

# Początki fizyki współczesnej

# Plan

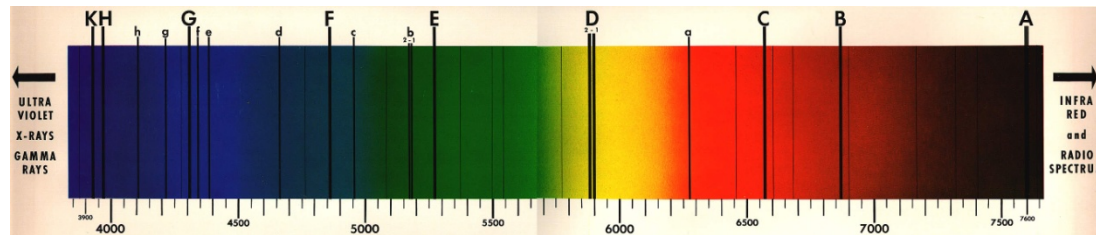
- 1.1. Promieniowanie ciała doskonale czarnego
- 1.2. Foton
- 1.3. Efekt fotoelektryczny
- 1.4. Efekt Comptona

# Trochę historii



## Gustav Kirchhoff (1824-1887)

W **1859** rozpoczyna się droga do mechaniki kwantowej od odkrycia linii D w widmie słonecznym

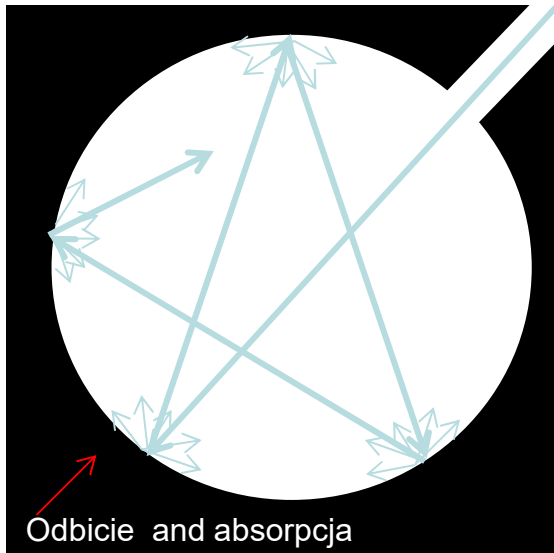


Elektron odkryty przez J.J.Thomsona w **1897** (neutron w **1932**). Nowe idee były przyjmowane niechętnie

*„I was told long afterwards by a distinguished physicist who had been present at my lecture that he thought I had been pulling their leg”.*

# Promieniowanie ciała doskonale czarnego

Promieniowanie

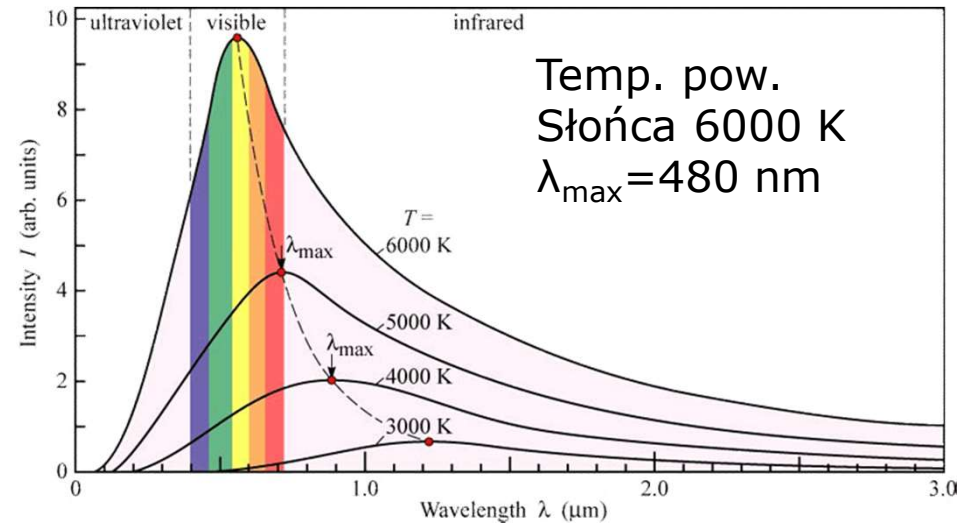


**Idealny absorber**

$$a_{\lambda} = 1$$

$$e_{\lambda} = K(\lambda, T)$$

Gęstość energii emitowanej przez ciało doskonale czarne jest funkcją tylko długości fali i temperatury



Prawo przesunięć **Wien'a**

$$\lambda_{\max} T = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

# Promieniowanie ciała doskonale czarnego

Rok	Autor	Wzór
1887	Władimir Aleksandrowicz Michelson	$e(\lambda, T) = aT^{3/2}\lambda^{-6} \exp(-b/\lambda^2 T)$
1888	Heinrich Weber	$e(\lambda, T) = a\lambda^{-2} \exp(cT - b/\lambda^2 T^2)$
1896	Wilhelm Wien	$e(\lambda, T) = a\lambda^{-5} \exp(-b/\lambda T)$
1896	Friedrich Paschen	$e(\lambda, T) = a\lambda^{-5,6} \exp(-b/\lambda T)$
1900	Lord Rayleigh	$e(\lambda, T) = aT\lambda^{-4} \exp(-b/\lambda T)$
1900	Otto Lummer i Ernst Pringsheim	$e(\lambda, T) = aT\lambda^{-4} \exp(-b/(\lambda T)^{1,25})$
1900	Otto Lummer i Eugen Jahnke	$e(\lambda, T) = a\lambda^{-5} \exp(-b/(\lambda T)^{0,9})$
1900	Max Thiesen	$e(\lambda, T) = aT^{0,5}\lambda^{-4,5} \exp(-b/\lambda T)$
1900	Max Planck (19 X)	$e(\lambda, T) = a\lambda^{-5} \left( \frac{1}{\exp(b/k\lambda T) - 1} \right)$
1900	Max Planck (14 XII)	$e(\lambda, T) = 8\pi hc\lambda^{-5} \left( \frac{1}{\exp(hc/k\lambda T) - 1} \right)$

# Promieniowanie ciała doskonale czarnego



Wilhelm Wien  
(1864-1928)

W 1896 Wien zaproponował:

$$e_{Wien}(\lambda, T) = b\lambda^{-5} \exp(-a / \lambda T) \quad a, b \text{ stałe}$$

Posłużył się analogią do rozkładu Boltzmann'a, który dotyczy rozkładu energii klasycznego gazu w równowadze

Prawdopodobieństwo, że cząsteczka w temperaturze ma energię  $E$  jest proporcjonalne do  $\exp(-E/kT)$ , gdzie  $k$  jest stałą Boltzmann'a równą  $1.38 \cdot 10^{-23}$  J/K. Większe energie są mniej prawdopodobne, średnia energia rośnie z temperaturą.



Ludwig Boltzmann  
(1835-1893)

Całkowita intensywność promieniowania  $u_{tot}$

$$u_{tot} = \sigma T^4$$

$\sigma$ - stała Stefana-Boltzmann'a  $5.68 \cdot 10^{-8}$  W/(m<sup>2</sup> · K<sup>4</sup>)

# Promieniowanie ciała doskonale czarnego



Max Planck  
(1858-1947)

Max Planck zaproponował model ciała doskonale czarnego (ang. *blackbody*), wprowadzając „rezonatory”, które są ładunkami drgającymi harmonicznie. Zastosował fizykę statystyczną Boltzmann’a ale zrobił drastyczne założenie:

Oscylatory mogą emitować lub absorbować promieniowanie o częstotliwości  $f$  jedynie porcjami energii o wartości  $hf$ , gdzie  $h$  jest stałą uniwersalną o wymiarze Js. Planck wprowadził pojęcie **kwantu**.

$$e_{\lambda}(\lambda, T) = \frac{b}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(a / \lambda T) - 1}$$

Dla krótkich fal czyli małych  $\lambda$   $a / \lambda T \gg 1$  otrzymujemy wzór Wiena

Dla długich fal czyli podczerwieni, wzór Plancka pasuje lepiej do danych eksperymentalnych niż model Wiena

## Promieniowanie ciała doskonale czarnego

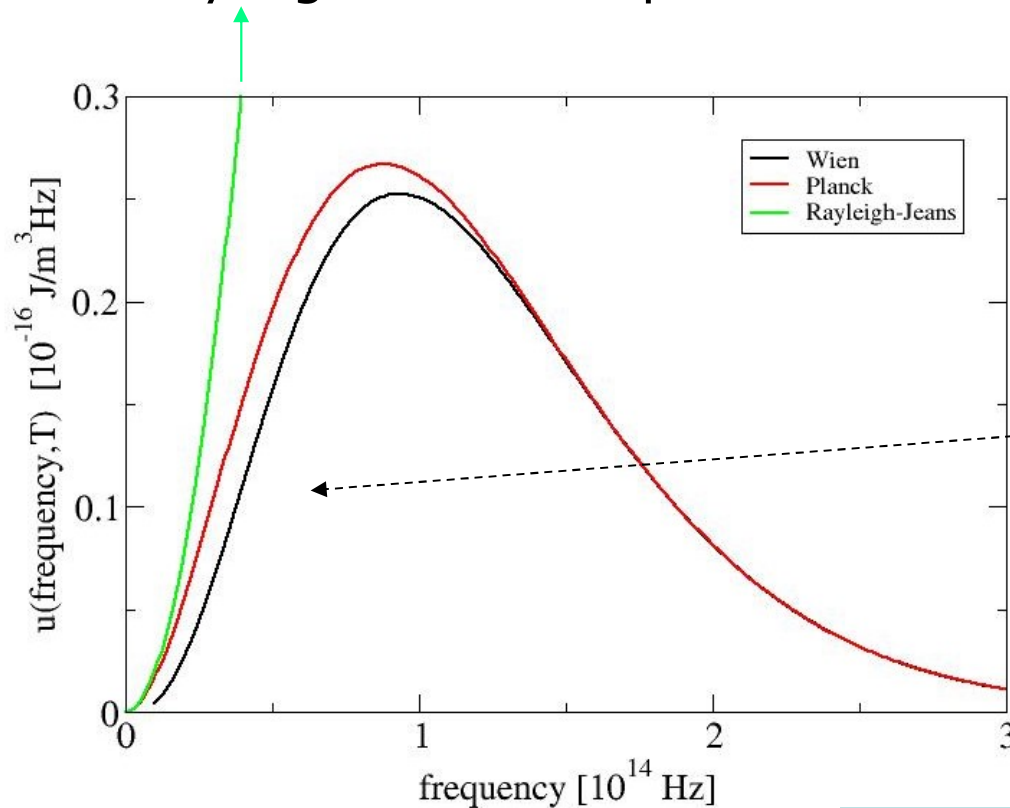
**John Strutt**, znany jako **Lord Rayleigh** opublikował artykuł na temat funkcji Kirchhoffa kilka miesięcy wcześniej niż Planck (1900). Rayleigh skoncentrował się na promieniowaniu a nie na oscylatorach Plancka

Przyjęto, że promieniowanie składa się z fal elektromagnetycznych. Gęstość energii tych fal jest równoważna gęstości energii zbioru oscylatorów harmonicznycch. Średnia energia przypadająca na jeden oscylator wynosi  $kT$



# Promieniowanie ciała doskonale czarnego

Prawo Rayleigh'a-Jeans'a prowadzi do katastrofy w ultrafiolecie



Wzór Wien'a nie pasuje w zakresie małych częstości

Wzór Plancka

$$u(f, T) = \frac{8\pi hf^3}{c^3} \frac{1}{\exp(hf / kT) - 1}$$

## Przypadki graniczne wzoru Planck'a:

$$u(f, T) = \frac{8\pi hf^3}{c^3} \frac{1}{\exp(hf / kT) - 1}$$

Zakres dużych częstości:  $hf / kT \gg 1$

$$u(f, T) = \frac{8\pi hf^3}{c^3} \exp(-hf / kT) \quad \text{prawo Wien'a}$$

## Przypadki graniczne wzoru Planck'a:

$$u(f, T) = \frac{8\pi hf^3}{c^3} \frac{1}{\exp(hf / kT) - 1}$$

Zakres małych częstości:  $hf / kT \ll 1$

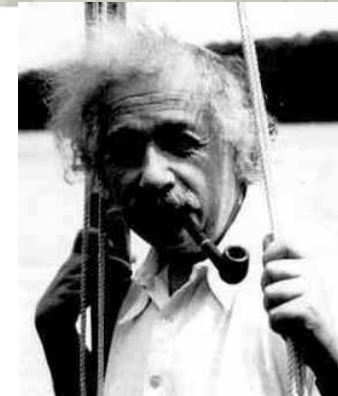
Kiedy  $f$  jest małe lub  $T$  duże, lub żyjemy w świecie gdzie  $h$  zmierza do 0 (klasycznie)

Dla małych  $x$ :  $\exp(x) \approx 1 + x$

$$u(f, T) \approx \frac{8\pi hf^3}{c^3} \frac{1}{1 + (hf / kT) - 1} = \frac{8\pi f^2 kT}{c^3}$$

*To jest wyniki klasycznego modelu Rayleigh'a*

W 1905, **Albert Einstein** doszedł do wniosku, że nie można wyprowadzić wzoru Planck'a z praw klasycznej fizyki. Słuszność wzoru Plancka'a oznacza koniec fizyki klasycznej.

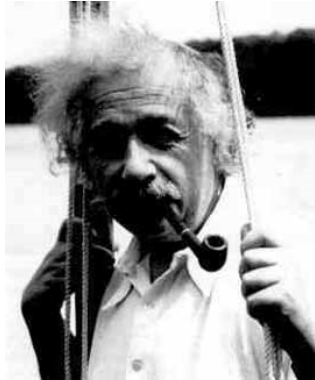


**Albert Einstein**

(1879-1955)

## Radykalna propozycja kwantyzacji energii:

- w limicie małych częstości (Rayleigh-Jeans) obraz falowy (Maxwell),
- w limicie dużych częstości (Wien) o promieniowaniu należy myśleć jak o „gazie” kwantów



(1879-1955)

$$E = hf$$

energia cząstki

częstotliwość fali

Promieniowanie należy w pewnych przypadkach traktować jak fale a w innych eksperymentach jak cząstki

To jest dualizm korpuskularno-falowy

# Korpuskularna natura promieniowania

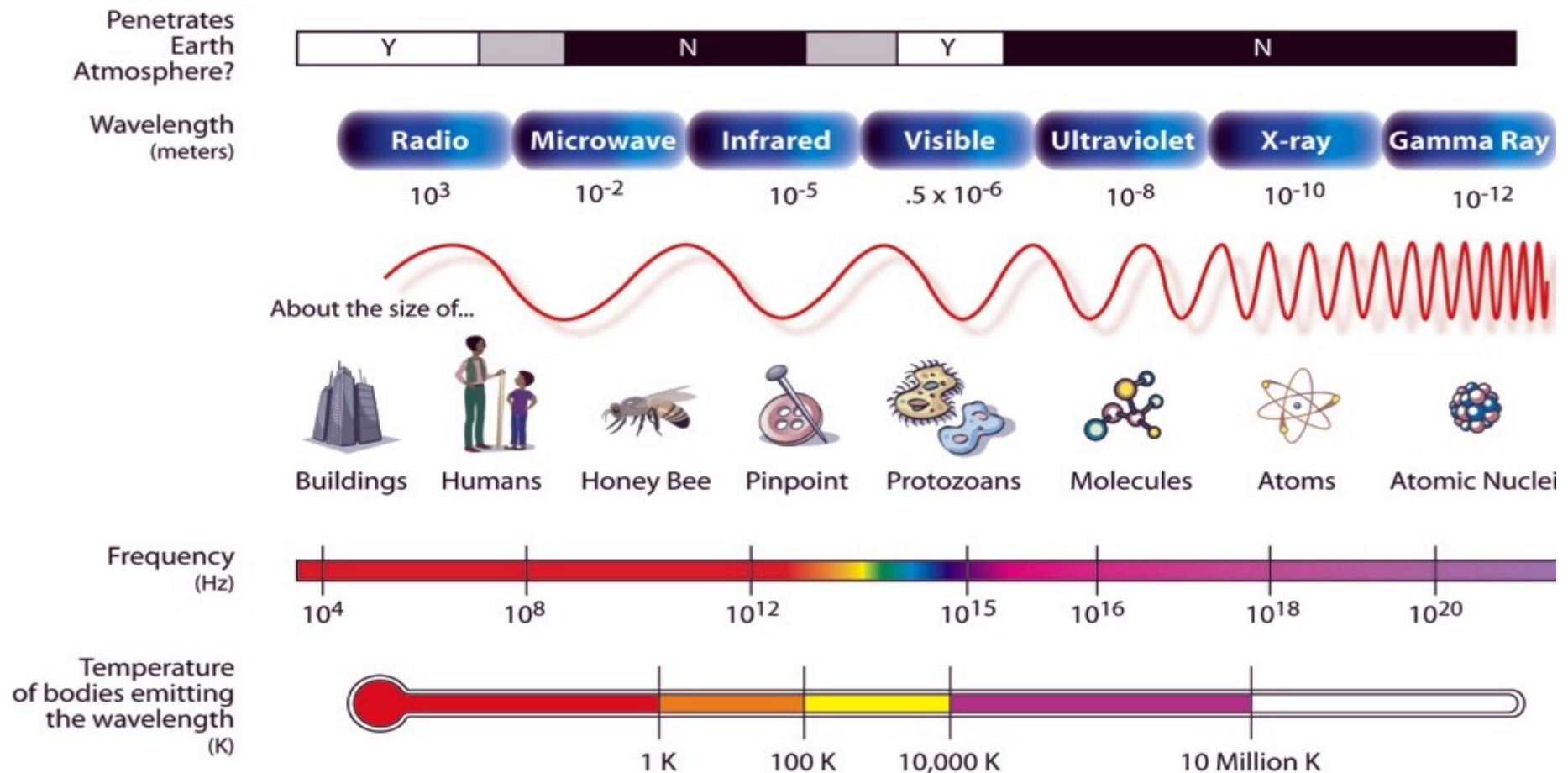
## Doświadczalnie :

- Efekt fotoelektryczny (uwalnianie elektronów z metalicznej powierzchni pod wpływem promieniowania o określonej częstotliwości)
- Efekt Comptona (rozpraszanie promieniowania X i zmiana częstotliwości)

Te zjawiska, podobnie jak promieniowanie ciała doskonale czarnego, nie mogą być wyjaśnione przy użyciu modelu falowego.

# Foton

## THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM



# Foton

Promieniowanie elektromagnetyczne jest traktowane jako fale elektromagnetyczne, których istnienie wynika z równań Maxwella. Zjawiska interferencji, dyfrakcji i polaryzacji nie można wytłumaczyć inaczej.

Istnieją jednak inne zjawiska, w których należy wprowadzić pojęcie **kwantu** promieniowania, **fotonu**.



# Foton

Foton jest cząstką pozbawioną masy, która porusza się z prędkością światła  $c \approx 3 \cdot 10^8$  m/s.

Jego energia  $E$  i  $\vec{p}$  są powiązane relacją:

$$E = |\vec{p}|c$$

Prace Plancka i Einsteina pokazały, że energia jest liniową funkcją częstotliwości  $f$ :

$$E = hf$$

stała wprowadzona  
przez Plancka

$$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

# Foton

Stosując relację:

$$\lambda f = c$$

gdzie  $\lambda$  jest długością fali związanej z fotonem

można stwierdzić, że pędu  $p$  pojedynczego fotonu jest odwrotnie proporcjonalny do długości fali

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

# Foton

Energia fotonu  $E=hf$  może być przedstawiona poprzez częstość  $\omega$ :

$$\omega = 2\pi f$$

jako:

$$E = \hbar\omega$$

gdzie:

$$\hbar = h/2\pi \approx 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

stała Planck'a

# Foton

Ten obraz sugeruje, że natężenie promieniowania o danej częstotliwości, tj. szybkość z jaką promieniowanie dostarcza energię na jednostkę powierzchni jest związane z **liczbą fotonów  $N$** . Im większe natężenie tym większa liczba fotonów.

**Przykład:** Żarówka 60 W promieniuje głównie  $\lambda \approx 1000$  nm. Oblicz liczbę fotonów emitowanych w ciągu jednej sekundy.

**Rozwiązanie:** Jeżeli podzielimy całkowitą energię przez energię fotonu, otrzymamy liczbę fotonów. Całkowita energia emitowana w ciągu jednej sekundy wynosi 60 W. Częstotliwość  $f$  wynosi:

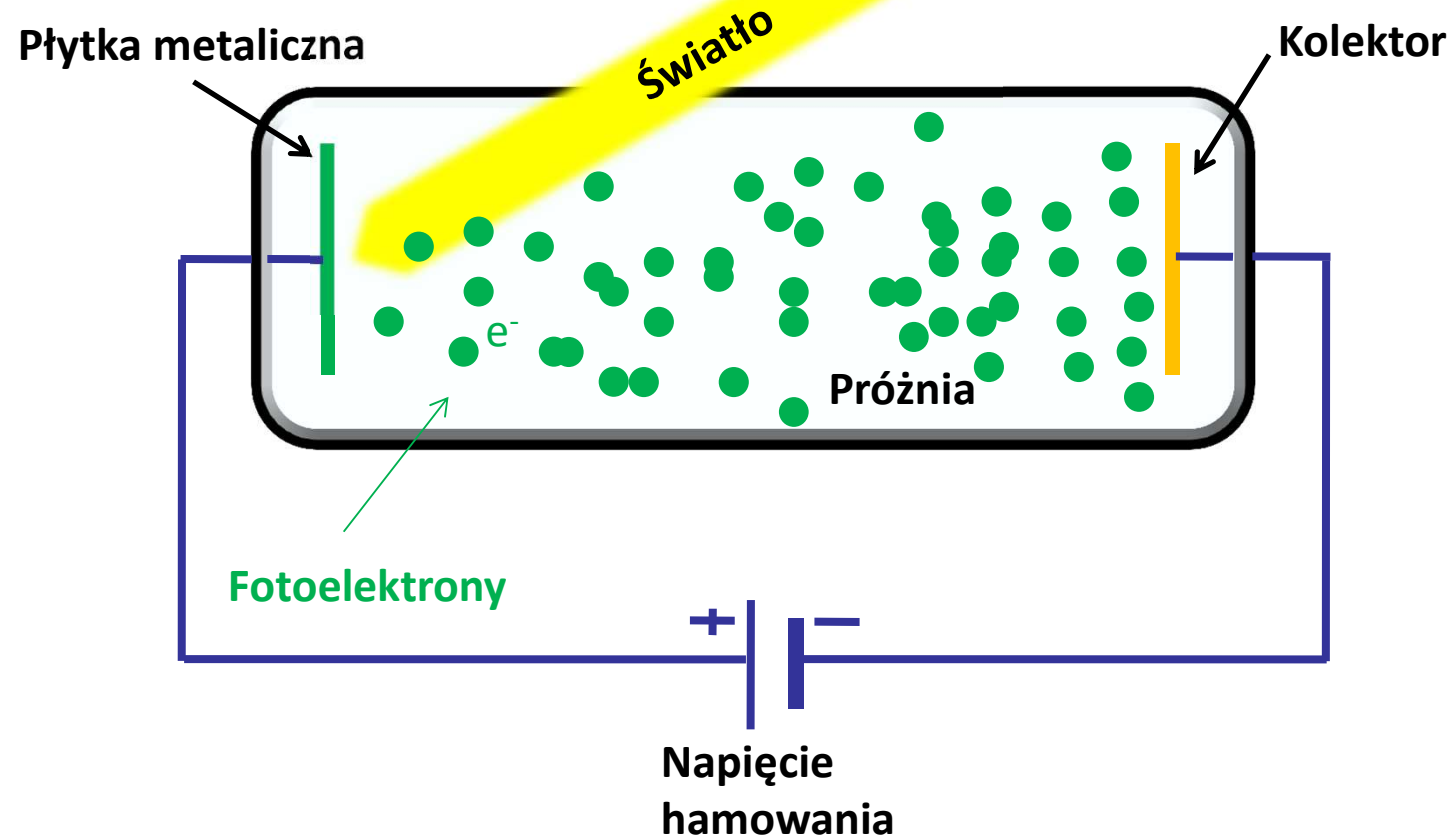
$$f = c/\lambda \approx 3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

energia fotonu  $E = hf$

Liczba fotonów emitowanych w ciągu 1s:

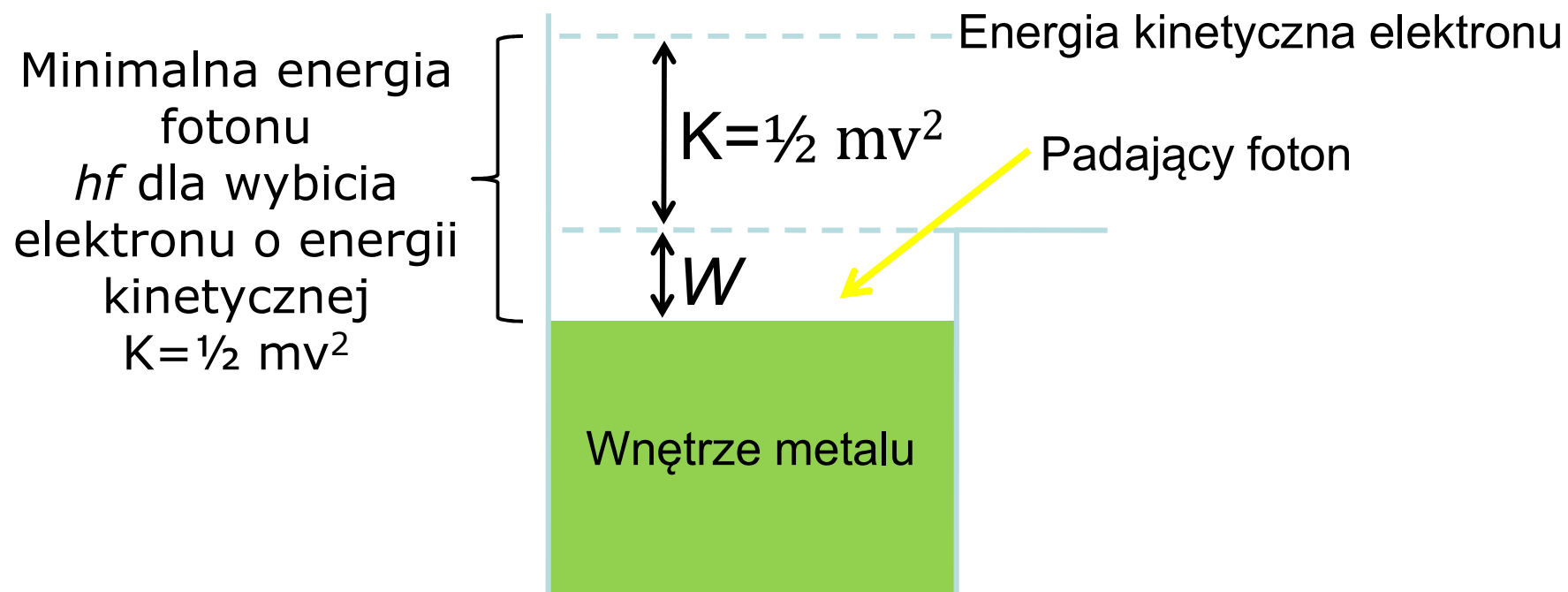
$$n = \frac{60W}{hf} = \frac{60W}{(6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(3 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1})} = 3 \cdot 10^{20} \text{ fotonów/s}$$

# Efekt fotoelektryczny



Światło wywołuje prąd elektronowy, mierzony przez kolektor. Energia kinetyczna może być obliczona na podstawie napięcia hamowania

# Efekt fotoelektryczny



$$hf = K + W$$

# Efekt fotoelektryczny

Metal zawiera dużą ilość swobodnych elektronów ( $m_e$  – masa elektronu,  $-e$  - ładunek elektronu), około 1 lub 2 na atom. Te elektrony są quasi-swobodne czyli nie są związane z atomami lecz mogą, po dostarczeniu pewnej energii, opuścić metal. Energia ta nosi nazwę pracy wyjścia  $W$  z metalu. Praca wyjścia jest różna dla różnych metali i zależy od stanu powierzchni. Typowe wartości  $W$  zmieniają się od 2 do 8 eV.



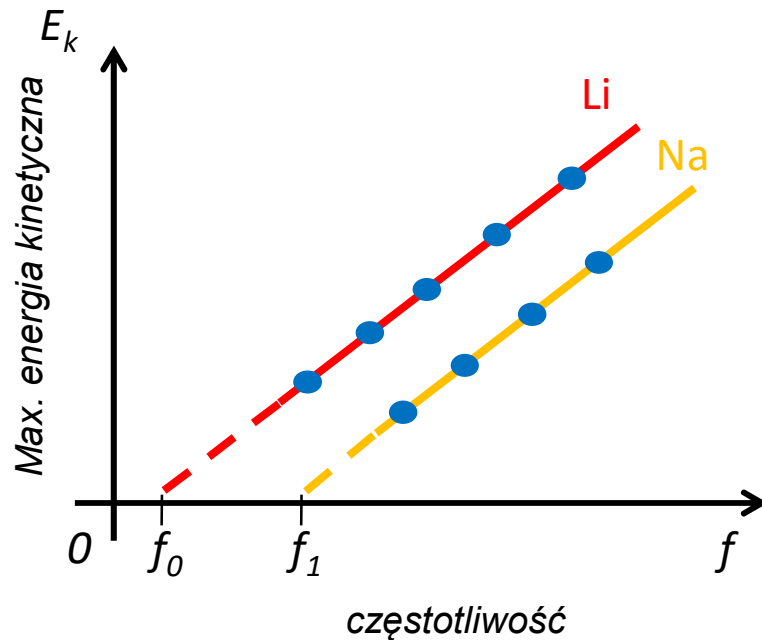
# Efekt fotoelektryczny

Einstein zaproponował mechanizm efektu fotoelektrycznego. Założył, że foton może zostać zaabsorbowany przez elektron jeżeli energia fotonu przekracza konkretną wartość:

$$hf > W$$

Energia, którą otrzymuje elektron pozwala mu opuścić metal. Elektrony emitowane z metalu pod wpływem promieniowania elektromagnetycznego noszą nazwę **fotoelektronów**. Jest to zjawisko fotoelektryczne zewnętrzne.

# Efekt fotoelektryczny



Dla pewnych metali, słaba wiązka światła niebieskiego wytwarza fotoprąd, podczas gdy bardzo silne światło czerwone nie powoduje efektu elektrycznego. Jeżeli energia fotonu jest większa od pracy wyjścia elektronu z metalu, prędkość  $v$  jaką osiąga elektron można obliczyć z:

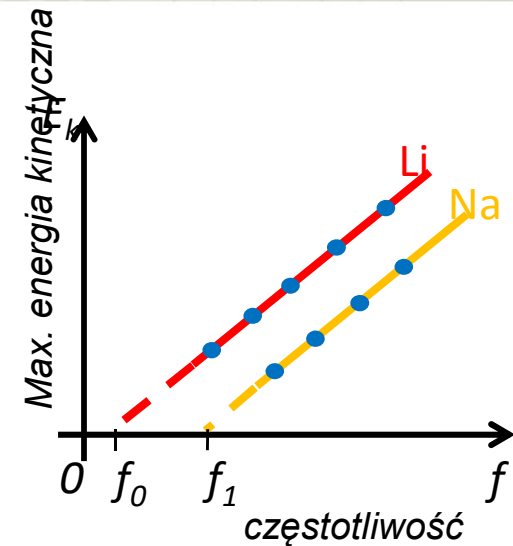
$$\frac{1}{2} m_e v^2 = hf - W$$

zasada zachowania energii

# Efekt fotoelektryczny

1. Energia fotoelektronów emitowanych z metalu zależy tylko od częstotliwości promieniowania i gdy częstotliwość graniczna zostanie przekroczona, zależność energii kinetycznej elektronu od częstotliwości jest liniowa.

Energia kinetyczna fotoelektronu jest **niezależna** od natężenia padającego promieniowania, tj. od liczby fotonów. Pojedynczy foton jest absorbowany przez pojedynczy elektron.



W podejściu klasycznym, energia związana z falą EB zależy od kwadratu amplitudy pola elektrycznego. Bez względu na to, jak mała jest częstotliwość promieniowania, w dłuższym czasie zostanie zdeponowana wystarczająca energia, aby pokonać pracę wyjścia.

# Efekt fotoelektryczny

2. **Liczba** fotoelektronów emitowanych jest wprost proporcjonalna do natężenia promieniowania, tj. do liczby fotonów padających na powierzchnię metalu.

3. Nie obserwuje się żadnego upływu czasu pomiędzy oświetleniem metalu i emisją fotoelektronu. Klasycznie, energia jest gromadzona i dostarczana w sposób ciągły.

**Efekt nie zachodzi na swobodnych elektronach.**

# Efekt fotoelektryczny

**Przykład:** Eksperyment wykazał, że gdy promieniowanie elektromagnetyczne o długości fali 270 nm pada na powierzchnię Al, są emitowane fotoelektrony. Elektrony o największej energii kinetycznej są zatrzymywane przez przyłożenie odpowiedniego pola elektrycznego o różnicy potencjałów 0.406V. Oblicz pracę wyjścia z metalu.

## Rozwiązanie:

$$K = eV = (1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C})(0.405 \text{ V}) = 0.65 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s})}{270 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 7.37 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W = E - K = 6.72 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \frac{6.72 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 4.2 \text{ eV}$$

# Efekt Comptona

Jeżeli światło można traktować jak zbiór fotonów, należy spodziewać się zderzeń pomiędzy fotonami i cząstkami materii (np. elektronami).

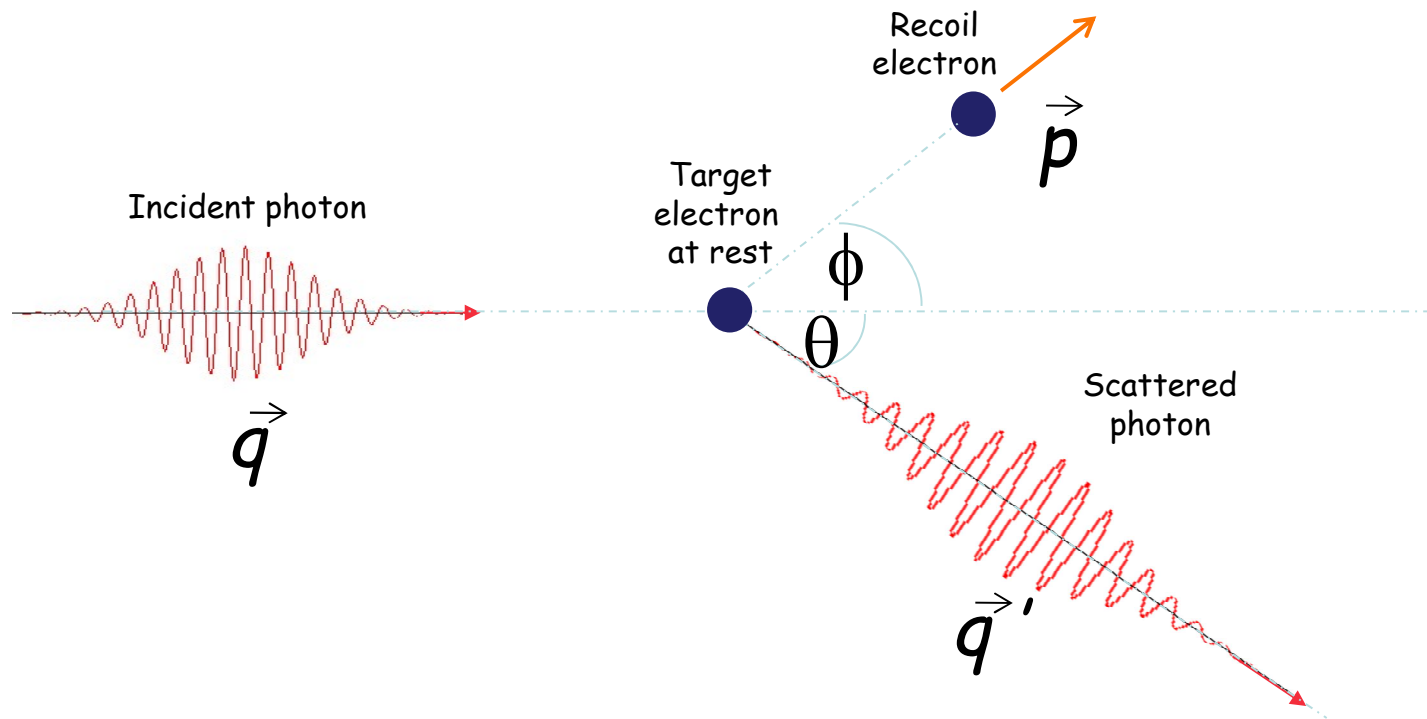
Efekt Comptona jest wynikiem rozpraszania fotonu  $\gamma$  na quasi-swobodnym elektronie  $e$  w metalicznej próbce (folii):



Założmy, że początkowo :

- elektron jest w spoczynku, pęd wynosi 0, ale energia spoczynkowa  $m_e c^2$
- foton ma energię  $hf$  i pęd  $\vec{q}$  o wartości  $hf/c$

# Efekt Comptona

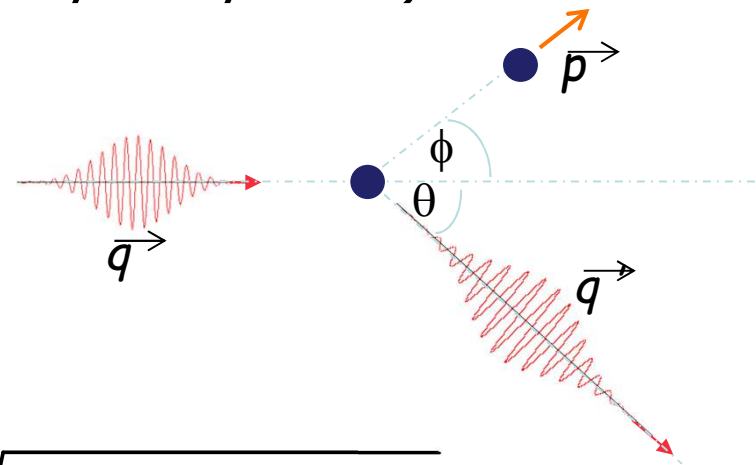


# Efekt Comptona

Po zderzeniu:

- foton ma energię  $hf'$  i pęd  $\vec{p}$  o wartości  $hf'/c$
- pęd elektronu is  $\vec{q}'$
- końcowa energia elektronu (relatywistycznie):

$$\sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4}$$



Zas. zach. pędu  $\vec{q} = \vec{q}' + \vec{p}$

zas. zach. energii  $hf + m_e c^2 = hf' + \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4}$



# Efekt Comptona

Przesunięcie Comptona (długości)  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  czyli różnica pomiędzy długością fali przed ( $\lambda'$ ) i po ( $\lambda$ ) rozproszeniu:

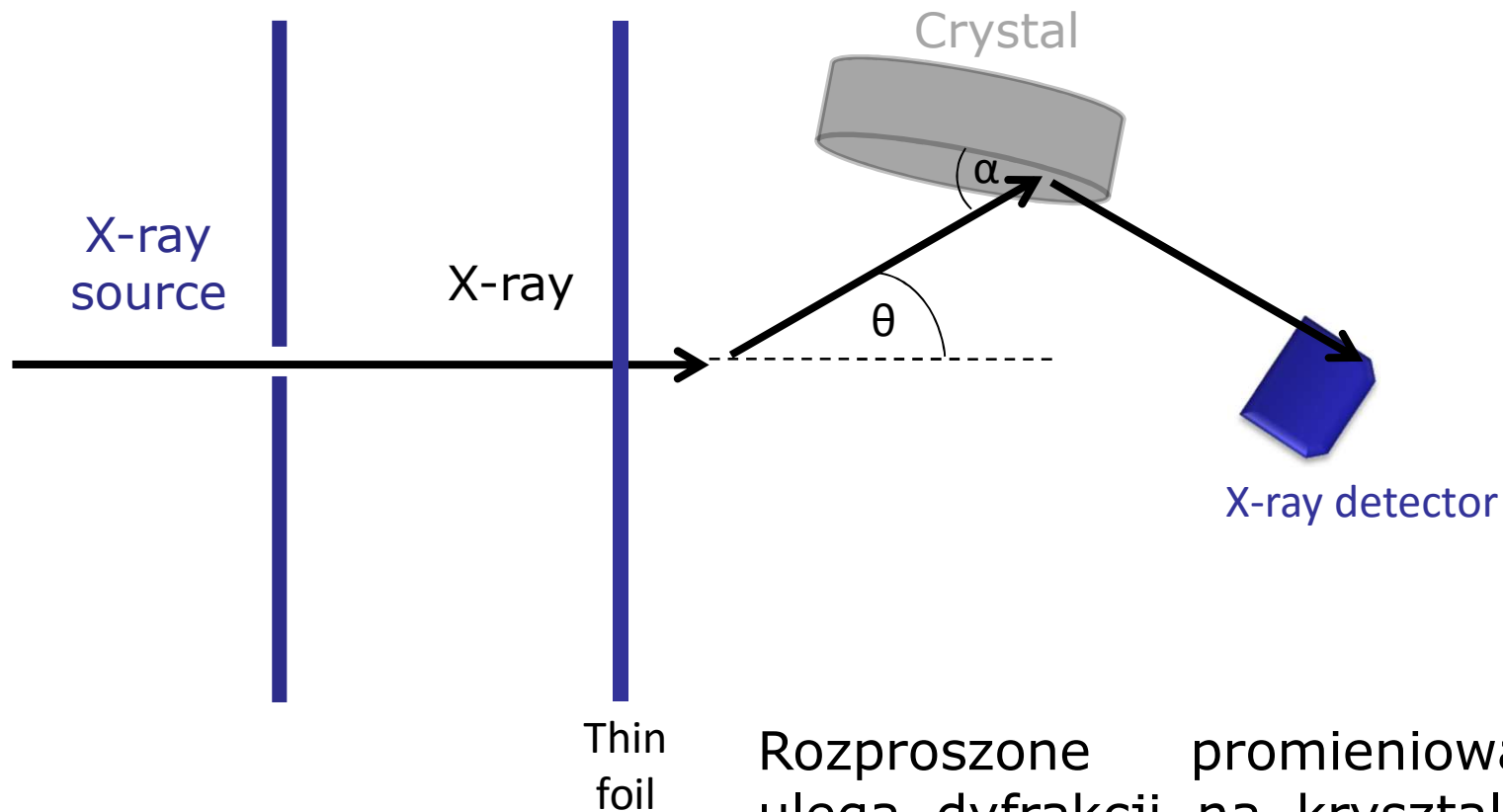
$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

stała  $2.4 \cdot 10^{-12} \text{m}$

Kąt rozproszenia

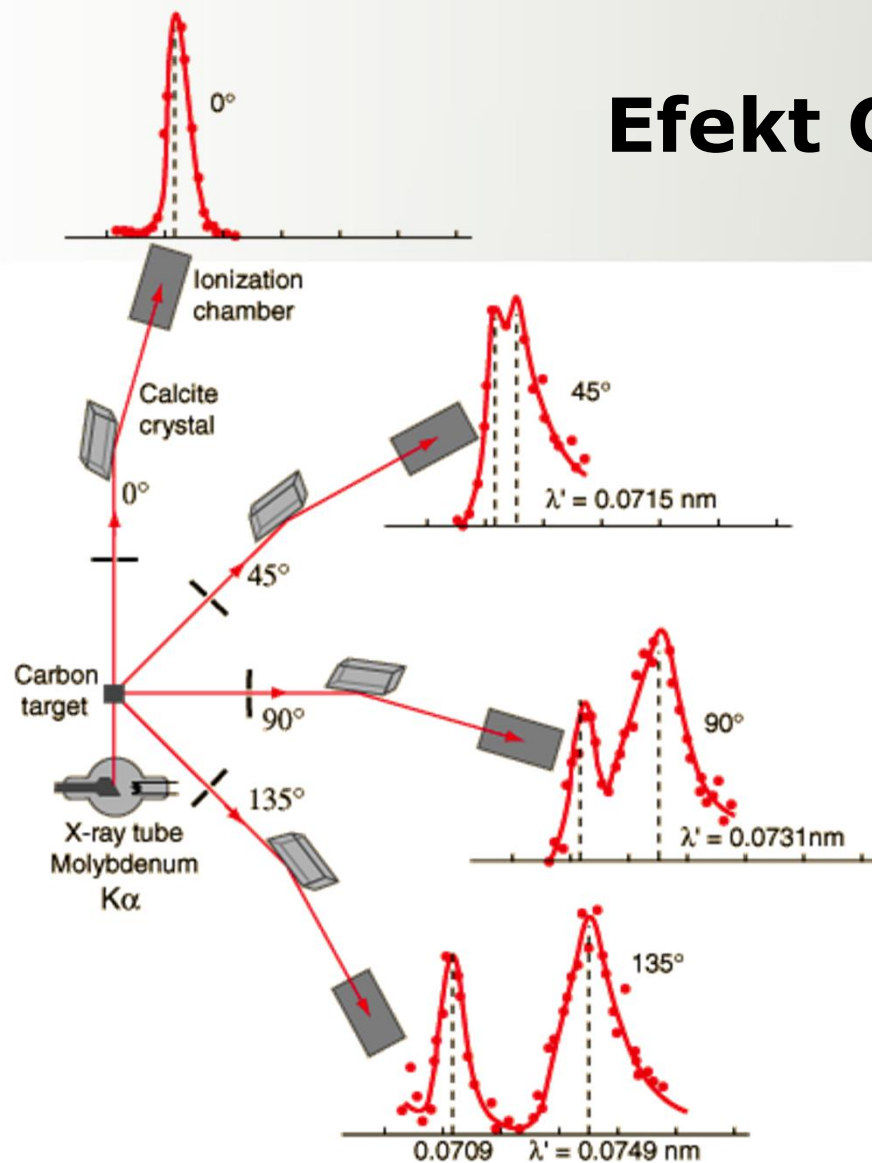
Ma istotne znaczenie dla fal krótkich np. promieniowania X lub gamma.

# Efekt Comptona



Rozproszone promieniowanie X ulega dyfrakcji na kryształach. Kąt  $\alpha$  pozwala określić długość fali promieniowania rozproszonego

# Efekt Comptona



Obserwujemy dwa piki:

jeden dla elektronów,

drugi dla jonów dodatnich

Ze wzrostem kąta rozpraszania, intensywność piku od elektronów rośnie

# Efekt Comptona

**Przykład:** W eksperymencie rozproszeniowym, wiązka padającego promieniowania X o długości fali  $\lambda = 5.53 \cdot 10^{-2}$  nm jest rozpraszana pod kątem  $35^\circ$ . Oblicz wartość przesunięcia Comptona.

**Rozwiązanie:** Względna zmiana długości fali:

$$\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = \frac{h}{m_e c \lambda} (1 - \cos \theta)$$
$$= \frac{(6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) (1 - \cos(35^\circ))}{(0.91 \cdot 10^{-30} \text{ kg}) (3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s}) (5.53 \cdot 10^{-11} \text{ m})} = 7.9 \cdot 10^{-3}$$

około 1%

## Podsumowanie

- Od połowy XIX wieku i na początku XX w. badano zjawiska związane z energią i zachowaniem materii (zagadki)
- Przyniosło to nowe spojrzenie na fizykę i wiele nagród (Nobel)
- Narodziła się mechanika kwantowa