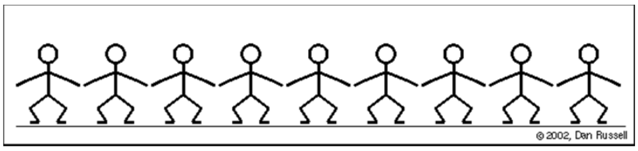
RUCH FALOWY



Fala – oscylacje w przestrzeni i w czasie.
Zaburzenie, które rozchodzi się w ośrodku.

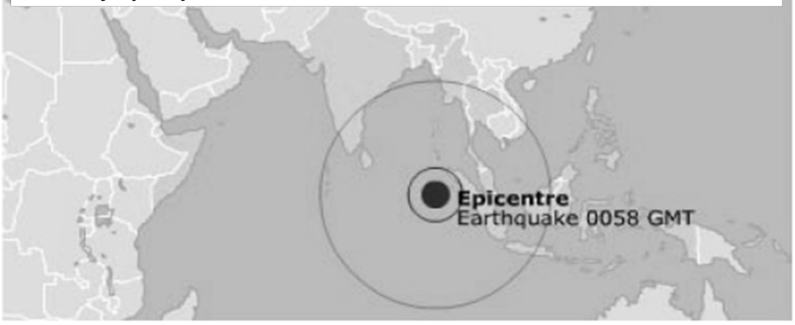
Rodzaje fal:

- mechaniczne (na wodzie, fale akustyczne)
- elektromagnetyczne (radiowe, mikrofale, światło),
- fale materii (czy elektron jest falą?)

Fala przenosi energię i informację

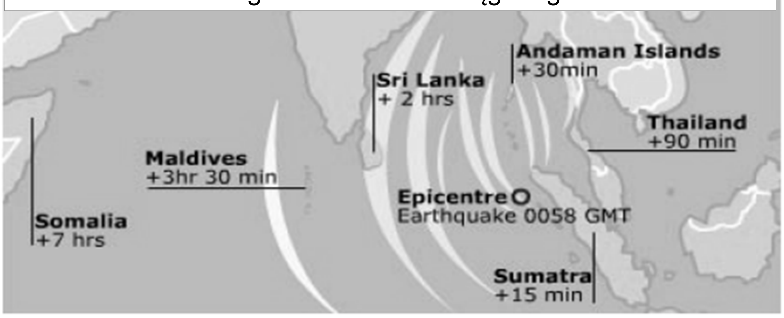
Czy fala przenosi energię?

26 grudnia 2004, największe od 40 lat trzęsienie ziemi wystąpiło na Oceanie Indyjskim pomiędzy płytami australijską i euroazjatycką



http://news.bbc.co.uk/1/hi/in_depth/4136289.stm

Trzęsienie ziemi spowodowało przerwanie dna morskiego wzdłuż linii uskoku i powstanie fali tsunami niosącej zniszczenie na odległość 4500 km w ciągu 7 godzin



Fale tsunami (jap. tsoo-NAH-mee) wielkie fale portowe

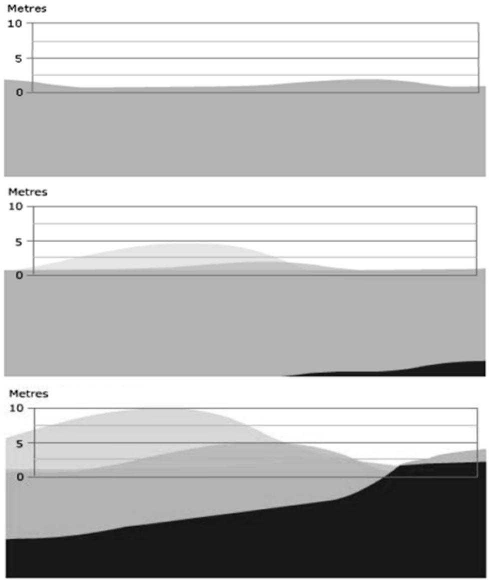
www.geophys.washinton.edu/tsunami/general/physics

Fala tsunami na głębokiej wodzie:

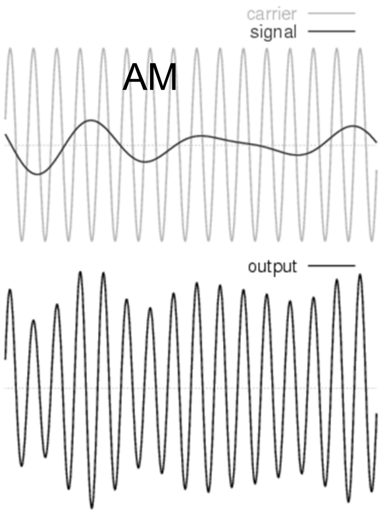
mała amplituda, duża szybkość rozchodzenia się 800 km/h

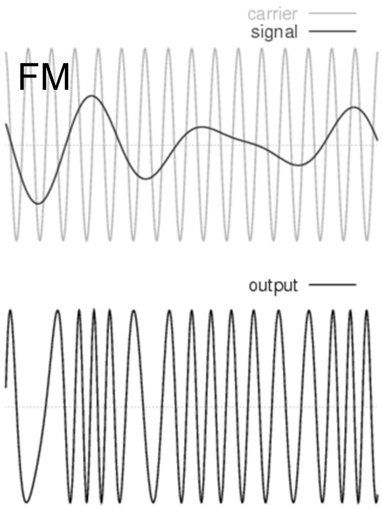
Fala tsunami na płytkiej wodzie:

mniejsza szybkość rozchodzenia się ale duża amplituda (nawet do 30 m)

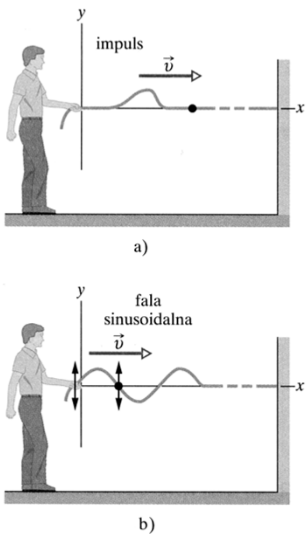


Informacja? Modulacja AM lub FM





Jak powstaje fala?

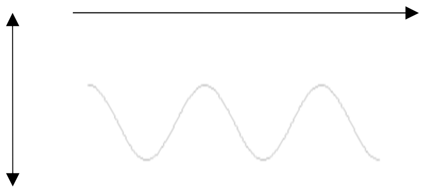


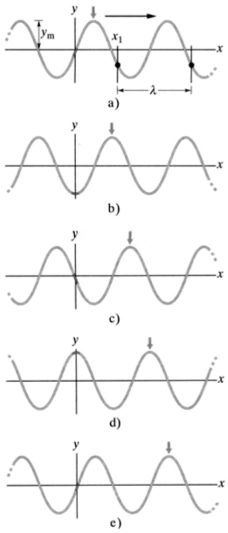
Dla fal mechanicznych rozchodzących się w sznurze, pręcie, słupie powietrza (ośrodku sprężystym), zaburzeniem jest wychylenie z położenia równowagi, gęstość, ciśnienie. Fala powstaje gdy element ośrodka sprężystego jest wytrącony z położenia równowagi. Do przenoszenia zaburzenia tj. rozchodzenia się fali konieczny jest ośrodek materialny. Przenoszona jest energia na odległość a nie materia.

Ze względu na zależność pomiędzy kierunkiem drgań i kierunkiem rozchodzenia się fale dzielimy na **podłużne** (gdy kierunku są zgodne) oraz **poprzeczne** (gdy kierunki są prostopadłe). Fale EB są poprzeczne.

kierunek rozchodzenia się

kierunek drgań





Zaburzenie może być opisane przez:

$$\boxed{y(x,t) = y_m \sin\underbrace{(kx - \omega t)}_{\text{faza}}}$$

amplituda

Częstość $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

liczba falowa - k

<u>Długość fali</u> λ- jest to odległość (mierzona równolegle do kierunku rozchodzenia się fali) między kolejnymi powtórzeniami kształtu fali

Dla t=0, kształt fali opisuje: $y(x,0) = y_m \sin(kx)$

z definicji długości fali: $y(x_1,t) = y(x_1+\lambda,t)$

zatem: $y_m \sin(kx_1) = y_m \sin k(x_1+\lambda)$

$$\Downarrow$$

$$k\lambda = 2\pi$$

Związek pomiędzy liczbą falową k i długością fali $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

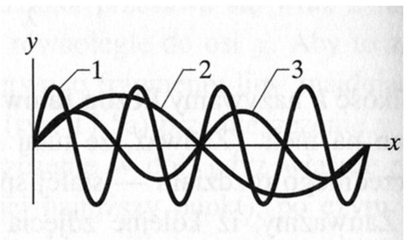
W przestrzeni trójwymiarowej:

$$y(\vec{\mathbf{r}}, t) = y_m \sin(\vec{\mathbf{k}} \circ \vec{\mathbf{r}} - \omega t)$$

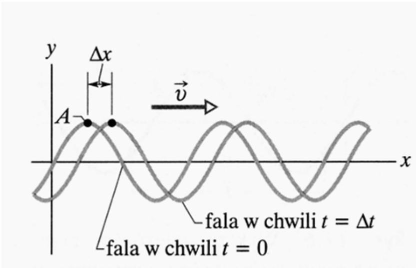
$\vec{\mathbf{k}}$ jest to wektor falowy

Zadanie domowe 9.1: Pokazać, że z powyższej postaci $y(\vec{\mathbf{r}}, t)$ wynika $y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t)$ w przestrzeni jednowymiarowej

Zadanie domowe 9.2: Na rysunku nałożono trzy zdjęcia migawkowe, przedstawiające fale biegnące wzdłuż pewnej liny. Fazy fal są opisane zależnościami: (a) 2x-4t, (b) 4x-8t, (c) 8x-16t. Dopasuj wykresy do tych wyrażeń.



Prędkość fali bieżącej



Rozważmy punkty o takiej samej fazie:

$$kx - \omega t = const$$

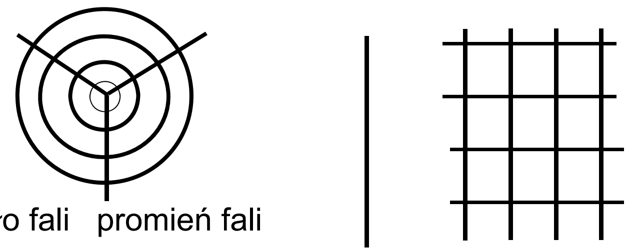
gdy t rośnie, x również rośnie

czyli $y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)$

reprezentuje falę rozchodzącą się w kierunku dodatnich wartości x (w prawo)

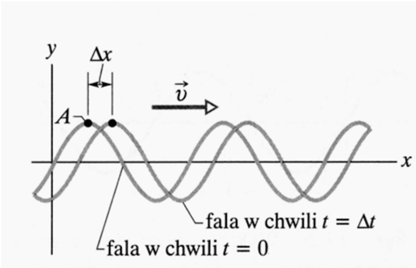
Analogicznie $y(x,t) = y_m \sin(kx + \omega t)$ reprezentuje falę rozchodzącą się w lewo

INNY PODZIAŁ FAL



Ze względu na kształt czoła fali, wyróżniamy m.in. fale kuliste i płaskie. Czoło fali jest to powierzchnia łącząca punkty w tej samej fazie zaburzenia

Prędkość fali bieżącej



$$kx - \omega t = const$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{d}{dt}(kx - \omega t) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$k\frac{dx}{dt} - \omega = 0$$

$$\Downarrow$$

$$kv - \omega = 0$$

Prędkość fazowa v fali $v = \frac{dx}{dt}$

$$v = \frac{\omega}{k}$$

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

Od czego zależy prędkość fali?

Prędkość fali mechanicznej określa bezwładność i sprężystość ośrodka

Przykład 9.1: Prędkość fali w strunie.

Bezwładność: masa na jednostkę długości $\mu = M/L$ [kg/m]

Sprężystość: siła naprężająca strunę T [kg m/s^2]

Analiza wymiarowa daje jako jedyną kombinację:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Od czego zależy prędkość fali?

Prędkość fali mechanicznej w ciele stałym:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

E – moduł Younga

ρ – gęstość

Prędkość fali akustycznej w gazie:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

B – moduł ściśliwości

ρ – gęstość

$$B = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V}$$

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}$$

p – ciśnienie

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

OGÓLNE RÓŻNICZKOWE RÓWNANIE FALI

Wzór $y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)$

przypomina rozwiązanie równania oscylatora harmonicznego

A jakie równanie naprawdę rozwiązuje?

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 y_m \sin(kx - \omega t) = -\omega^2 y$$

$$\omega = vk$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 y_m \sin(kx - \omega t) = -k^2 y$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

OGÓLNE RÓŻNICZKOWE RÓWNANIE FALI

3D

Zaburzenie jest opisywane funkcją Ψ(x,y,z,t)

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$$

czyli

$$\Delta\Psi(\vec{\mathbf{r}},t)=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$$

Operator różniczkowy Laplace'a (laplasjan)

$$\Delta=\nabla\circ\nabla=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Rozwiązaniem równania falowego

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

jest każda funkcja postaci y = f (x ± v t)

znak „-" dotyczy fali rozchodzącej się w kierunku dodatnim osi x,

znak „+" w kierunku ujemnym

Zadanie domowe 9.3. Zaproponuj inne niż $y(x,t)=y_m\sin(kx-\omega t)$ rozwiązania równania falowego (zad.5, str.149 HRW)

Gęstość energii i natężenie fali

Średnia gęstość energii

$$<\rho_E>=b(\lambda)y_m{}^2$$

b(λ) różne dla każdego typu fali i zależne od długości fali

amplituda fali

Natężenie fali

$$I=v<\rho_E>=b(\lambda)v\,y_m{}^2$$

przepływ energii w jednostce czasu przez jednostkową „powierzchnię”, [I] =1 W/m²

prędkość fali

Średnia moc, czyli średnia szybkość z jaką energia jest przenoszona przez falę (dla fali poprzecznej strunie)

$$<P>=2\left\langle\frac{dE_k}{dt}\right\rangle=\frac{1}{2}\mu v\omega^2 y_m^2$$

Czynniki μ oraz v zależą od materiału i naprężenia struny natomiast ω i y_m - od sposobu powstawania fali

Zależność średniej mocy fali od kwadratu amplitudy oraz od kwadratu częstości ma charakter ogólny i obowiązuje dla wszystkich rodzajów fal

ZADANIE DOMOWE 9.4

Rozciągnięta lina o gęstości liniowej μ=525 g/m została naprężona siłą T=45N. Wytwarzamy falę sinusoidalną o częstotliwości f=120 Hz i amplitudzie y_m=8,5 mm, biegnącą wzdłuż liny od jednego z jej końców. Wyznacz średnią szybkość przenoszenia energii przez falę.

Fala dźwiękowa (podłużna)

przemieszczenie warstwy płynu

$$s(x,t) = s_m \cos(kx - \omega t)$$

zmiana ciśnienia powietrza w rurze

$$\Delta p(x,t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t)$$

$$\Delta p_m = (v\rho\omega)s_m$$

amplituda przemieszczenia

amplituda zmian ciśnienia

prędkość fazowa

gęstość płynu

częstość

<u>Przykład 9.2</u>: Maksymalna amplituda zmian ciśnienia Δp_m, jaką ludzkie ucho może wytrzymać w postaci głośnego dźwięku, jest równa około 28 Pa (jest ona znacznie mniejsza od normalnego ciśnienia powietrza równego 10^5 Pa). Znajdź amplitudę przemieszczenia s_m dla takiego dźwięku w powietrzu o gęstości ρ=1,21 kg/m^3, przy częstotliwości 1000 Hz i prędkości 343 m/s

Dane:

Δp_m= 28 Pa

ρ = 1,21 kg/m^3

f = 1000 Hz

v = 343 m/s

Rozwiązanie:

$$s_m = \frac{\Delta p_m}{v\rho\omega} = \frac{\Delta p_m}{v\rho(2\pi f)}$$

Szukane:

s_m

Odpowiedź: s_m=11 μm

Wniosek:

Amplituda przemieszczenia dla najgłośniejszego dźwięku, jaki może znieść ludzkie ucho, jest bardzo mała.

ZADANIE DOMOWE 9.5

Przeprowadzając podobne obliczenia wykazać, że dla najsłabszego słyszalnego dźwięku o częstotliwości 1000 Hz, amplituda przemieszczenia wynosi 11 pm podczas gdy amplituda zmian ciśnienia wynosi $2{,}8\cdot 10^{-5}$ Pa.

Ucho jest bardzo czułym detektorem fali dźwiękowej

Natężenie dźwięku

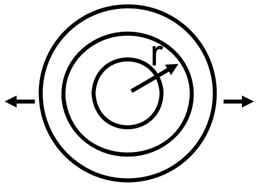
Natężenie I fali dźwiękowej na pewnej powierzchni jest to średnia szybkość w przeliczeniu ma jednostkę powierzchni, z jaką fala dostarcza energię do tej powierzchni (lub przenosi przez nią energię).

$$I = \frac{P}{S}$$

moc

pole powierzchni

dla fali emitowanej izotropowo



$$I = \frac{P_{źr}}{4\pi r^2}$$

moc źródła

Podobnie jak dla fali w strunie

$$I = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 s_m^2$$

Natężenie dźwięku

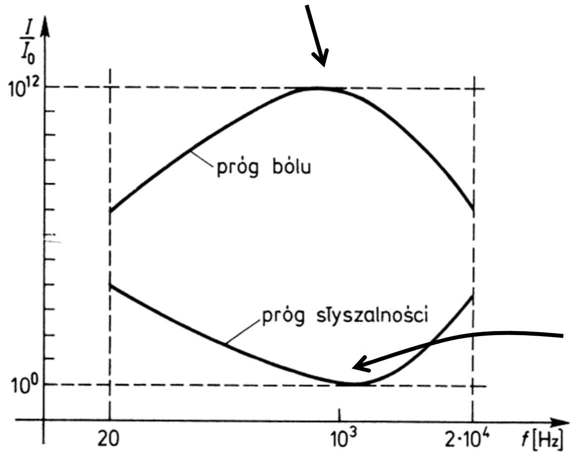
Ucho ludzkie: amplituda przemieszczenia zmienia się od 10^{-5}m dla najgłośniejszego tolerowanego dźwięku do 10^{-11} m dla najsłabszego słyszalnego dźwięku; stosunek tych amplitud wynosi 10^6.

Natężenie dźwięku jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy przemieszczenia, zatem zakres natężeń dźwięku rejestrowany przez ucho jest bardzo duży, około 10^{12}

Subiektywnie odczuwalne natężenie dźwięku, tak zwany **poziom natężenia** określamy na podstawie prawa **Webera i Fechnera**. **Zmiana intensywności subiektywnego wrażenia dźwiękowego wywoływanego przez dwa dźwięki jest proporcjonalna do logarytmu natężeń porównywanych dźwięków**

Krzywa czułości ucha

górna granica słyszalności dla 1 kHz (120 dB)



Poziom natężenia

$$\Lambda = \eta \log \frac{I}{I_o}$$

η=1, jednostką jest 1B (bel)
η=10, 1dB (decybel)

Natężenie $I_o = 10^{-12}$ W/m^2 o częstotliwości 1 kHz nazywamy natężeniem poziomu zerowego (0 dB)

Ucho ludzkie charakteryzuje się różną czułością dla różnych częstotliwości dźwięku

Skala subiektywnego natężenia dźwięku

$$\Lambda = (10\mathrm{dB}) \log \frac{I}{I_o}$$

Gdy natężenie dźwięku I zwiększa się o rząd wielkości (czynnik 10), subiektywny poziom natężenia Λ zwiększa się o 10 dB

próg słyszalności	0 dB
szum liści	10 dB
rozmowa	60 dB
koncert rockowy	110 dB
granica bólu	120 dB
silnik odrzutowy	130 dB

Głośność dźwięku

Dwa dźwięki o tym samym natężeniu lecz o różnych częstotliwościach nie wydają się nam tak samo głośne, np. dźwięk o częstotliwości 1 kHz odczujemy jako głośniejszy od dźwięku o częstotliwości 0.5 kHz mimo, że w skali decybelowej będą miały jednakowy poziom natężenia.

Głośność dźwięku wyrażamy w <u>fonach.</u> Dany dźwięk ma głośność n fonów, jeżeli słyszymy go tak samo głośno, jak dźwięk o natężeniu subiektywnym n decybeli i częstotliwości 1 kHz.

20 fonów odpowiada

200 Hz	40 dB
1000 Hz	20 dB
3000 Hz	15 dB
10 000 Hz	32 dB

PODSTAWOWE ZJAWISKA FALOWE:

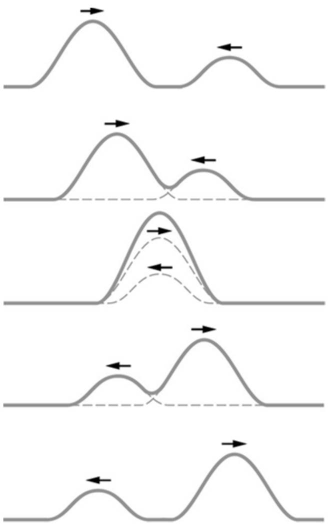
- **interferencja**
- **dyfrakcja**
- **polaryzacja**

ale także: załamanie, rozszczepienie (dyspersja), odbicie, transmisja, absorpcja

Zjawiska są wspólne dla wszystkich rodzajów fal

ZASADA SUPERPOZYCJI FAL

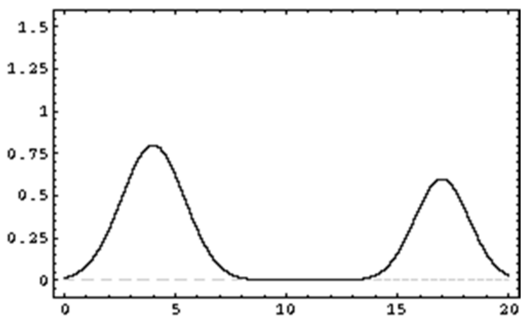
Często się zdarza, że dwie lub więcej fal przechodzi równocześnie przez ten sam obszar. Fale te nakładają się, w żaden sposób nie wpływają na siebie wzajemnie a zaburzenia dodają się algebraicznie tworząc **falę wypadkową**.



$y_w(x,t)=y_1(x,t)+y_2(x,t)$

Wyklad 9 33

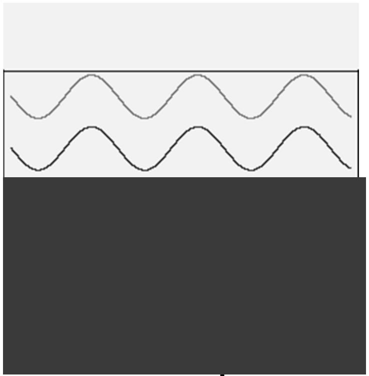
Demonstracja



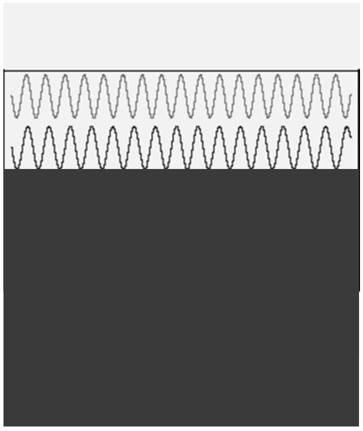
Wyklad 9 34

Skutki superpozycji fal

Wzmocnienie (interferencja konstruktywna) lub osłabienie (interferencja destruktywna)



Dudnienia (nakładanie się fal o bardzo zbliżonych częstościach)



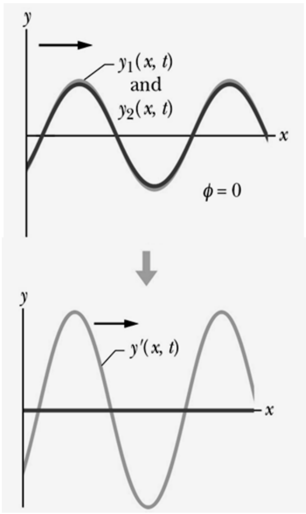
Interferencja

Zakładamy, że dwie sinusoidalne fale o tej samej długości i amplitudzie biegną wzdłuż napiętej liny w tym samym kierunku. Fale te interferują ze sobą dają wypadkową falę sinusoidalną biegnącą w tym samym kierunku. Amplituda fali wypadkowej zależy od <u>względnej różnicy faz</u> fal interferujących.

$$y_1(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$y = y_1(x,t) + y_2(x,t) = \underbrace{\left[2y_m \cos\frac{1}{2}\varphi\right]}_{\text{amplituda}} \sin(kx - \omega t + \frac{1}{2}\varphi)$$

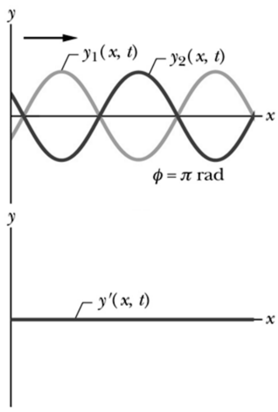


Interferencja konstruktywna (wzmocnienie) występuje, gdy fazy są zgodne, tj. gdy φ=0, 2π, 4π, …

Amplituda wypadkowa jest dwukrotnie większa niż amplituda każdej z fal interferujących

$$y'_m = 2y_m \cos\frac{1}{2}\varphi = 2y_m$$

Natężenie fali wypadkowej jest czterokrotnie większe niż natężenie każdej z fal interferujących



Interferencja destruktywna – całkowite wygaszenie, gdy fazy są przeciwne, tj. gdy φ= π, 3π, 5π, …

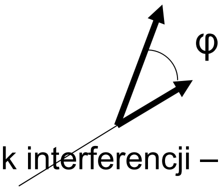
Amplituda i natężenie fali wypadkowej wynoszą zero

$$y'_m = 2y_m \cos\frac{1}{2}\varphi = 0$$

Przypomnienie: Podobny efekt obserwowaliśmy przy nakładaniu drgań zachodzących wzdłuż jednej prostej

Metoda wektora wirującego - wskazy

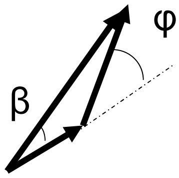
Wskaz jest wektorem, którego długość jest równa amplitudzie fali. Wektor ten obraca się wokół początku układu współrzędnych z prędkością kątowa równą częstości fali ω.



$$y_1(x,t) = y_{m1}\sin(kx - \omega t)$$

$$y_2(x,t) = y_{m2}\sin(kx - \omega t + \varphi)$$

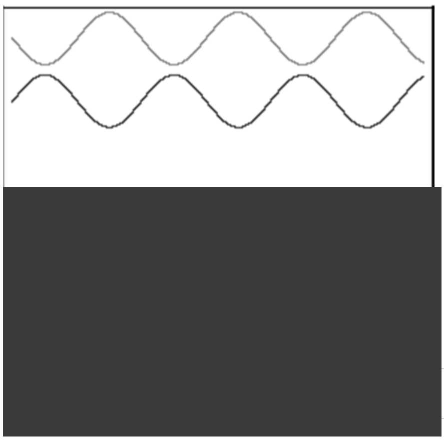
Wynik interferencji – wynik dodawania wskazów



$$y'(x,t) = y'_m \sin(kx - \omega t + \beta)$$

Metodą wskazów można się posługiwać nawet gdy amplitudy fal interferujących są różne

Fala stojąca



Fala stojąca powstaje gdy dwie sinusoidalne fale o tej samej długości i amplitudzie biegną wzdłuż napiętej liny w przeciwnym kierunku.

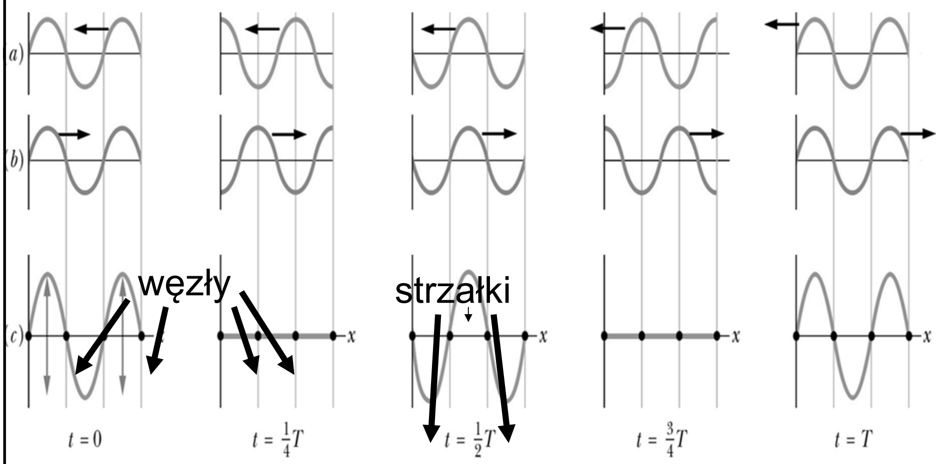
$$y_1(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2(x,t) = y_m \sin(kx + \omega t)$$

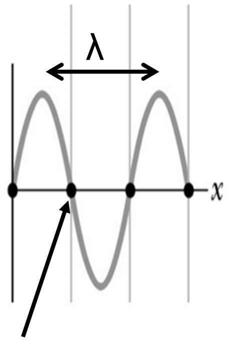
Można pokazać, że

$$y = y_1 + y_2 = \underbrace{\left[2y_m \sin kx\right]}_{\text{amplituda fali}}\cos(\omega t)$$

Fala stojąca



Położenia węzłów i strzałek nie ulegają zmianie. Amplituda fali zależy od położenia



położenie węzła dla n'=1

Położenia węzłów są opisane relacją:

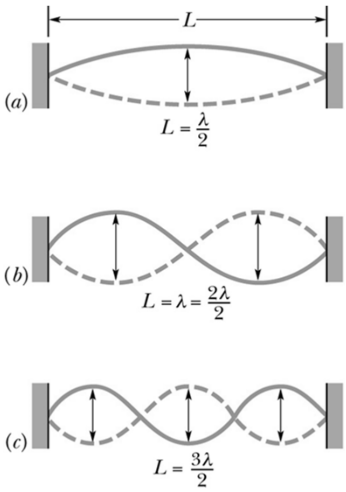
$$x = n' \frac{\lambda}{2}$$

gdzie n'=0,1,2,….

<u>Rezonans</u> występuje, gdy przy pewnych częstościach w wyniku interferencji powstaje fala stojąca o dużej amplitudzie

Struna wykazuje rezonans przy pewnych częstościach zwanymi <u>częstościami rezonansowymi</u>

Rezonans



Narzucając warunki brzegowe kwantujemy długość fali i częstotliwość

<u>warunki brzegowe</u>:

dla x=0 y=0 i dla x=L y=0 (węzły na końcach struny)

<u>warunek kwantyzacji długości fali:</u>

$$\lambda_{n'} = \frac{2L}{n'}$$

gdzie n'=1,2,3….

<u>warunek kwantyzacji częstotliwości</u>:

$$\gamma_{n'} = n' \frac{v}{2L}$$

prędkość fali

Częstości rezonansowe są całkowitymi wielokrotnościami najniższej częstotliwości – częstotliwości podstawowej γ_1

$$\gamma_1 = \frac{v}{2L}$$

Drganie własne o częstotliwości podstawowej nazywamy <u>modem podstawowym</u> lub <u>pierwszą harmoniczną</u>

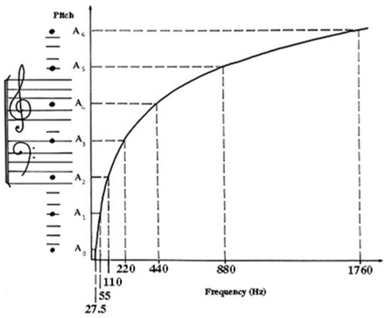
<u>Szereg harmoniczny</u> czyli zbiór wszystkich możliwych drgań własnych opisany jest przez

$$\gamma_{n'} = n' \gamma_1$$

liczba harmoniczna

Cechy dźwięku

- ❑ wysokość – częstotliwość tonu podstawowego
- ❑ głośność – kwadrat amplitudy
- ❑ barwa – zawartość tonów harmonicznych



a) flet

b) obój

c) saksofon