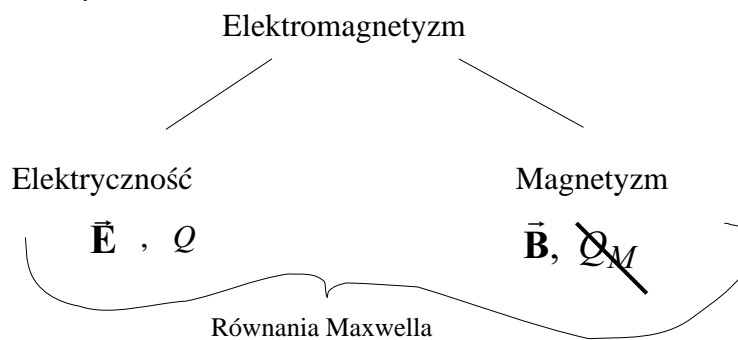


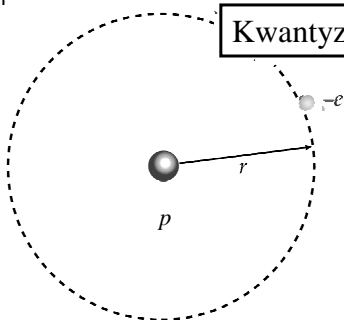
### Cztery fundamentalne oddziaływania:

1. Grawitacyjne
  2. **Elektromagnetyczne**
  3. Słabe
  4. Silne
- } jądrowe



# ELEKTROSTATYKA

### Kwantyzacja ładunku



Każdy elektron ma masę  $= m_e$  i ładunek  $= -e$

Każdy proton ma masę  $= m_p$  i ładunek  $= e$

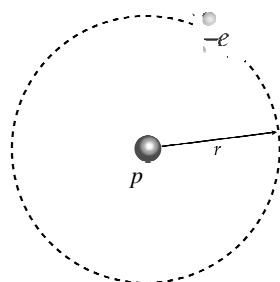
$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Ładunek elementarny

Każdy inny ładunek jest wielokrotnością ładunku elementarnego

$$|Q| = Ne$$

### Zasada zachowania ładunku



**Całkowity ładunek układu odosobnionego, tzn. algebraiczna suma dodatnich i ujemnych ładunków występujących w dowolnej chwili, nie może ulegać zmianie.**

$$Q_{\text{całk}} = \text{const}$$

$$Q_{\text{całk}} = Q_e + Q_p$$

$$= -e + e$$

$$= 0$$



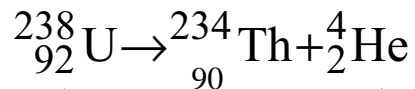
p



-e

## Przykłady zasady zachowania ładunku

### ■ Rozpad promieniotwórczy jądra



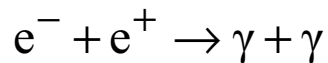
Liczba atomowa  $Z=92$   
oznacza 92 protony w  
jądrze i ładunek  $92e$

Emisja cząstki  $\alpha$

Z zasady zachowania ładunku  $92e = 90e + 2e$

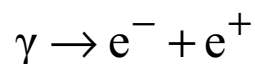
## Przykłady zasady zachowania ładunku

### ■ Proces anihilacji elektronu $e^-$ i antycząstki pozytonu $e^+$



Emisja dwóch kwantów promieniowania  
elektromagnetycznego

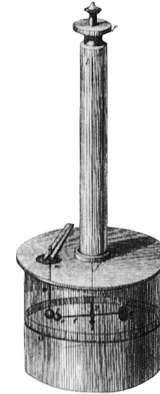
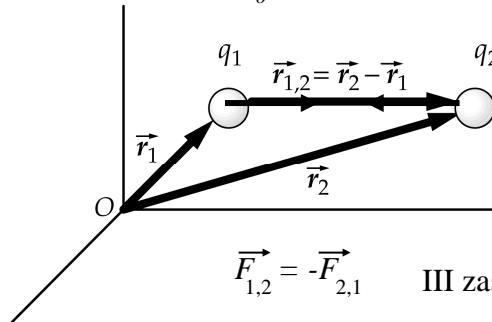
### ■ Proces kreacji pary



## Empiryczne prawo Coulomba

$$\vec{F}_{1,2} = \frac{k q_1 q_2}{r_{1,2}^2} \hat{r}_{1,2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{1,2}^2} \hat{r}_{1,2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \text{ gdzie } \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$



1785 – waga skręceń

Charles Coulomb 1736-1806

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \quad \text{III zasada dynamiki}$$

## POLE ELEKTROSTATYCZNE A POLE GRAWITACYJNE

### PODOBIENSTWA

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

PRAWO COULOMBA

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}$$

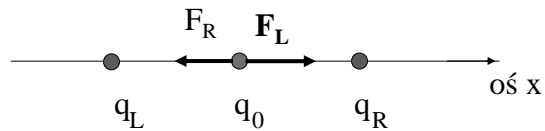
PRAWO NEWTONA

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

**Oddziaływanie grawitacyjne jest dużo słabsze niż elektrostatyczne**

## ZASADA SUPERPOZYCJI

$$\vec{F}_{cal} = \sum_i \vec{F}_i$$

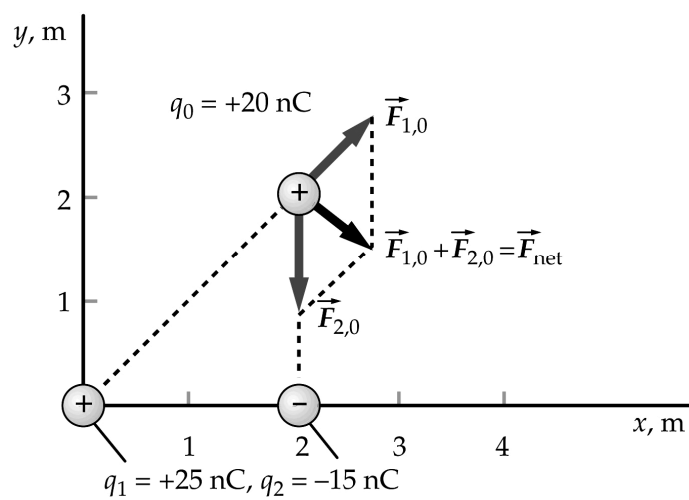


$$\vec{F}_0 = \vec{F}_R + \vec{F}_L = \frac{kq_0(q_L - q_R)}{x^2} \hat{x}$$

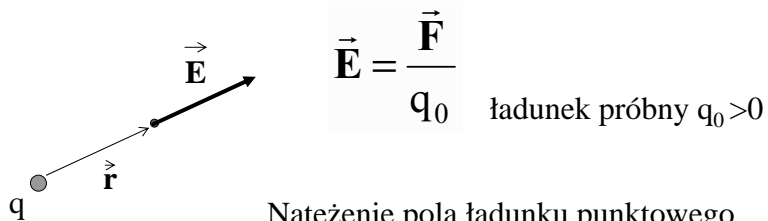
*Ładunki  $q_L$ ,  $q_0$  i  $q_R$  są tego samego znaku*

## Zadanie domowe 1-1

Znajdź wartość i kierunek siły wypadkowej działającej na ładunek  $q_0$



## Definicja wektora natężenia pola elektrycznego



Natężenie pola ładunku punkowego

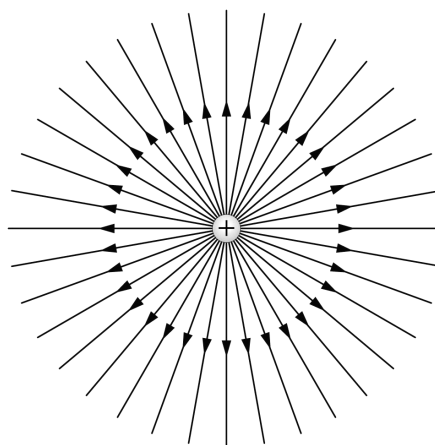
$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{kq}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

Natężenie pola pochodzące od wielu ładunków punkowych (rozkład dyskretny)

$$\vec{\mathbf{E}} = \sum_i \vec{\mathbf{E}}_i = \sum_i \frac{kq_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i$$

## Linie pola – linie równoległe do wektora natężenia pola

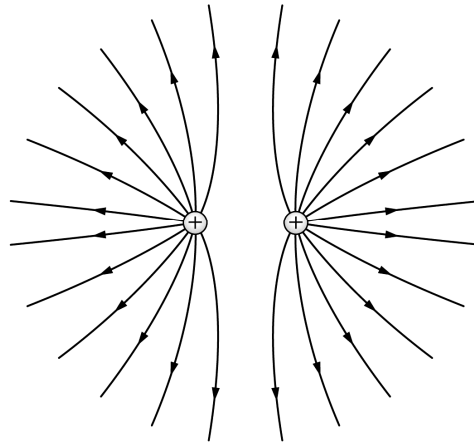
Pole ładunku punkowego



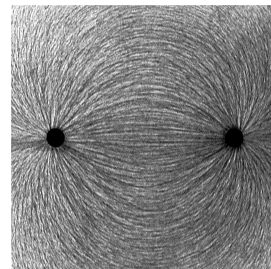
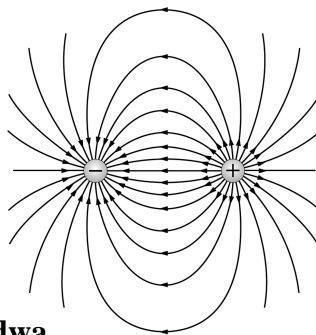
Symetria sferyczna

## Linie pola

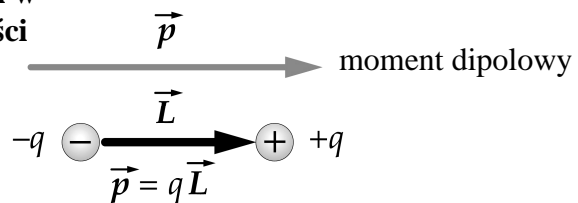
Dwa jednoimienne  
ładunki punktowe



## Linie pola

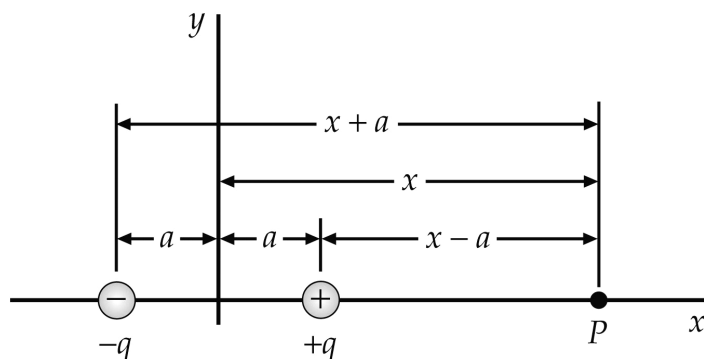


Dipol elektryczny-dwa  
różnoimienne ładunki w  
bardzo małej odległości



### Zadanie domowe 1-2

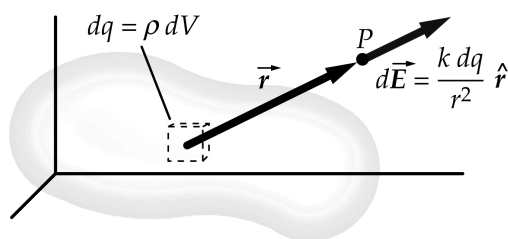
- (a) Znajdź natężenie pola w punkcie P gdy  $x > a$   
 (b) Rozważ przypadek graniczny  $x \gg a$



### Ciągły rozkład ładunku

Dla ładunku,  $dq$ ,  
 natężenie pola elektrycznego  
 w punkcie P dane jest  
 zgodnie z prawem Coulomba  
 jak dla ładunku punktowego

$$d\vec{E} = \frac{k dq}{r^2} \hat{r}$$



Dla ładunków dyskretnych pole wypadkowe  $\vec{E}$  jest sumą  
 wektorów natężenia  $\vec{E}_i$  czyli

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int_Q \frac{k dq}{r^2} \hat{r}$$

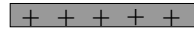
Dla ciągłego rozkładu ładunku  
 pole wypadkowe jest całką:



## Ciągły rozkład ładunku

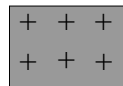
W zależności od rozkładu ładunku rozróżniamy:

- gęstość liniową ładunku  $\lambda$ ,



$$\lambda = \frac{dq}{dx}$$

- gęstość powierzchniową ładunku  $\sigma$ ,



$dS$

$$\sigma = \frac{dq}{dS}$$

- gęstość objętościową ładunku  $\rho$

$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

Dla ciągłego rozkładu ładunku, w zależności od rodzaju gęstości ładunku, pole wypadkowe może być całką liniową, powierzchniową lub objętościową:

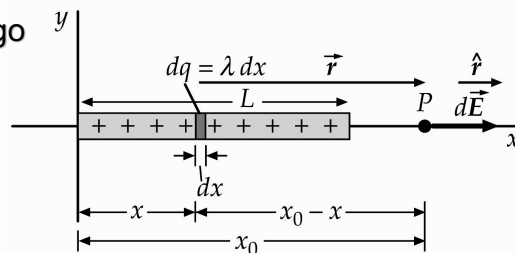
$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int_V \frac{k \rho dV}{r^2} \hat{r}$$

## Przykład 1-1 Liniowy rozkład ładunku

Znaleźć wektor natężenia pola elektrycznego w punkcie P na osi liniowego rozkładu ładunku

Z prawa Coulomba

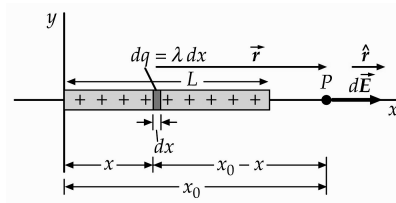
$$d\vec{E}_x = \frac{k dq}{(x - x_0)^2} \hat{x}$$



Z definicji gęstości liniowej ładunku

$$dq = \lambda dx$$

$$d\vec{E}_x = \frac{k \lambda dx}{(x - x_0)^2} \hat{x}$$



Wypadkowe natężenie pola jest sumą pól pochodzących od ładunków elementarnych  $dq$ :

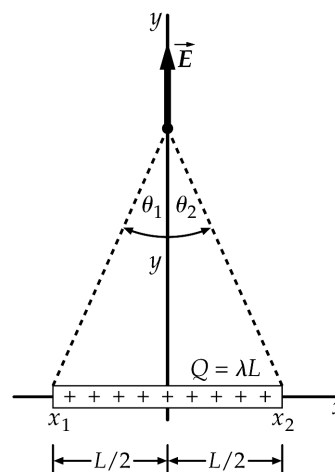
$$E = \int dE_x = \int_0^L \frac{k \lambda dx}{(x_0 - x)^2} = \frac{k \lambda L}{x_0(x_0 - L)}$$

### Zadanie domowe 1-3

Wykazać, że (a) wartość wypadkowego wektora natężenia pola elektrycznego na symetralnej pręta od długości  $L$ , naładowanego jednorodnie o całkowitym ładunku  $Q$  wynosi

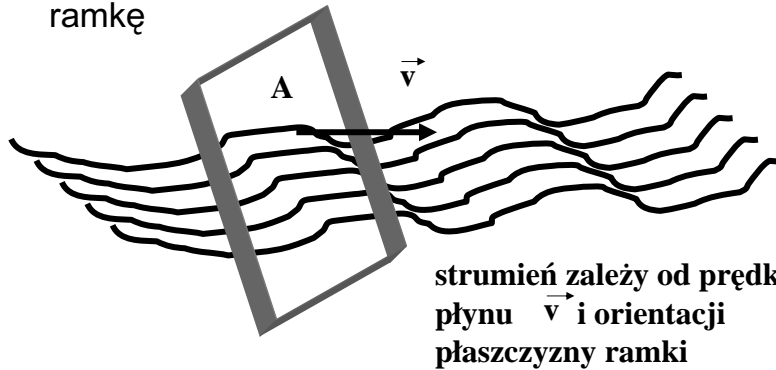
$$E = \frac{1}{2 \pi \epsilon_0 y} \frac{Q}{\sqrt{4y^2 + L^2}}$$

(b) Przeprowadzić analizę otrzymanego wzoru dla  $L \rightarrow \infty$



# STRUMIEN

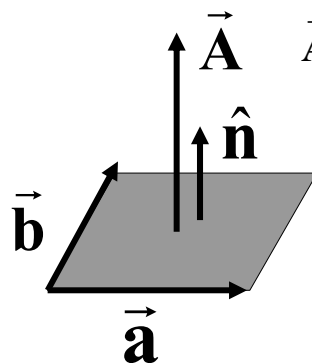
$\Phi$  - szybkość przepływu (powietrza, cieczy) przez powierzchnię A czyli objętość płynu przepływającego w jednostce czasu przez ramkę



# WEKTOR POWIERZCHNI

$\vec{A}$  - wektor powierzchni

$\hat{n}$  - wektor jednostkowy prostopadły do powierzchni



Pole powierzchni A oblicza się zgodnie ze wzorem na pole równoległoboku

$$A = |\vec{a} \times \vec{b}|$$

## STRUMIEŃ WIELKOŚCI WEKTOROWEJ

- Strumień wielkości  $\vec{v}$  przez powierzchnię  $A$

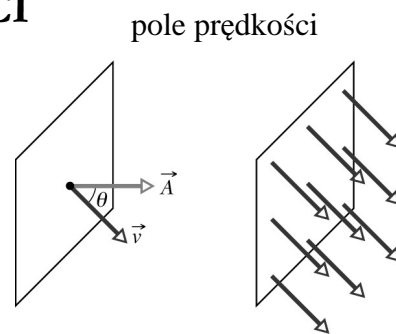
$$\Phi_{\vec{v}} = \vec{v} \circ \vec{A} = vA \cos \theta$$

- Strumień pola elektrycznego

$$\Phi_E = \vec{E} \circ \vec{A} \quad \text{Jednostka } 1 \text{ Nm}^2/\text{C}$$

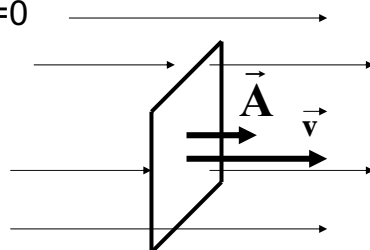
- Strumień pola magnetycznego

$$\Phi_B = \vec{B} \circ \vec{A} \quad \text{Jednostka } 1 \text{ Wb (weber)} = 1 \text{ T (tesla)} \text{ m}^2$$



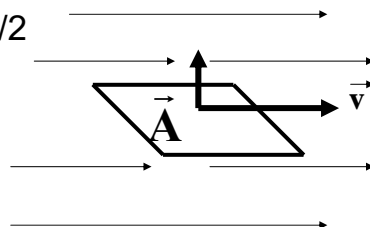
### Przypadki szczególne:

- gdy  $\theta=0$



$$\Phi_{\vec{v}} \text{ max} = vA$$

- gdy  $\theta=\pi/2$



$$\vec{A} \perp \vec{v}$$

$$\Phi_{\vec{v}} = 0$$

## STRUMIEŃ POLA ELEKTRYCZNEGO

– definicja

dla dowolnej powierzchni

$$\Delta\Phi_{\vec{E}} = \vec{E} \circ \Delta\vec{A}$$

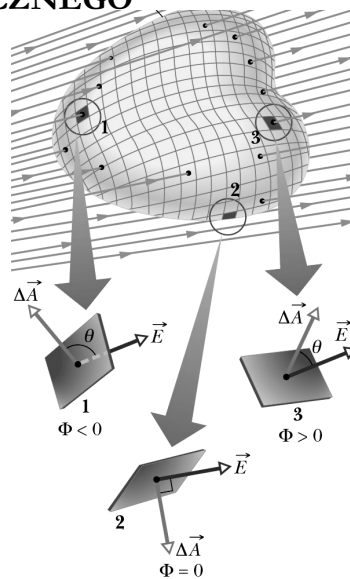
$$\Phi_{\vec{E}} = \sum \vec{E} \circ \Delta\vec{A}$$

$$\Phi_{\vec{E}} = \int \vec{E} \circ d\vec{A}$$

definicja

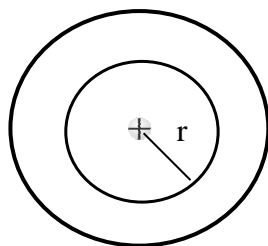
W prawie Gaussa występuje strumień przez powierzchnię zamkniętą

$$\oint \vec{E} \circ d\vec{A}$$



## PRAWO GAUSSA

Dla ładunku punktowego,  $E \sim 1/r^2$



Szacujemy strumień pola przez powierzchnię kuli  $\Phi_E$

$$\Phi_E = E A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Pole powierzchni kuli  $A \sim r^2$

W miarę oddalania się od źródła pola, zwiększa się powierzchnia  $A$  ale maleje  $E$ , tak, że strumień pola ( $EA$ ) pozostaje stały

## PRAWO GAUSSA

**Całkowity strumień pola elektrycznego przez powierzchnię zamkniętą zależy wyłącznie od ładunku elektrycznego zawartego wewnątrz tej powierzchni. Powierzchnię tę nazywamy powierzchnią Gaussa**

$$\Phi_E = \frac{Q_{\text{wew}}}{\epsilon_0}$$

Prawo Gaussa dla pola elektrycznego w postaci całkowitej  
Jedno z **równań Maxwella**

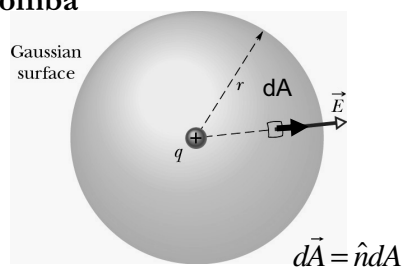
$$\oint_S \vec{E} \circ d\vec{A} = \frac{Q_{\text{wew}}}{\epsilon_0}$$

### Właściwości powierzchni Gaussa:

- Powierzchnia Gaussa jest tworem hipotetycznym, matematyczną konstrukcją myślową,
- Jest dowolną powierzchnią zamkniętą, lecz w praktyce powinna mieć kształt związany w symetrią pola,
- Powierzchnię Gaussa należy tak poprowadzić aby punkt, w którym obliczamy natężenie pola elektrycznego leżał na tej powierzchni.

- Prawo Gaussa stosujemy do obliczania natężenia pola elektrycznego gdy znamy rozkład ładunku lub do znajdowania rozkładu ładunku gdy znamy pole.
- Prawo Gaussa możemy stosować **zawsze** ale sens ma to tylko w tym przypadku gdy pole elektryczne wykazuje symetrię (sferyczną, cylindryczną).
- Aby skutecznie skorzystać z prawa Gaussa trzeba **coś wiedzieć** o polu elektrycznym na wybranej powierzchni Gaussa.
- Korzystając z prawa Gaussa można wykazać równoważność prawa Gaussa z empirycznym prawem Coulomba

### Od prawa Gaussa do prawa Coulomba



1. Ładunek punktowy  $q$  otaczamy powierzchnią Gaussa – sferą o promieniu  $r$  (dlaczego?).

Bo wiemy, że pole ładunku punktowego ma symetrię sferyczną (A co to znaczy?)

$$\vec{E} \parallel \hat{n}$$

$$\cos \theta = 1$$

$E = \text{const. na pow. sfery}$

2. Obliczamy całkowity strumień przez powierzchnię Gaussa

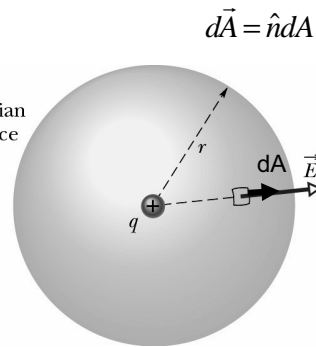
$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E \cos \theta dA = \oint E dA$$

## Od prawa Gaussa do prawa Coulomba

3. Korzystamy z faktu, że  $E$  jest stałe co do wartości na powierzchni Gaussa

$$\Phi_E = E \oint dA = E(4\pi r^2)$$

Gaussian surface



4. Korzystamy z prawa Gaussa

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

5. Porównujemy stronami:

$$E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Prawo Coulomba

## ZASTOSOWANIA PRAWA GAUSSA

W praktyce zastosowanie prawa Gaussa jest ograniczone do konkretnych przypadków - symetrii:

- pole (jednorodne) od naładowanej nieskończonej płaszczyzny (powierzchniowy rozkład ładunku)
- pole (o symetrii cylindrycznej) od nieskończonego długiego pręta (liniowy rozkład ładunku) lub walca (powierzchniowy rozkład ładunku – walec przewodzący, objętościowy rozkład ładunku - walec nie przewodzący)
- pole (o symetrii sferycznej) od naładowanej kuli lub powierzchni sferycznej



## JAK KORZYSTAĆ Z PRAWA GAUSSA?

1. Wybrać właściwą powierzchnię Gaussa – dopasowaną do symetrii rozkładu ładunku. Uzasadnić ten wybór. Wykonać odpowiedni rysunek
2. Obliczyć strumień pola elektrycznego przez powierzchnię Gaussa (*lewa strona prawa Gaussa*).
3. Znaleźć ładunek zawarty wewnątrz powierzchni Gaussa (*prawa strona prawa Gaussa*).
4. Porównać obie strony prawa Gaussa wyznaczając wartość wektora natężenia pola elektrycznego E.

### Przykład 1-2. Pole elektryczne nieskończonej powierzchni

- Całkowity strumień przez powierzchnię Gaussa

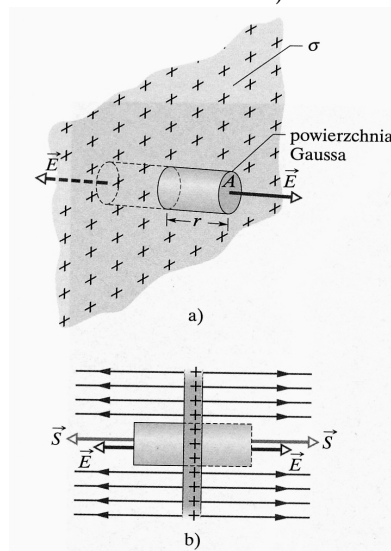
$$\Phi_E = 2ES$$

- Z prawa Gaussa

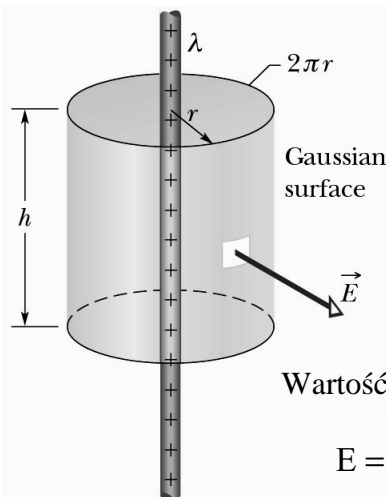
$$\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

- Wartość wektora natężenia pola

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



### Przykład 1-3. Pole elektryczne liniowego rozkładu ładunku



Całkowity strumień przez powierzchnię Gaussa

$$\Phi_E = 2\pi rhE$$

Całkowity ładunek zawarty wewnątrz powierzchni Gaussa

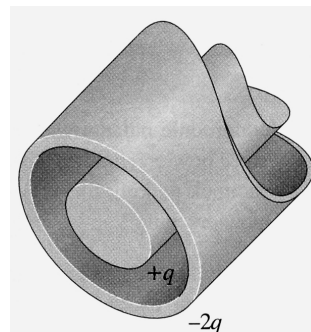
$$\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$$

Wartość wektora natężenia pola elektrycznego

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad \text{symetria cylindryczna}$$

### Zadanie domowe 1-4.

Bardzo długi walcowy pręt przewodzący o długości  $L$  całkowitym ładunku  $+q$  jest otoczony przewodzącą walcową powłoką (także o długości  $L$ ) i całkowitym ładunku  $-2q$  (jak na rysunku). Korzystając z prawa Gaussa, znajdź: (a) natężenie pola elektrycznego w punktach na zewnątrz przewodzącej powłoki, (b) rozkład ładunku na powłoce, (c) natężenie pola elektrycznego w obszarze między powłoką i prętem

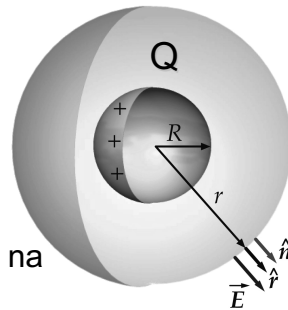


**Przykład 1-4. Pole elektryczne sferycznego rozkładu ładunku – powłoka sferyczna**

Całkowity strumień przez powierzchnię Gaussa będącą sferą o promieniu  $r$  wynosi:  $\Phi_E = 4\pi r^2 E$

Z prawa Gaussa:  $\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0}$

Ładunek całkowity  $Q$  jest rozłożony tylko na powierzchni sfery o promieniu  $R$



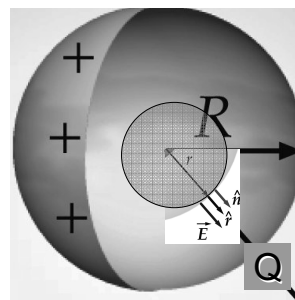
Ze względu na rozkład ładunku rozważmy dwa przypadki:

- $r > R$   $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$  Pole na zewnątrz pustej powłoki sferycznej jest takie jakby cały ładunek był skupiony w środku kuli

**Przykład 1-4 cd**

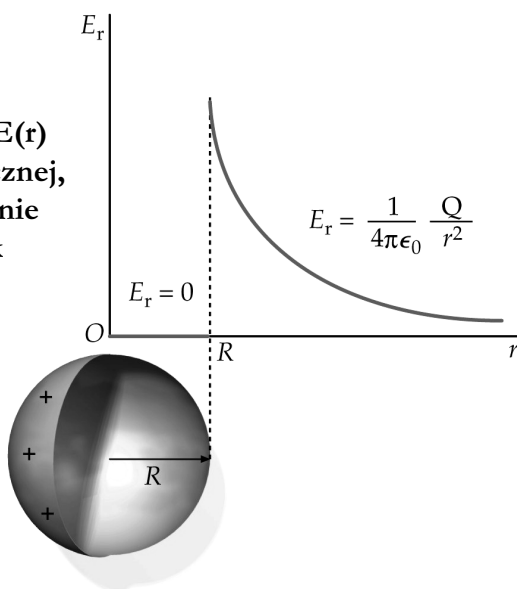
- $r < R$

wewnątrz powierzchni Gaussa tj. sfery o promieniu  $r$  nie ma ładunku  
czyli  $Q=0$ ,  $\Phi_E=0$  a zatem  $E=0$



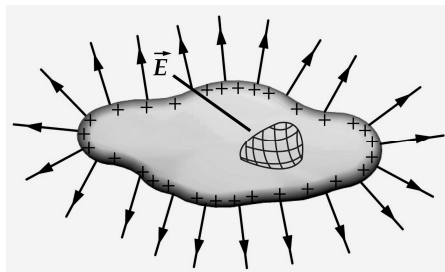
Pole wewnątrz naładowanej powłoki sferycznej wynosi zero

Rozkład natężenia pola  $E(r)$  dla pustej powłoki sferycznej, o promieniu  $R$ , jednorodnie naładowanej ( $Q$ -ładunek całkowity)



### Pole elektryczne przewodnika

- Ładunek znajduje się tylko na powierzchni przewodnika
- Wewnątrz przewodnika  $Q=0$ , a zatem  $E=0$
- Na powierzchni przewodnika wektor natężenia pola  $\vec{E}$  jest prostopadły do tej powierzchni



## Pole elektryczne na powierzchni przewodnika

- Całkowity strumień przez powierzchnię Gaussa

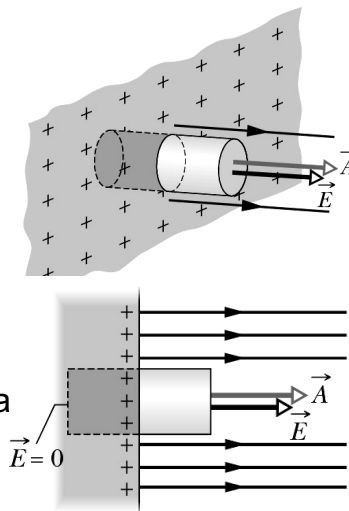
$$\Phi_E = EA$$

- Z prawa Gaussa

$$\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

- Wartość wektora natężenia pola

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



## Związek strumienia z operatorem dywergencji

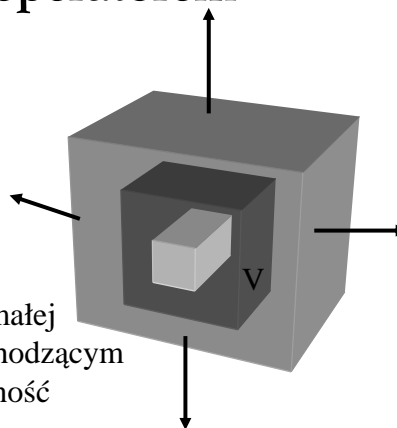
Definicja operatora dywergencji

$$\text{div } \vec{E} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{E} \circ d\vec{A}}{V}$$

$\text{div } \vec{E}$  jest w granicy nieskończenie małej objętości  $V$ , strumieniem wychodzącym ze źródła i określa jego wydajność

Twierdzenie Gaussa-Ostrogradskiego

$$\oint_S \vec{E} \circ d\vec{A} = \iiint_V \text{div } \vec{E} dV$$



## PRAWO GAUSSA w postaci RÓŻNICZKOWEJ

Korzystamy z twierdzenia Gaussa-Ostrogradskiego:

$$\oint_S \vec{E} \circ d\vec{A} = \iiint_V \operatorname{div} \vec{E} dV$$

Z prawa Gaussa w postaci całkowej:

$$\oint_S \vec{E} \circ d\vec{A} = \frac{Q_{wew}}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V \rho dV$$

Porównując wyrażenia podcałkowe:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

## POTENCJAŁ

- Wektor natężenia pola – istnieje zawsze

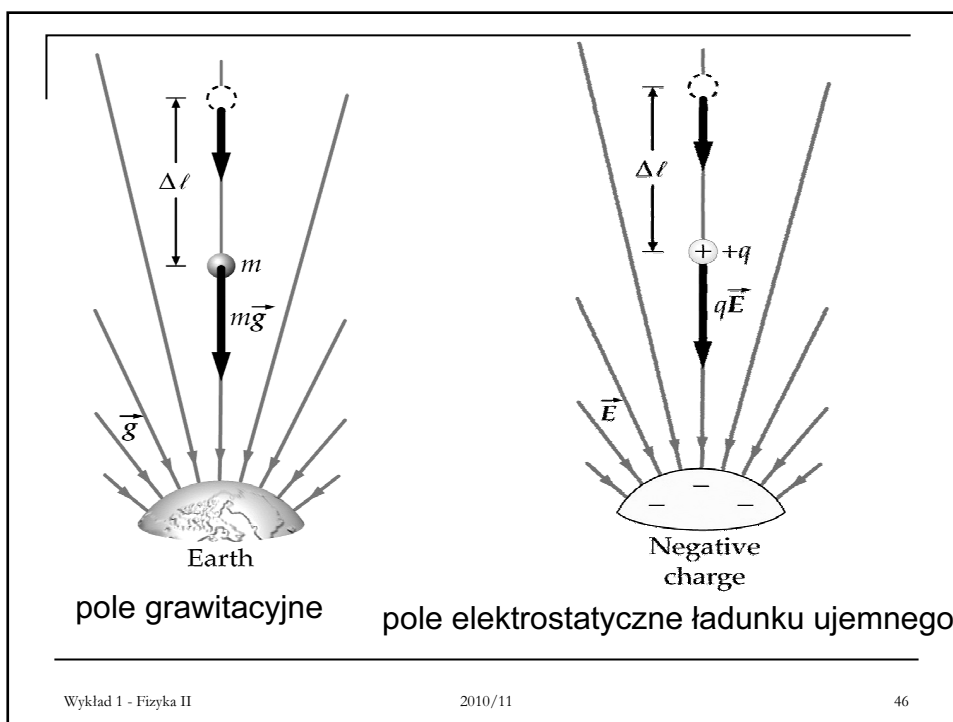
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad \text{definicja}$$

- Potencjał (skalar) – istnieje tylko dla pól zachowawczych (potencjalnych)

$$V = \frac{E_p}{q_0} \quad \text{definicja}$$

Wielkości charakteryzujące:	oddziaływanie pomiędzy ładunkami punktowymi	pole elektrostatyczne
siła $\vec{F}$	$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$	
energia potencjalna $E_p$	$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$	
natężenie $\vec{E}$		$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$
potencjał $V$		$V = \frac{E_p}{q_0}$

Wykład 1 - Fizyka II 2010/11 45



## Związek potencjału z natężeniem pola

Dla dowolnej siły zachowawczej, zmiana energii potencjalnej  $dE_p$  dana jest:

$$dE_p = -\underbrace{\vec{F} \circ d\vec{l}}_{\text{praca } dW} = -q_0 \vec{E} \circ d\vec{l}$$

Z definicji potencjału:

$$dV = \frac{dE_p}{q_0}$$

$$dV = -\vec{E} \circ d\vec{l}$$

$$\vec{E} = -\text{grad } V$$

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \circ d\vec{l}$$

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \circ d\vec{l} \Rightarrow \Delta V = V_b - V_a = -\frac{W}{q_0}$$

Różnica potencjałów  $\Delta V$  między dwoma punktami jest równa wziętej z przeciwnym znakiem pracy  $W$  wykonanej przez siłę elektrostatyczną, przy przesunięciu jednostkowego ładunku z jednego punktu do drugiego.

Różnicę potencjałów nazywamy napięciem  $U = \Delta V$



## Jednostki

Na podstawie wzoru  $V = \frac{E_p}{q_0}$

- jednostką potencjału jest volt  $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$
- elektronowolt  $1 \text{ eV}$  jako jednostka energii w skali atomowej

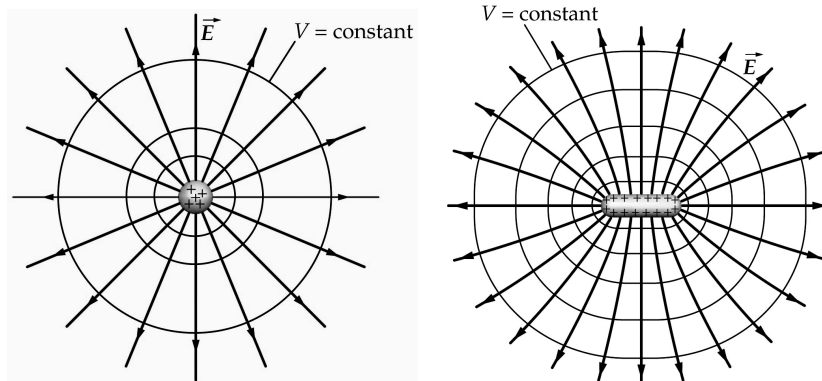
Jest to energia równa pracy, potrzebnej do przesunięcia pojedynczego ładunku elementarnego  $e$ , na przykład elektronu lub protonu, między punktami o różnicy potencjałów równej jednemu voltowi

$$1 \text{ eV} = e (1\text{V}) = (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}) (1 \text{ J/C}) = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

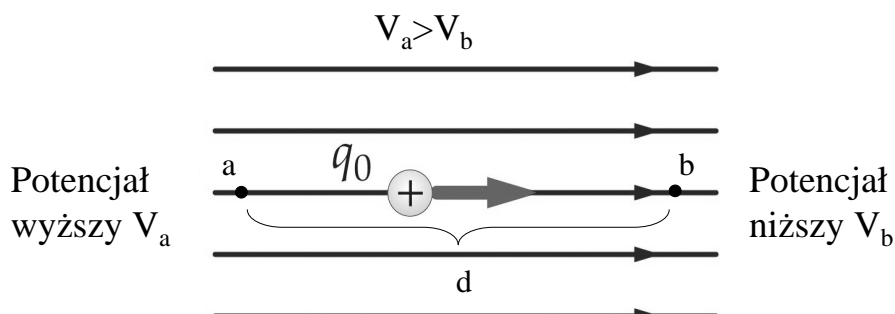
Na podstawie wzoru  $V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \circ d\vec{l}$

- nowa jednostka natężenia pola elektrycznego  $1 \text{ V/m}$

## Powierzchnie ekwipotencjalne- powierzchnie stałego potencjału



## Potencjał pola jednorodnego



$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \circ d\vec{l} = - \int_a^b E dl = -E \int_a^b dl = -E(b-a) = -Ed$$

## Potencjał pola ładunku punkowego

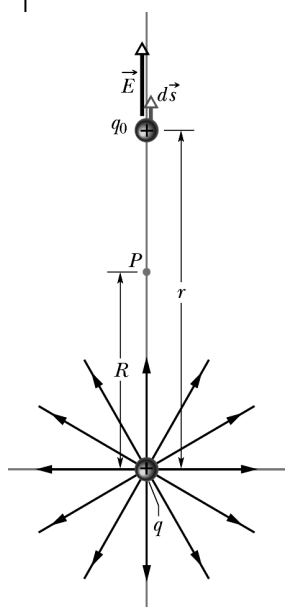
Przesuwamy ładunek próbny  $q_0$  z punktu P do nieskończoności

$$\vec{E} \circ d\vec{s} = E ds \cos\theta$$

$$V_\infty - V_P = - \int_R^\infty \vec{E} \circ d\vec{s} = - \int_R^\infty E dr \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

Przyjmujemy  $V_\infty = 0$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

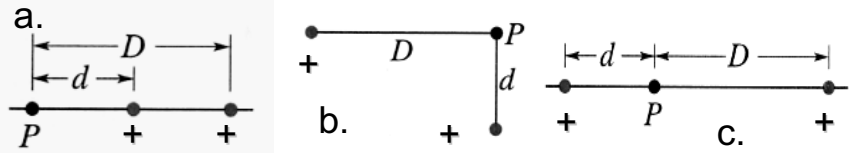


## Potencjał dla dyskretnego rozkładu ładunku

Wypadkowy potencjał  $V$  układu  $n$  ładunków punktowych  $q_i$  obliczamy korzystając z zasady superpozycji

$$V = \sum_{i=1}^n V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$

Zadanie domowe 1-5 Na rysunku przedstawiono trzy układy, zawierające po dwa protony. Uszereguj te układy według wypadkowego potencjału pola, wytworzonego przez protony w punkcie  $P$ , zaczynając od największego.



Wykład 1 - Fizyka II

2010/11

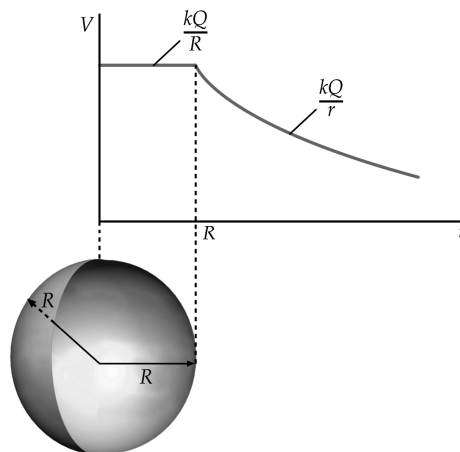
53

## Potencjał ciągłego rozkładu ładunku

Dla naładowanej ładunkiem powierzchniowym  $Q$  powłoki sferycznej gdy  $r < R$ ,  $E=0$ , czyli potencjał  $V$  jest wielkością stałą, niezależną od  $r$ .

Dla  $r > R$ ,  $V$  zanika z odległością  $r$  jak  $1/r$

Zadanie domowe 1-6 Pokazać (obliczając), że potencjał dla powłoki sferycznej wykazuje taką zależność  $V(r)$  jak na powyższym wykresie



Wykład 1 - Fizyka II

2010/11

54

# POJEMNOŚĆ

- Definicja

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Jednostką pojemności jest 1F (farad). W praktyce używamy  $\mu\text{F}$ ,  $\text{pF}$ ,  $\text{nF}$

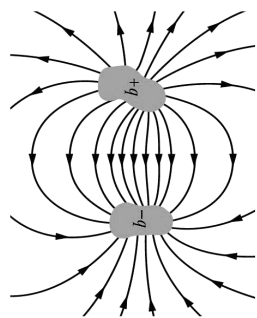
Analogia między kondensatorem mającym ładunek  $q$  i sztywnym zbiornikiem o objętości  $\vartheta$ , zawierającym  $n$  moli gazu doskonałego:

$$n = \frac{\vartheta}{RT} p \quad q = C\Delta V$$

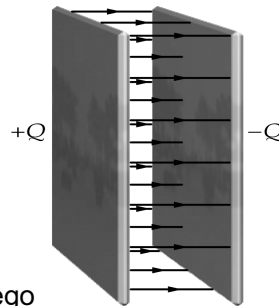
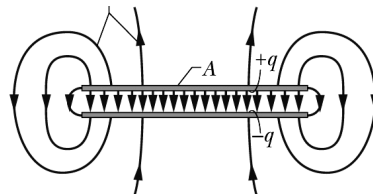
Przy ustalonej temperaturze  $T$ , pojemność kondensatora  $C$  pełni podobną funkcję jak objętość zbiornika

# Kondensator

- Służy do magazynowania energii
- Stanowi istotny element obwodu



Linie pola elektrycznego



## POJEMNOŚĆ KONDENSATORA PŁASKIEGO

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$



$$q = E_0 \epsilon_0 A$$

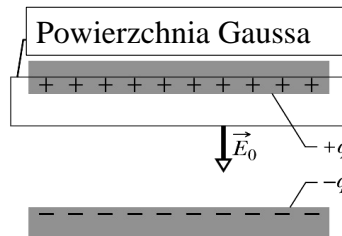
Dla pola jednorodnego pokazaliśmy, że

$$V = E_0 d$$

z definicji pojemności

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Pojemność zależy tylko od parametrów geometrycznych: A-powierzchni okładki, d-odległości okładek



**Przykład 1-5:** Jaka musiałaby być powierzchnia okładki kondensatora płaskiego, aby, przy odległości okładek  $d=1$  mm, uzyskać pojemność  $C=1$  F?

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad \longrightarrow \quad A = \frac{Cd}{\epsilon_0}$$

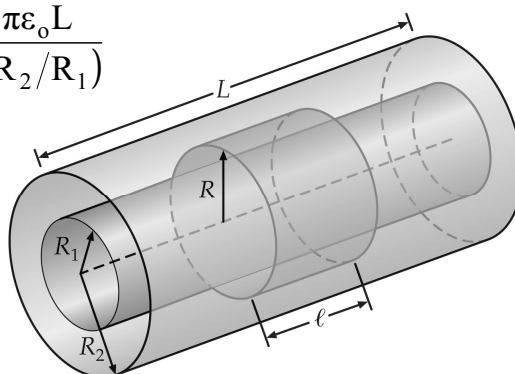
$$A = \frac{1 \text{ F} \cdot 10^{-3} \text{ m}}{8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} = 1,13 \cdot 10^8 \text{ m}^2$$

mało praktyczne rozwiązanie!!!

### Zadanie domowe 1-7

Udowodnić, że pojemność kondensatora cylindrycznego wyraża się wzorem

$$C = \frac{2 \pi \epsilon_0 L}{\ln(R_2/R_1)}$$



### Energia zmagazynowana w polu elektrycznym

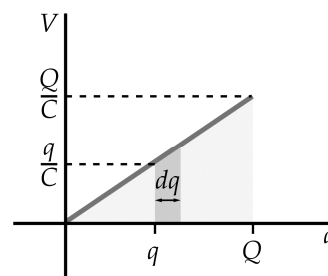
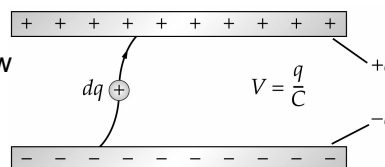
Praca  $W$  wykonana przy ładowaniu kondensatora zostaje zmagazynowana w postaci elektrycznej energii potencjalnej  $E_E$ , w polu elektrycznym między okładkami.

Praca elementarna  $dW$  wykonana gdy zostaje przeniesiony dodatkowy ładunek  $dq$  wynosi

$$dW = Vdq = \frac{q}{C} dq$$

$$W = \int dW = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$W = E_E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$$



## Gęstość energii

Gęstość energii  $u_E$  jest to energia potencjalna przypadająca na jednostkę objętości

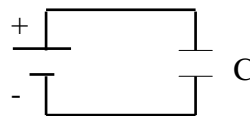
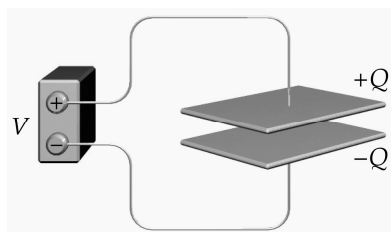
$$u_E = \frac{E_E}{Ad} = \frac{CV^2}{2Ad} \quad C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left( \frac{V}{d} \right)^2$$

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

## Kondensator w obwodzie

**Przykład 1-6:** Kondensator o pojemności  $C=6 \mu\text{F}$  jest podłączony do zacisków 9 V baterii. Jaki ładunek zgromadzi się na okładkach kondensatora?



$$Q=CV=54 \mu\text{C}$$

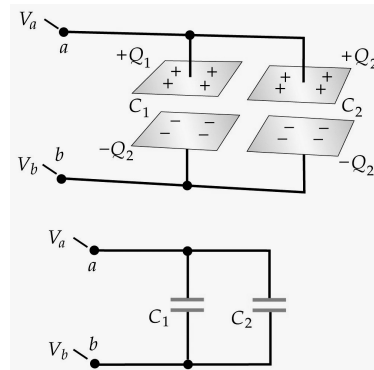
## Połączenie równoległe kondensatorów

$$V_a - V_b = U_1 = U_2 = U \quad \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q}{C} = U$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 U + C_2 U = (C_1 + C_2) U$$

$$C = C_1 + C_2$$

Pojemność kondensatora zastępczego

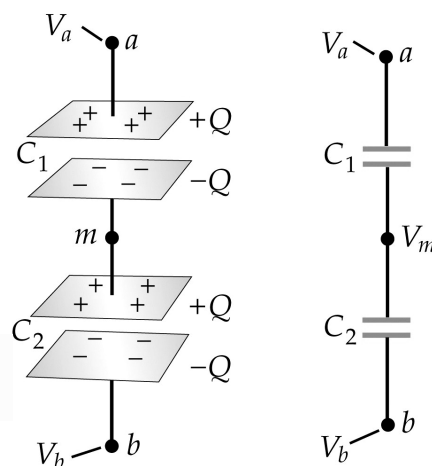


## Połączenie szeregowe kondensatorów

$$U = U_1 + U_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

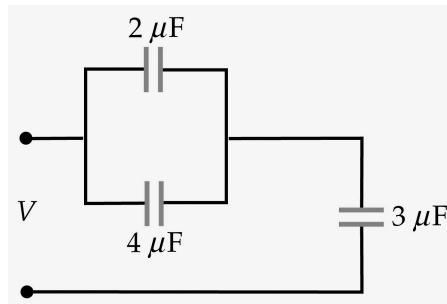
Pojemność kondensatora zastępczego





## Zadanie domowe 1-8

- (a) Znajdź pojemność zastępczą układu kondensatorów przedstawionych na rysunku
- (b) Znajdź ładunek i spadek potencjału na każdym kondensatorze jeżeli układ podłączono do baterii 6V.



## PODSUMOWANIE

- Elektrostatyka opisuje pola statyczne utworzone przez ładunki elektryczne w spoczynku.
- Pole elektrostatyczne jest zachowawcze (potencjalne). Pole to jest charakteryzowane przez wektor natężenia pola i potencjał.
- Wartość natężenia pola pochodzącego od konkretnych rozkładów ładunku obliczamy bądź z zasady superpozycji i prawa Coulomba bądź z prawa Gaussa.
- Kondensator jest urządzeniem, w którym magazynowana jest potencjalna energia elektrostatyczna. Gęstość energii zmagazynowanej jest proporcjonalna do kwadratu pola  $E$ .
- Prawo Gaussa w postaci całkowej lub różniczkowej stanowi jedno z równań Maxwella