpowiednio wynoszą:
- A) 12 kg, 12 kg D) 2 kg, 12 kg
B) 2 kg, 2 kg E) 12 kg, 72 kg
C) 12 kg, 2 kg
2. Stała siła 8.0 N działa przez 4.0 s na 16-kg ciało początkowo będące w spoczynku. Zmiana prędkości ciała wynosi:
- A) 0.5 m/s B) 2 m/s C) 4 m/s D) 8 m/s E) 32 m/s

Wykład 3

2011/2012, zima

43

TEST 3P

3. Człowiek, którego ciężar rzeczywisty wynosi 700 N znajduje się w windzie poruszającej się do góry z przyspieszeniem 4 m/s^2 . Siła, jaką wywiera człowiek na podłogę windy wynosi:
- A) 71 N B) 290 N C) 410 N D) 700 N E) 990 N
4. Betonowy blok o masie 5 kg jest opuszczany przy pomocy liny z przyspieszeniem 2.8 m/s^2 skierowanym w dół. Siła, jaką wywiera blok na linę:
- A. równa jest 14 N i jest skierowana do góry
B. równa jest 14 N i jest skierowana w dół
C. równa jest 35 N i jest skierowana do góry
D. równa jest 35 N i jest skierowana w dół
E. równa jest 49 N i jest skierowana do góry

Wykład 3

2011/2012, zima

44

TEST 3P

5. Kamień przywiązany do liny o długości 0.50 m porusza się po okręgu ze stałą prędkością 4.0 m/s w płaszczyźnie pionowej. Przyspieszenie kamienia w najniższym punkcie okręgu:

- A) wynosi 9.8 m/s^2 i jest skierowane do góry
- B) wynosi 9.8 m/s^2 i jest skierowane w dół
- C) wynosi 8.0 m/s^2 i jest skierowane do góry
- D) wynosi 32 m/s^2 i jest skierowane do góry
- E) wynosi 32 m/s^2 i jest skierowane w dół

TEST 3P

6. Do biurka spoczywającego na szorstkiej, poziomej powierzchni przyłożono stałą, poziomą siłę o wartości dokładnie wystarczającej na to, aby biurko poruszyć. Przyspieszenie biurka w ruchu pod wpływem tej siły wynosi:

- A) 0 B) $0,98 \text{ m/s}^2$ C) $3,3 \text{ m/s}^2$ D) $4,5 \text{ m/s}^2$ E) $8,9 \text{ m/s}^2$

7. Skrzynia o masie 12 kg spoczywa na poziomej powierzchni. Do skrzyni przyłożono stałą siłę po kątem 30° do poziomu skierowaną do góry. Jeżeli współczynnik tarcia statycznego wynosi 0.40, najmniejsza wartość siły potrzebnej do poruszenia skrzyni wynosi:

- A) 44 N B) 47 N C) 54 N D) 56 N E) 71 N

TEST 3A

1. An object moving at a constant velocity in an initial frame must:
 - A) have a net force acting on it
 - B) eventually stop due to gravity
 - C) not have any force of gravity acting on it
 - D) have zero net force acting on it
 - E) have no frictional force acting on it
2. The term „mass” refers to the same physical concept as:
 - A) weight
 - B) inertia
 - C) force
 - D) acceleration
 - E) volume

Wykład 3

2011/2012, zima

49

TEST 3A

3. A car moves horizontally with a constant acceleration of 3m/s^2 . A ball is suspended by a string from the ceiling of the car; the ball does not swing, being at rest with respect to the car. What angle does the string make with the vertical?
 - A) 17°
 - B) 35°
 - C) cannot be found without knowing the length of the string
 - D) 73°
 - E) 52°
4. A sled is on an icy (frictionless) slope that is 30° above the horizontal. When a 40-N force, parallel to the incline and directed up the incline, is applied to the sled, the acceleration of the sled is 2.0 m/s^2 , up the incline. The mass of the sled is:
 - A) 3.8 kg
 - B) 4.1 kg
 - C) 5.8 kg
 - D) 6.2 kg
 - E) 13 kg

Wykład 3

2011/2012, zima

50

TEST 3A

5. The „reaction” force does not cancel the „action” force because:
- A) the action force is greater than the reaction force
 - B) they are acting on different bodies
 - C) they are in the same direction
 - D) the reaction force exists only after the action force is removed
 - E) the reaction force is greater than the action force
6. For a biological sample in a 1.0-m radius centrifuge to have a centripetal acceleration of $25g$ its speed must be:
- A) 11 m/s B) 16 m/s C) 50 m/s D) 122 m/s E) 245 m/s

Wykład 3

2011/2012, zima

51

TEST 3A

7. A professor holds an eraser against a vertical chalkboard by pushing horizontally on it. He pushes with a force that is much greater than is required to hold the eraser. The force of friction exerted by the board on the eraser increases if he:
- A) pushes with slightly greater force
 - B) pushes with slightly less force
 - C) stops pushing
 - D) pushes so his force is slightly downward but has the same magnitude
 - E) pushes so his force is slightly upward but has the same magnitude
8. The speed of a 4.0-N hockey puck, sliding across a level ice surface, decreases at the rate of 0.61 m/s^2 . The coefficient of kinetic friction between the puck and ice is:
- A) 0.062 B) 0.41 C) 0.62 D) 1.2 E) 9.8

Wykład 3

2011/2012, zima

52

TEST 3A

9. Why do raindrops fall with constant speed during the later stages of their descent?
- A) The gravitational force is the same for all drops
 - B) Air resistance just balances the force of gravity
 - C) The drops all fall from the same height
 - D) The force of gravity is negligible for object as small as raindrops
 - E) Gravity cannot increase the speed of a falling object to more than 32 ft/s
10. A ball is thrown upward into the air with a speed that is greater than terminal speed. It lands at the place where it was thrown. During its flight the force of air resistance is the greatest:
- A) just after it is thrown
 - B) halfway up
 - C) at the top of its trajectory
 - D) halfway down
 - E) just before it lands

Wykład 3

2011/2012, zima

53

11. A person riding a Ferris wheel is strapped into her seat by a seat belt. The wheel is spun so that the centripetal acceleration is g . Select the correct combination of forces that act on her when she is at the top. In the table, F_g = force of gravity; F_b = seat belt force, down; and F_s = seat force, up.
- A) $F_g=0, F_b=mg, F_s=0$
 - B) $F_g=mg, F_b=0, F_s=0$
 - C) $F_g=0, F_b=0, F_s=mg$
 - D) $F_g=mg, F_b=0, F_s=mg$
 - E) $F_g=mg, F_b=mg, F_s=0$
12. Circular freeway entrance and exit ramps are commonly banked to handle a car moving at 13 m/s. To design a similar ramp for 26 m/s one should:
- A) increase radius by factor of 2
 - B) decrease radius by factor of 2
 - C) increase radius by factor of 4
 - D) decrease radius by factor of 4
 - E) increase radius by factor of $\sqrt{2}$

Wykład 3

2011/2012, zima

54