TRANFORMACJA GALILEUSZA I LORENTZA

Założenia mechaniki klasycznej

1. Przestrzeń jest euklidesowa
2. Przestrzeń jest izotropowa
3. Prawa ruchu Newtona są słuszne w układzie inercjalnym na Ziemi
4. Obowiązuje prawo powszechnego ciążenia

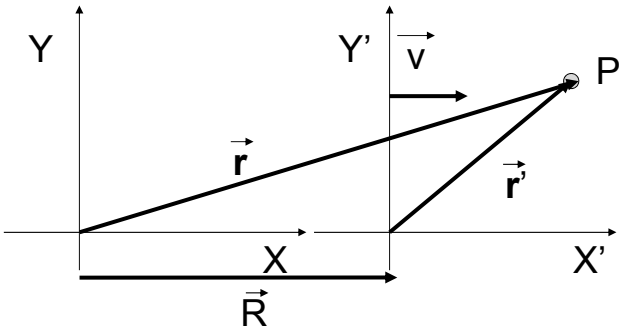
TRANSFORMACJA GALILEUSZA

Założenia:

- Dwa układy inercjalne
- Czas płynie jednakowo w obu układach
- Osie i początki układów pokrywały się w chwili t=0
- Układ S' porusza się względem S ze stałą prędkością $\vec{v}$ wzdłuż osi OX

TRANSFORMACJA GALILEUSZA

$\vec{r'} + \vec{R} = \vec{r}$



$x' = x - v\,t$

$y' = y$

$z' = z$

$t' = t$

SKŁADANIE PRĘDKOŚCI

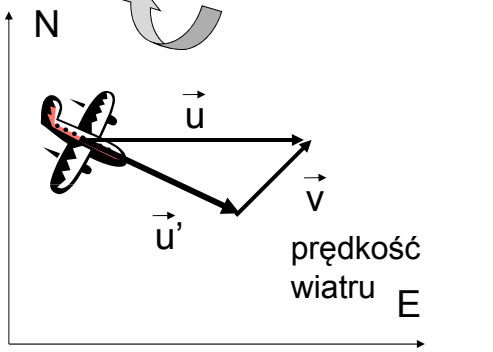
prędkość cząstki w układzie S'

$\vec{u}' + \vec{v} = \vec{u}$

prędkość cząstki w układzie S

Przykład:

Pilot chcąc lecieć dokładnie na wschód kieruje samolot nieco na południowy wschód, gdyż samolot jest znoszony przez wiatr wiejący w kierunku północno-wschodnim



ZADANIE DOMOWE 4.1

Prędkość samolotu (z poprzedniego przykładu) względem powietrza unoszonego przez wiatr ma wartość 215 km/h i jest skierowana pod kątem θ na południe od kierunku wschodniego. Prędkość wiatru względem ziemi ma wartość 65 km/h i jest skierowana pod kątem 20^o na wschód od kierunku północnego. Jaka jest wartość prędkości samolotu względem ziemi i ile wynosi kąt θ?

Na podstawie transformacji prędkości:

$$\vec{u}' + \vec{v} = \vec{u}$$

otrzymujemy:

$$\vec{a}' = \vec{a}$$

Obserwatorzy w różnych układach odniesienia, poruszających się względem siebie ze stałą prędkością, rejestrują takie samo przyspieszenie poruszającej się cząstki

Podstawowe prawa fizyki zachowują niezmienną postać w dwóch układach odniesienia, do których stosuje się transformacja Galileusza czyli układach inercjalnych – niezmienniczość Galileusza (hipoteza)

Jeżeli: $\vec{F} = m\vec{a}$ to: $\vec{F}' = m\vec{a}'$

ale: $\vec{a}' = \vec{a}$ ⇒ $\boxed{\vec{F}' = \vec{F}}$

Obserwatorzy w różnych układach odniesienia, poruszających się względem siebie ze stałą prędkością, rejestrują taką samą siłę działającą na cząstkę

TRANSFORMACJA LORENTZA

Założenia:

1. Prędkość światła nie zależy od ruchu źródła światła lub odbiornika czyli jest jednakowa we wszystkich układach odniesienia, pozostających w ruchu jednostajnym prostoliniowym względem źródła.
2. Przestrzeń jest jednorodna i izotropowa.
3. Podstawowe prawa fizyki są identyczne dla każdej pary obserwatorów, znajdujących się względem siebie w ruchu jednostajnym prostoliniowym

ZADANIE DOMOWE 4.2

1. W jakim eksperymencie wykazano, że prędkość światła nie zależy od względnego ruchu źródła i obserwatora? Przygotować opis tego eksperymentu i wyjaśnić co oznaczają pojęcia: eter, interferometr, efekt Dopplera
2. W jakich wcześniejszych eksperymentach wyznaczano prędkość światła?

Wyprowadzenie transformacji Lorentza

- Niech S będzie układem odniesienia, w którym znajduje się źródło światła w spoczynku.
- Źródło światła znajduje się w początku układu S i w chwili t=0 rozpoczyna się emisja.
- Równanie kulistego czoła fali przyjmuje postać:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

x, y, z – współrzędne przestrzenne, t – czas,

c – prędkość światła równa ok. $3 \cdot 10^8$ m/s

- Położenie i czas mierzone przez obserwatora w inercjalnym układzie S' poruszającym się względem S z prędkością V oznaczmy x',y',z',t'
- Załóżmy dla t=0, t'=0 i początek układu S' znajduje się w tym samym punkcie co źródło w układzie S w chwili początkowej
- Dla obserwatora w układzie S' równanie kulistego czoła fali ma postać:

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$$

ZADANIE DOMOWE 4.3

Wykazać, że transformacja Galileusza w postaci:

$$x' = x - Vt; \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t$$

przestaje być słuszna, tj. nie pozwala na zachowanie niezmienniczości czoła fali

- Szukamy transformacji, która byłaby prosta dla y' i z' oraz liniowa względem x i t.
- Musimy odrzucić założenie, że t=t'
- Propozycja: $x' = x - Vt; \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t + fx$
- Gdy podstawimy do: $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$

otrzymamy: $x^2 - 2xVt + V^2t^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2 + 2c^2ftx + c^2f^2x^2$

gdy $f = -\frac{V}{c^2}$ wyrazy zawierające xt znikają

- Otrzymujemy wyrażenie:

$$x^2\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)+y^2+z^2=c^2t^2\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)$$

- Aby usunąć niepożądany mnożnik $(1-v^2/c^2)$ przyjmujemy transformację w postaci:

$$x'=\frac{x-Vt}{\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)^{1/2}} \qquad y'=y \qquad z'=z \qquad t'=\frac{t-(V/c^2)x}{\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)^{1/2}}$$

Transformacja Lorentza

Konsekwencje transformacji Lorentza

- Skrócenie długości pręta poruszającego się równolegle do swej długości

$$L=L_o\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)^{1/2}$$

L_o – długość własna

- Dylatacja czasu tj wydłużenie odstępów czasu mierzonych przez zegar będący w ruchu

$$t'=\frac{\tau}{\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)^{1/2}}$$

τ – czas własny

ZADANIE DOMOWE 4.4

Wiadomo, że mezon π^+ rozpada się na mezon μ^+ i neutrino. W układzie, w którym mezon π^+ spoczywa, ma on średni czas życia przed rozpadem równy około $2.5 \cdot 10^{-8}$s. Jaki będzie czas życia wiązki mezonów π^+ obserwowany w układzie laboratoryjnym, jeżeli wiązka ta ma prędkość v=0.9c?

ZADANIE DOMOWE 4.5

1. Korzystając z transformacji Lorentza pokazać, że przechodzi ona w transformację Galileusza dla prędkości v<<c.

2. Wyprowadzić wzory transformujące składowe prędkości cząstki z układu S do S'

3. Wykazać, że zjawiska jednoczesne w jednym układzie inercjalnym odniesienia S nie są na ogół równoczesne w innym inercjalnym układzie odniesienia S' poruszającym się z prędkością V względem S. Jest to konsekwencja transformacji Lorentza.

PODSUMOWANIE

- Transformacja Galileusza opiera się na założeniu, że czas płynie jednakowo w inercjalnych układach odniesienia i dotyczy obiektów poruszających się z prędkościami dużo mniejszymi od prędkości światła.
- Transformacja Lorentza zakłada, że prędkość światła jest taka sama we wszystkich inercjalnych układach odniesienia
- Konsekwencjami transformacji Lorentza są między innymi: nowe spojrzenie na równoczesność zjawisk, skrócenie długości, dylatacja czasu oraz inne zasady składania prędkości
- Transformacja Galileusza wynika z transformacji Lorentza przy założeniu małej prędkości