

ZASADY ZACHOWANIA W FIZYCE

2011/2012, zima

1

ZASADY ZACHOWANIA:

- Energii
- Pędu
- Momentu pędu
- Ładunku
- Liczby barionowej

2011/2012, zima

2

ZASADA ZACHOWANIA ENERGII

Praca siły zewnętrznej \Rightarrow $W = \Delta E_{\text{całk}}$ \Leftarrow Zmiana energii całkowitej

Jeżeli $W=0$ \Rightarrow $\Delta E_{\text{całk}} = 0$

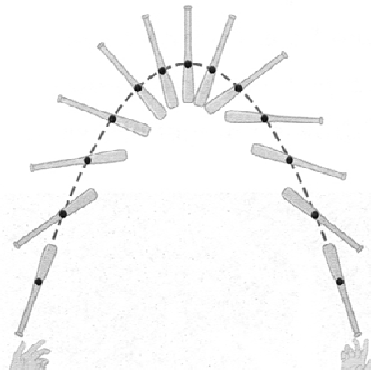
Zmiana całkowitej energii $E_{\text{całk}}$ układu jest równa energii dostarczonej do układu lub od niego odebranej. Całkowita energia układu izolowanego ($W=0$) nie może się zmieniać.

Całkowita energia układu izolowanego, tj. takiego nad którym siły zewnętrzne nie wykonują żadnej pracy $W=0$ jest zachowana czyli pozostaje stała.

ZASADA ZACHOWANIA PĘDU

RUCH ŚRODKA MASY

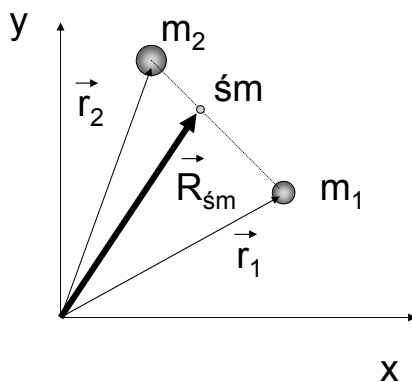
Środek masy ciała lub układu ciał to punkt, który porusza się tak, jak gdyby cała masa układu była w nim skupiona, a wszystkie siły zewnętrzne były przyłożone w tym właśnie punkcie



2011/2012, zima

5

POŁOŻENIE ŚRODKA MASY



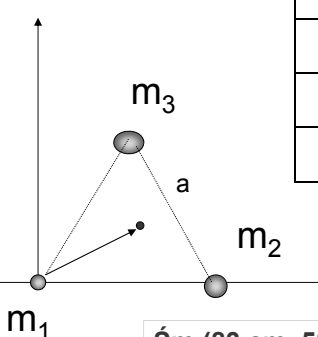
$$\vec{R}_{\text{śm}} = \frac{\sum_{n=1}^N m_n \vec{r}_n}{\sum_{n=1}^N m_n}$$

2011/2012, zima

6

Przykład 1 Trzy cząstki o masach $m_1=1,2$ kg, $m_2=2,5$ kg i $m_3=3,4$ kg leżą w wierzchołkach trójkąta równobocznego o boku $a=140$ cm. Znajdź położenie środka masy tego układu.

Cząstka	Masa (kg)	x(cm)	y(cm)
1	1,2	0	0
2	2,5	140	0
3	3,4	70	121



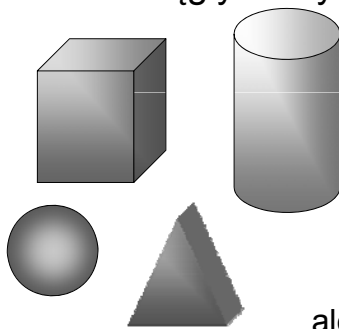
$$x_{\dot{m}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{\dot{m}} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

2011/2012, zima

7

Rozkład ciągły masy



ale gęstość

$$x_{\dot{m}} = \frac{1}{m_u} \int x dm$$

$$y_{\dot{m}} = \frac{1}{m_u} \int y dm$$

$$z_{\dot{m}} = \frac{1}{m_u} \int z dm$$

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

$$x_{\dot{m}} = \frac{1}{V} \int x dV$$

$$y_{\dot{m}} = \frac{1}{V} \int y dV$$

$$z_{\dot{m}} = \frac{1}{V} \int z dV$$

2011/2012, zima

8

Pęd układu cząstek

$$\vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2 + \dots + \vec{\mathbf{p}}_N \Rightarrow \vec{\mathbf{P}} = m_1 \vec{\mathbf{v}}_1 + m_2 \vec{\mathbf{v}}_2 + \dots + m_N \vec{\mathbf{v}}_N$$

Ale z definicji
środka masy

$$m_u \vec{\mathbf{R}}_{\text{śm}} = m_1 \vec{\mathbf{r}}_1 + m_2 \vec{\mathbf{r}}_2 + \dots + m_N \vec{\mathbf{r}}_N$$

Czyli po
zrózniczkowaniu

$$m_u \vec{\mathbf{V}}_{\text{śm}} = m_1 \vec{\mathbf{v}}_1 + m_2 \vec{\mathbf{v}}_2 + \dots + m_N \vec{\mathbf{v}}_N$$

Pęd układu cząstek jest
iloczynem masy układu i
prędkości jego środka masy

$$\vec{\mathbf{P}} = m_u \vec{\mathbf{V}}_{\text{śm}}$$

2011/2012, zima

9

ale

$$\frac{d\vec{\mathbf{P}}}{dt} = m_u \frac{d\vec{\mathbf{V}}_{\text{śm}}}{dt} = m_u \vec{\mathbf{a}}_{\text{śm}}$$

Uogólniona zasada
dynamiki dla układu
cząstek

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{wyp}} = \frac{d\vec{\mathbf{P}}}{dt}$$

zmiana pędu
układu ciał

wypadkowa sił zewnętrznych działających na układ

Jeżeli $\vec{\mathbf{F}}_{\text{wyp}} = 0$ to $d\vec{\mathbf{P}}/dt = 0$ (pęd jest zachowany)

2011/2012, zima

10

Jeżeli wypadkowa sił zewnętrznych działających na układ cząstek jest równa zero (układ jest izolowany) oraz całkowita liczba cząstek w układzie pozostaje stała (układ jest zamknięty) to całkowity pęd układu nie ulega zmianie.

Zasada zachowania pędu

2011/2012, zima

11

Przykład 2 Nieruchome naczynie wybuchu i rozpada się na trzy części. Dwie z nich o jednakowych masach wyrzucane są w kierunkach wzajemnie prostopadłych z prędkościami o jednakowych wartościach. Trzecia część ma masę trzykrotnie większą od masy każdej z pozostałych. Wyznacz wartość i kierunek prędkości tej części zaraz po wybuchu.

Dane:

$$m_1 = m_2 = m$$

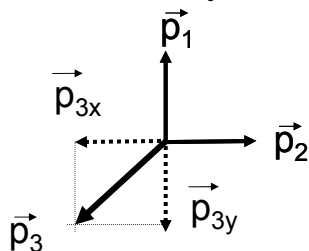
$$v_1 = v_2 = v$$

$$m_3 = 3m$$

Rozwiązanie:

Szukane:

$$v_3, \varphi$$

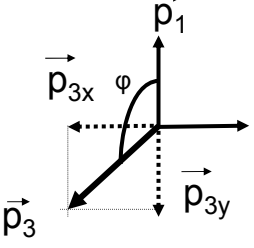


pęd jest zachowany

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0$$

2011/2012, zima

12



$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0$$

wzdłuż osi x: $p_2 = p_{3x} \Rightarrow mv_2 = 3mv_{3x}$

wzdłuż osi y: $p_1 = p_{3y} \Rightarrow mv_1 = 3mv_{3y}$

ale $v_1 = v_2 = v$ czyli $v_{3x} = v_{3y}$ a zatem $\varphi = 135^\circ$

$$3mv_3 = \sqrt{2} mv \Rightarrow v_3 = \sqrt{2/3} v$$

ZADANIE DOMOWE 6.1

Bomba o masie $m=6$ kg porusza się po podłodze bez tarcia z prędkością $v = 4$ m/s w dodatnim kierunku osi x. Nagle bomba wybucha rozpadając się na dwie części. Jedna z nich o masie $m_1 = 2$ kg porusza się w dodatnim kierunku osi x, z prędkością o wartości $v_1 = 8$ m/s. Jaka jest prędkość drugiej części bomby?

ZDERZENIA

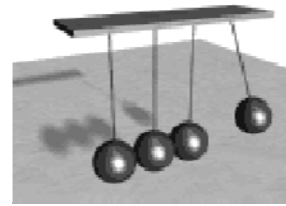
sprężyste

✓ spełniona jest zasada zachowania energii mechanicznej

✓ spełniona jest zasada zachowania pędu

niesprężyste

✓ spełniona jest tylko zasada zachowania pędu



2011/2012, zima

15

W czasie zderzenia dwa ciała działają na siebie dużymi siłami w stosunkowo krótkim czasie. Są to siły wewnętrzne.

Z drugiej zasady dynamiki wynika, że zmiana pędu cząstki biorącej udział w zderzeniu jest równa popędowi siły

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_k - \vec{p}_p = \vec{J}$$

Popęd \vec{J} siły $\vec{F}(t)$ działającej w czasie zderzenia na cząstkę od strony drugiej zderzającej się cząstki jest zdefiniowany jako:

$$\vec{J} = \int_{t_p}^{t_k} \vec{F}(t) dt$$

2011/2012, zima

16

Jeżeli zderzenie zachodzi w układzie zamkniętym i izolowanym, to pędy zderzających się ciał mogą się zmieniać, lecz całkowity pęd układu nie może ulec zmianie, niezależnie od tego czy zderzenie jest sprężyste, czy niesprężyste.

Zasada zachowania pędu jest spełniona w zderzeniach.

Prędkość środka masy w przypadku zderzenia jest zachowana.

pęd środka masy $\longrightarrow \vec{P} = m_u \vec{v}_{\dot{m}} = (m_1 + m_2) \vec{v}_{\dot{m}}$

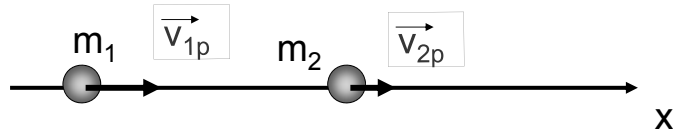
całkowity pęd jest zachowany podczas zderzenia $\longrightarrow \vec{P} = \vec{p}_{1p} + \vec{p}_{2p}$

prędkość środka masy $\longrightarrow \vec{v}_{\dot{m}} = \frac{\vec{P}}{m_1 + m_2} = \frac{\vec{p}_{1p} + \vec{p}_{2p}}{m_1 + m_2} = const$

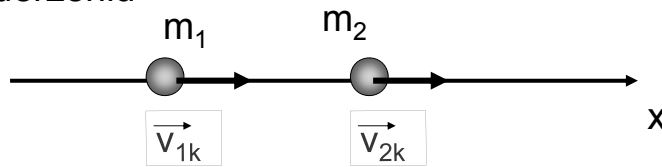
Prędkość środka masy jest taka sama przed i po zderzeniu

Zasada zachowania pędu w zderzeniach

przed zderzeniem



po zderzeniu



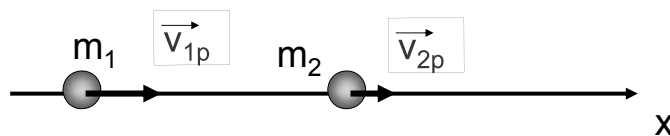
$$\vec{p}_{\text{przed}} = \vec{p}_{\text{po}} \quad \Rightarrow \quad m_1 \vec{v}_{1p} + m_2 \vec{v}_{2p} = m_1 \vec{v}_{1k} + m_2 \vec{v}_{2k}$$

2011/2012, zima

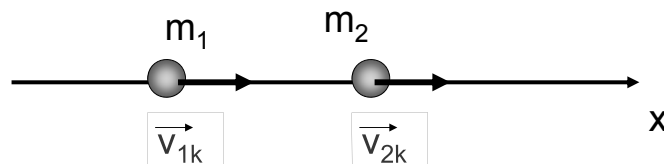
19

Zderzenie sprężyste w jednym wymiarze

przed zderzeniem



po zderzeniu



zasada zachowania pędu

$$m_1 v_{1p} + m_2 v_{2p} = m_1 v_{1k} + m_2 v_{2k}$$

zasada zachowania energii

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1p}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2p}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1k}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2k}^2$$

2011/2012, zima

20

ZADANIE DOMOWE 6.2

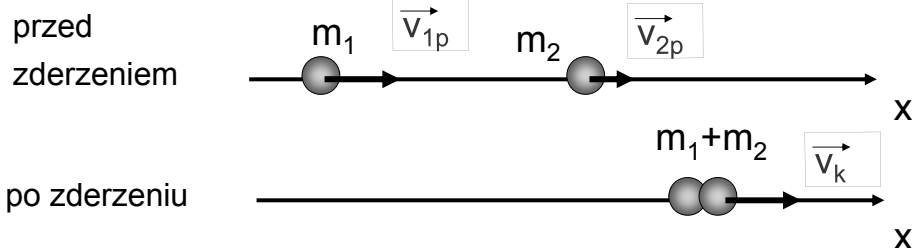
Wyprowadzić wzory ogólne na prędkości kul po zderzeniu sprężystym w przypadku jednowymiarowym. Na tej podstawie przeanalizować przypadki szczególne:

- zderzenie pocisku z nieruchomą tarczą o bardzo dużej masie
- zderzenie pocisku o bardzo dużej masie z nieruchomą tarczą

2011/2012, zima

21

Zderzenie całkowicie niesprężyste w jednym wymiarze



zasada zachowania pędu

$$m_1 v_{1p} + m_2 v_{2p} = (m_1 + m_2) v_k$$

energia mechaniczna nie jest zachowana!!!

2011/2012, zima

22

Przykład 3 Przed wynalezieniem elektronicznych przyrządów do pomiaru czasu, prędkość pocisków mierzono za pomocą wahadła balistycznego. Może to być duży klocek drewniany o masie m_2 zawieszony na dwóch długich linach. Pocisk o masie $m_1=9,5$ g wystrzelony w kierunku tego klocka zatrzymuje się w nim bardzo szybko. Układ *klocek+pocisk* odchyła się ku górze, przy czym jego środek masy wznosi się w pionie na wysokość $h=6,3$ cm w chwili, gdy prędkość układu zmniejsza się do zera. Ile wynosi prędkość pocisku tuż przed zderzeniem z klockiem? Przyjmij $m_2=5,4$ kg.

Dane:

$$m_1=9,5 \text{ g} = 9,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$m_2=5,4 \text{ kg}$$

$$v_{2p}=0; h=6,3 \text{ cm} = 0,063 \text{ m}$$

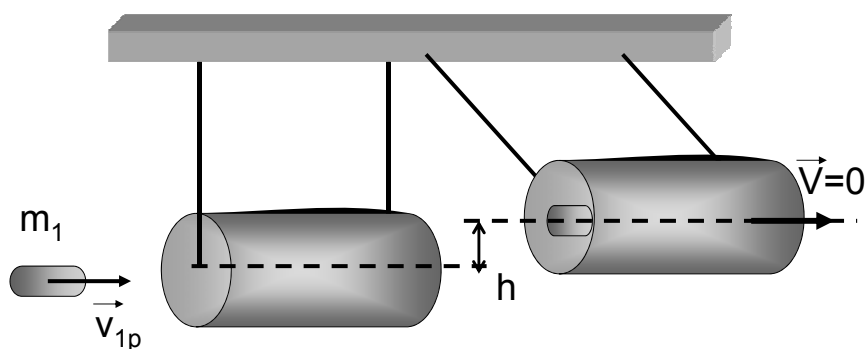
Szukane:

$$v_{1p}$$

2011/2012, zima

23

Rozwiązanie



Dwie fazy: 1-zderzenie niesprężyste pocisku z klockiem

2-ruch pocisku z klockem –energia mechaniczna zachowana

2011/2012, zima

24

Zderzenie pocisku z kłocem trwa bardzo krótko, a zatem można zrobić dwa założenia:

1. Układ jest izolowany, bo w czasie zderzenia siła ciężkości działająca na kłoc i siła działająca na kłoc od strony lin równoważą się. Można stosować zasadę zachowania pędu.
2. Zderzenie zachodzi w jednym wymiarze, w tym sensie, że kierunek ruchu pocisku i kłoca *tuż po zderzeniu* jest taki sam, jak kierunek ruchu pocisku przed zderzeniem.

Prędkość kłoca i pocisku
tuż po zderzeniu



$$V = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1p}$$

W czasie ruchu wahadłowego pocisku razem z kłocem energia mechaniczna układu pocisk-kłoc-Ziemia jest zachowana.

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = (m_1 + m_2)gh$$

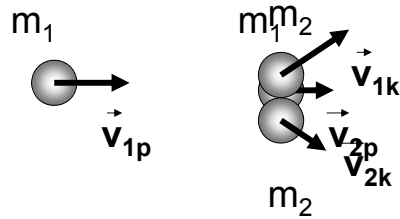
Łącząc oba etapy zadania otrzymujemy:

$$v_{1p} = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} \sqrt{2gh}$$

Odpowiedź:

Prędkość pocisku przed zderzeniem wynosi $v_{1p}=630$ m/s

Zderzenie w dwóch wymiarach



2011/2012, zima

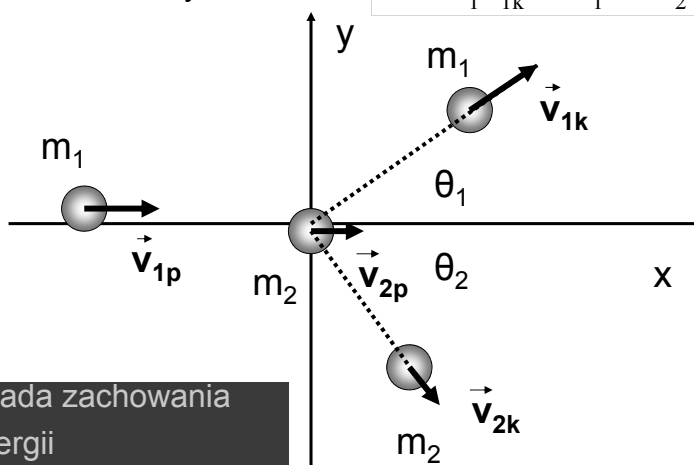
27

pęd wzdłuż osi x

$$m_1 v_{1p} + m_2 v_{2p} = m_1 v_{1k} \cos\theta_1 + m_2 v_{2k} \cos\theta_2$$

pęd wzdłuż osi y

$$0 = m_1 v_{1k} \sin\theta_1 - m_2 v_{2k} \sin\theta_2$$



zasada zachowania energii

2011/2012, zima

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1p}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2p}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1k}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2k}^2$$

PODSUMOWANIE

- Istnieją takie wielkości fizyczne, które w pewnych warunkach nie ulegają zmianie. Poznaliśmy zasadę zachowania energii oraz pędu.
- Użytecznym punktem układu ciał jest środek masy
- Zasada zachowania pędu jest spełniona w układzie izolowanym i zamkniętym a jej dobrym przykładem są zderzenia zarówno sprężyste jak i niesprężyste
- W zderzeniach sprężystych jest spełniona zasada zachowania energii mechanicznej. Jednak spotykane w rzeczywistości zderzenia można tylko w przybliżeniu traktować jak sprężyste.

2011/2012, zima

29