

# PRACA I ENERGIA

## ENERGIA A PRACA

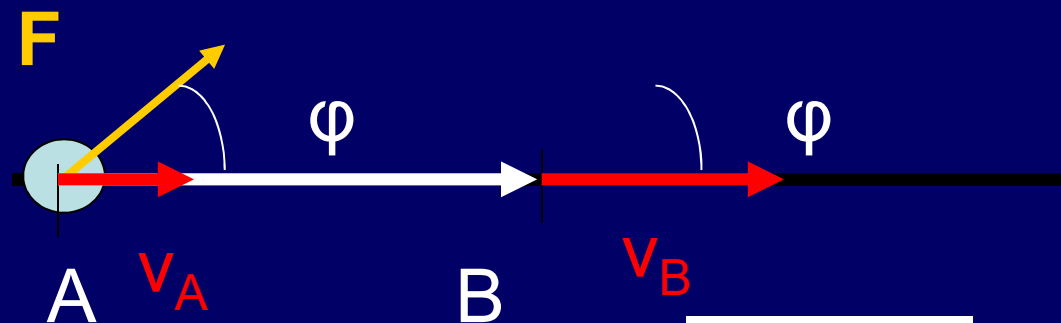
Energia jest to wielkość skalarna, charakteryzująca stan, w jakim znajduje się jedno lub wiele ciał.

*Energia kinetyczna* jest związana ze stanem ruchu ciała.

Praca jest to energia przekazana ciału lub od niego odebrana w wyniku działania na ciało siłą. Gdy energia jest przekazana ciału, praca jest dodatnia, a gdy energia jest ciału odebrana, praca jest ujemna. Praca jest równa zmianie energii. Jednostką pracy i energii w układzie SI jest 1J.

## PRACA STAŁEJ SIŁY

$$W = \vec{F} \circ \vec{s} = F s \cos \varphi$$



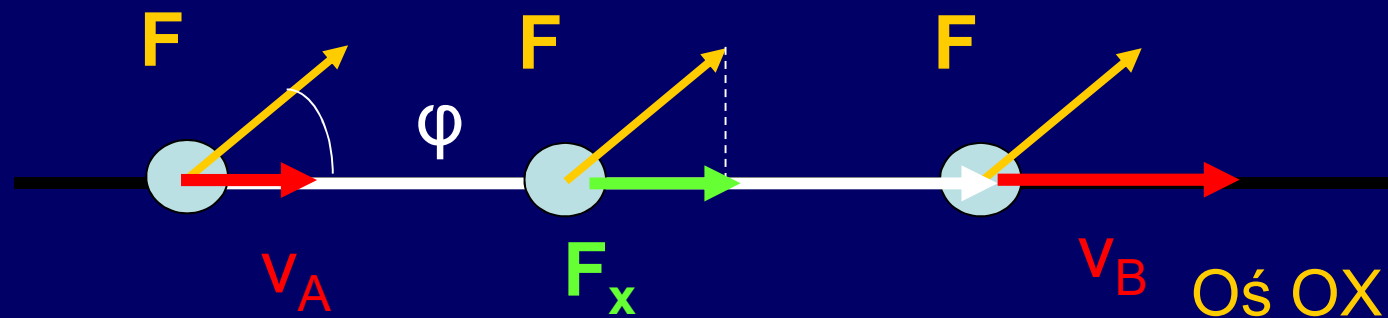
Wektor przesunięcia

$$\vec{s} = \overrightarrow{AB}$$

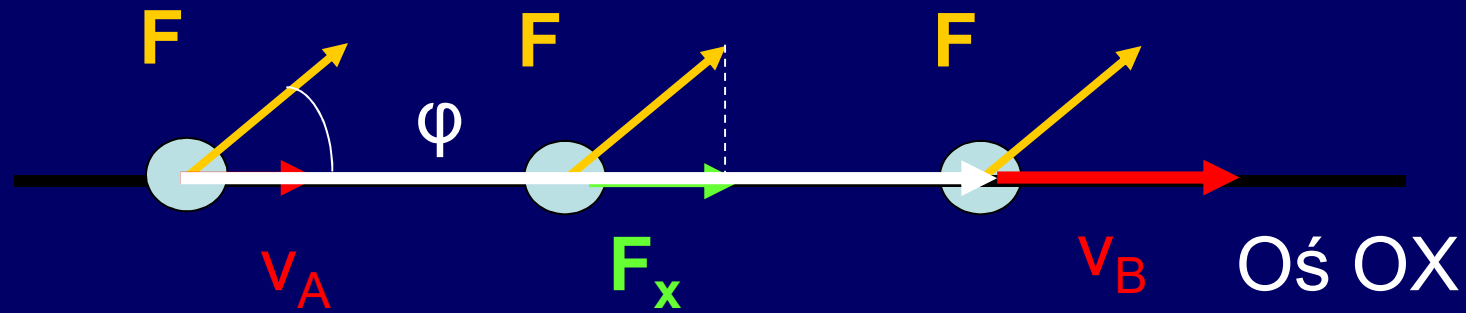
$$v_B > v_A$$

Wskutek wykonanej nad ciałem pracy wzrasta jego prędkość od  $v_A$  do  $v_B$  czyli rośnie energia kinetyczna

*Przykład 1:* Koralik może się ślizgać (bez tarcia) po żyłce rozciągniętej wzdłuż poziomej osi OX. Stała siła  $\vec{F}$ , skierowana pod kątem  $\varphi$  do żyłki powoduje ruch jednostajnie przyspieszony koralika wzdłuż żyłki. Jaki jest związek pracy wykonanej przez siłę  $\vec{F}$  z energią kinetyczną koralika?



Pracę wykonuje tylko składowa  $F_x$ . Zatem  $W = F_x s = m a_x s$



$$W_{AB} = m a_x s$$

$$v_B^2 = v_A^2 + 2 a_x s$$

$$a_x = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2s}$$

$$W_{AB} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = E_{kB} - E_{kA}$$

Praca wykonana przez siłę nad cząstką swobodną jest równa zmianie energii kinetycznej cząstki

$$W = \Delta E_k$$

Im większa prędkość ciała, tym większa jego energia kinetyczna. Gdy ciało pozostaje w spoczynku jego energia kinetyczna jest równa zero.

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

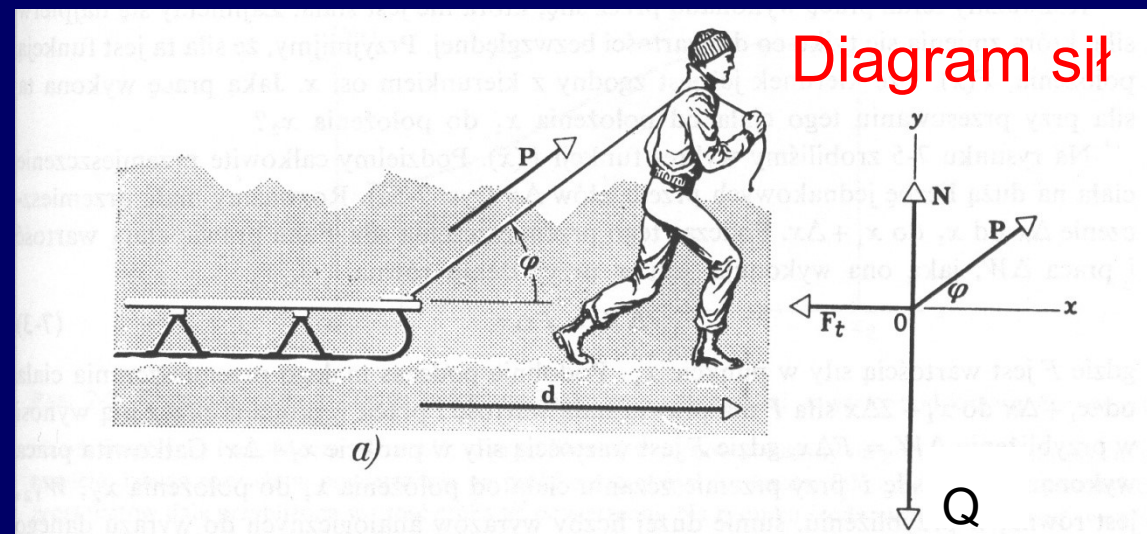
ale

$$p = mv$$

$$E_k = \frac{p^2}{2m}$$

## Zadanie domowe 5.1

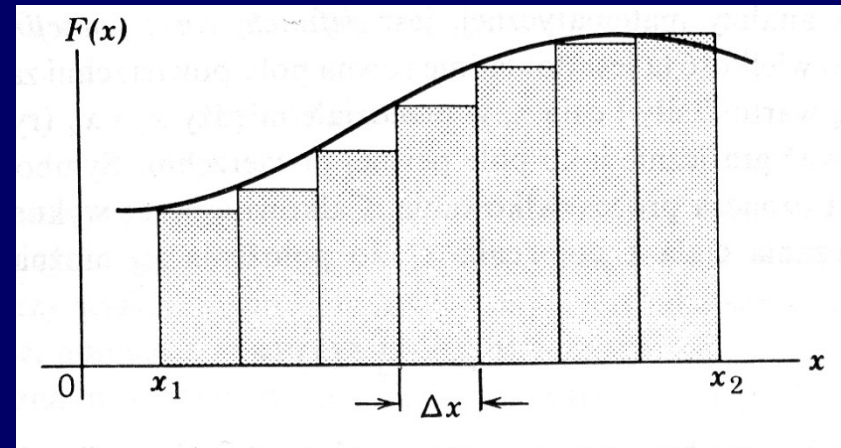
Chłopiec ciągnie sanki o masie  $m=5\text{kg}$ , ze stałą prędkością, po poziomej powierzchni, na drodze  $d=9\text{ m}$ . Jaką pracę wykona on przy ciągnięciu, jeżeli współczynnik tarcia kinetycznego wynosi  $\mu_k=0,20$  a sznurek tworzy kąt  $\varphi=45^\circ$  z poziomem?



## PRACA SIŁY ZMIENNEJ

Założmy, że siła  $F$  zależy od położenia  $x$  czyli  $F(x)$

Dzielimy przedział  $\langle x_1, x_2 \rangle$  na odcinki  $\Delta x$ , na których można przyjąć, że siła jest stała.



Obliczamy pracę  $\Delta W$  wykonaną przez siłę stałą na odcinku  $\Delta x$

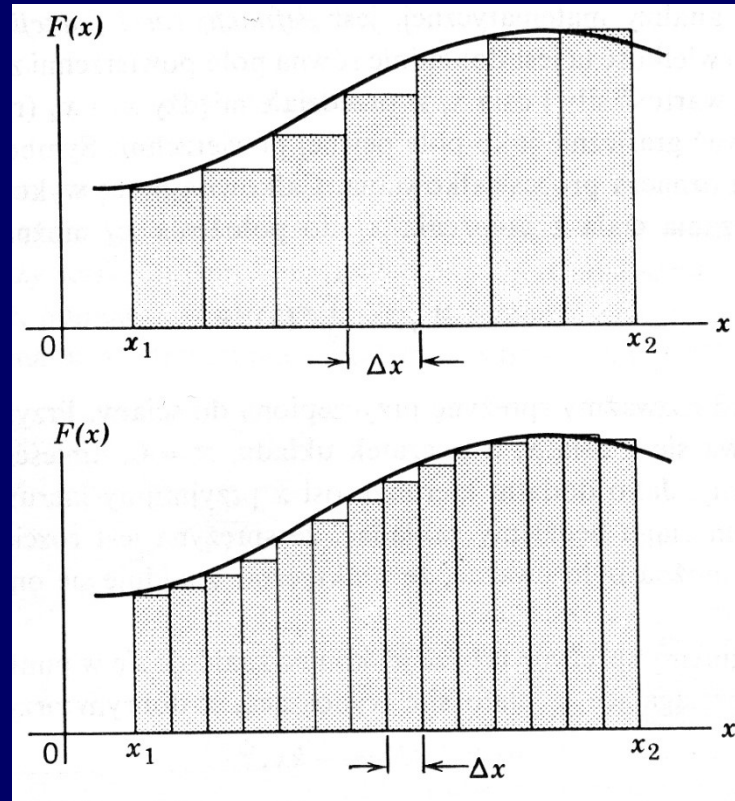
$$\Delta W = F \Delta x$$

Prace cząstkowe  $\Delta W$  sumujemy

$$W = \sum_{x_1}^{x_2} F \Delta x$$



# PRACA JAKO CAŁKA

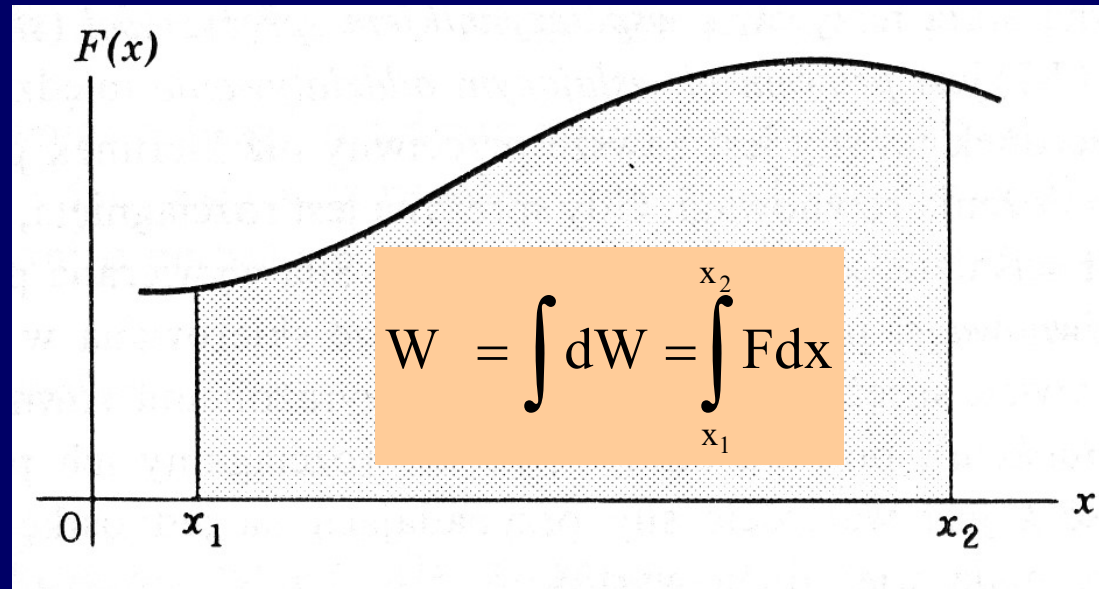


Gdy  $\Delta x \rightarrow 0$

$$W = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x_1}^{x_2} F \Delta x = \int_{x_1}^{x_2} F dx$$

Wykład 5, 2016/2017

## PRACA JAKO CAŁKA



Praca elementarna  $dW$  wykonana przez siłę stałą na odcinku  $dx$

$$dW = F dx$$

Elementarne prace  $dW$  sumujemy

## UOGÓLNIENIE NA PRZYPADEK 3D

Definicja pracy wykonanej przez dowolną siłę przy przesunięciu od A do B

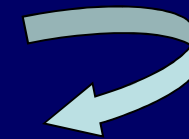
$$W_{AB} = \int_A^B \vec{\mathbf{F}} \circ d\vec{\mathbf{r}}$$

Z definicji prędkości:

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}$$

Zatem pracę można wyrazić:

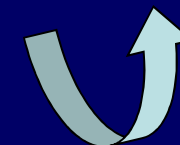
$$W_{AB} = \int_{t_A}^{t_B} \vec{\mathbf{F}} \circ \vec{\mathbf{v}} dt$$



**Moc jest definiowana :  $P = dW/dt$**

$$P = \vec{\mathbf{F}} \circ \vec{\mathbf{v}}$$

$$W_{AB} = \int_{t_A}^{t_B} P dt$$



Wiemy z doświadczenia, że praca wykonana nad ciałem może zmienić nie tylko energię kinetyczną lecz również lub tylko energię potencjalną ciała

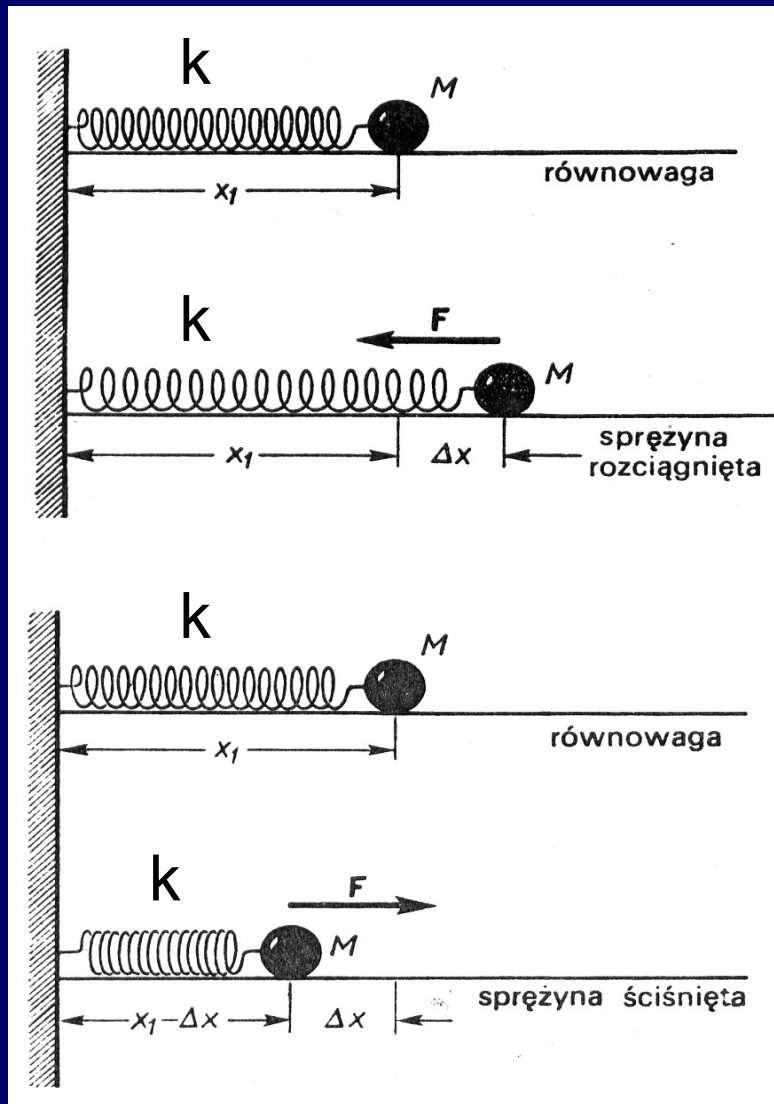
## ZADANIE DOMOWE 5.2

Podnosimy ciało o masie  $m$  na wysokość  $h$  działając siłą zewnętrzną równoważącą siłę ciężkości. Jaką pracę wykonała siła zewnętrzna, a jaką siła ciężkości? Jaką pracę wykonają te siły przy opuszczaniu ciała na ziemię?

*Pytanie: Co to jest energia potencjalna? Czy jest związana wyłącznie z polem grawitacyjnym czyli  $E_p = mgh$ ?*

*Czy znamy inne niż grawitacyjna, rodzaje energii potencjalnej?*

# PRACA SIŁY ZALEŻNEJ OD POŁOŻENIA – SIŁY HARMONICZNEJ



$$\vec{F} = -k(x - x_1)$$

$k$ -współczynnik sprężystości

Przyjmując  $x_1 = 0$

$$\vec{F} = -kx$$

lub ogólnie

$$\vec{F} = -k\vec{r}$$

$$W = \int dW = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{x_1}^{x_2} (-kx) dx$$

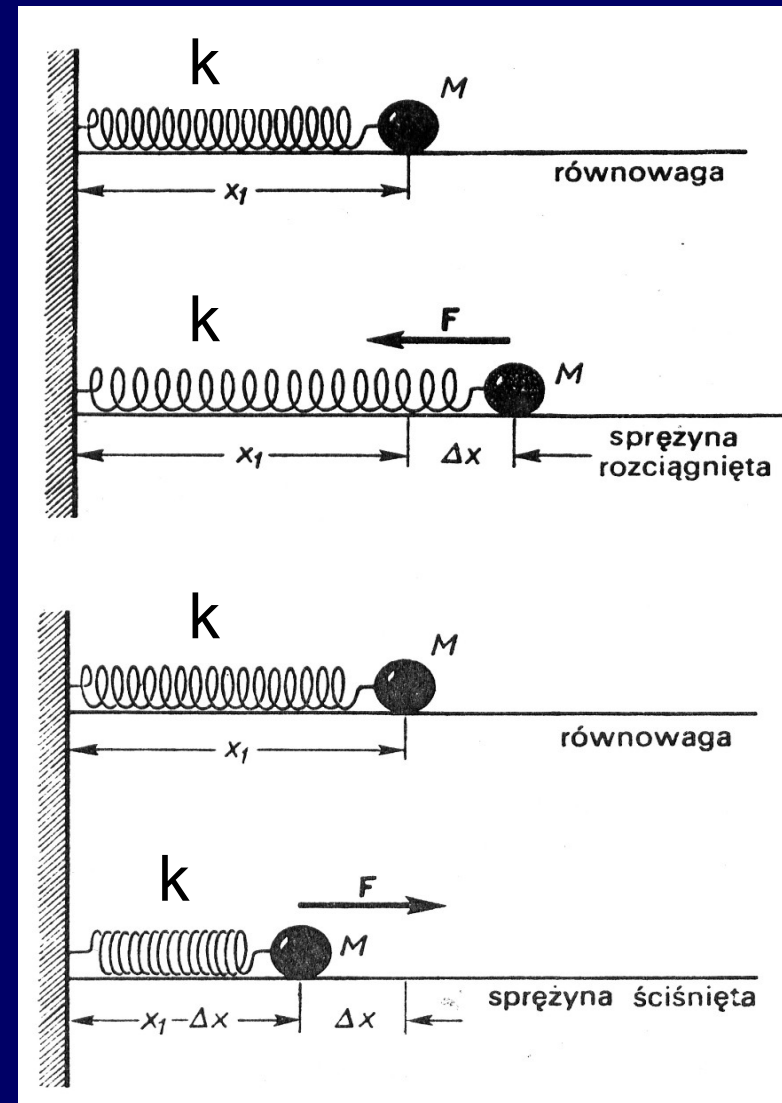
$$W = -k \int_{x_1}^{x_2} x dx = -k \frac{x^2}{2} \Big|_{x_1}^{x_2}$$

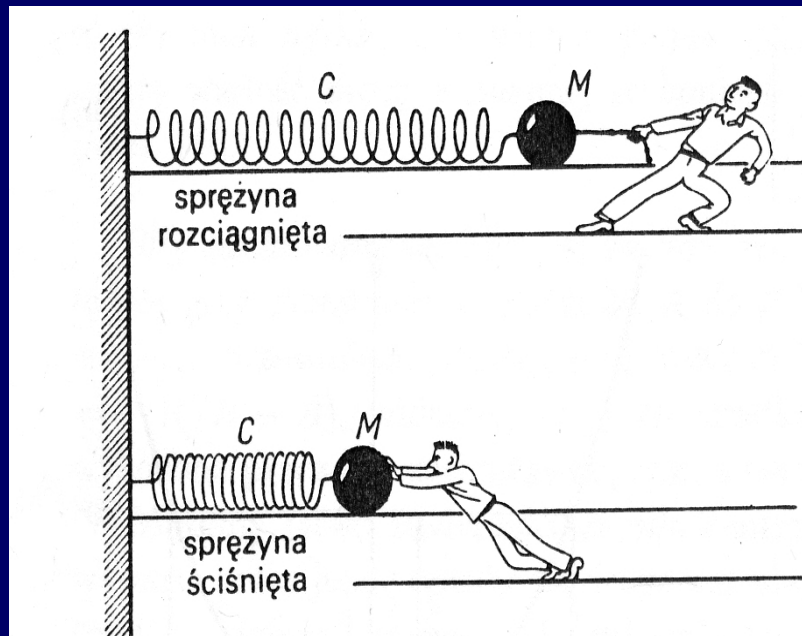
$$W = \frac{k}{2} (x_1^2 - x_2^2)$$

$$W = -\Delta E_p$$

Energia  
potencjalna  
sprężystości

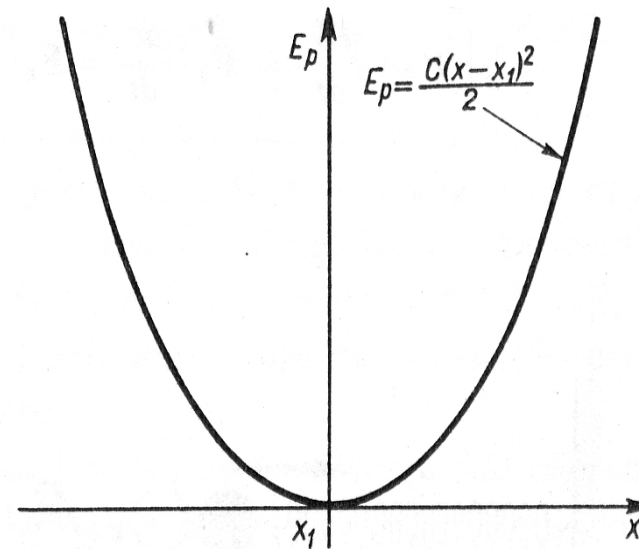
$$E_p = \frac{k}{2} x^2$$





Rys. 5.13. Aby rozciągnąć (lub ścisnąć) sprężynę, należy wywrzeć siłę o kierunku przeciwnym do kierunku siły sprężystej. Przy przesunięciu sprężyny o wartość  $\Delta x$  z położenia równowagi  $x_1$  należy wykonać pracę

$$W = \int_{x_1}^{x_1 + \Delta x} C(x - x_1) dx = \frac{1}{2} C(\Delta x)^2.$$



Rys. 5.14. Wykonując tę pracę zwiększamy energię potencjalną układu masa-sprężyna. Ten układ przesunięty z położenia równowagi o  $\Delta x = x - x_1$  ma energię potencjalną  $E_p = \frac{1}{2} C(\Delta x)^2 = \frac{1}{2} C(x - x_1)^2$ .

Kittel, Mechanika



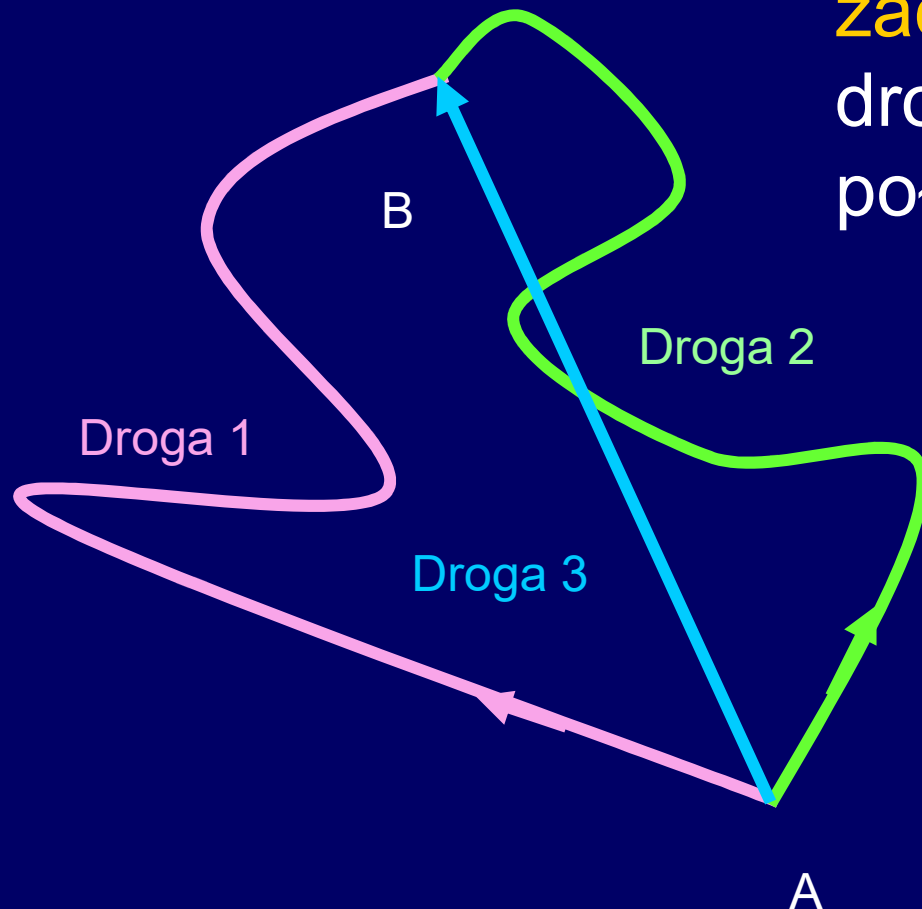
## ENERGIA POTENCJALNA

Energia potencjalna  $E_p$  jest to energia związana z konfiguracją układu ciał, działających na siebie siłami.

Aby móc wprowadzić pojęcie energii potencjalnej, pole sił musi mieć określoną własność, taką, że praca wykonana w tym polu nie może zależeć od drogi, wzdłuż której zachodzi przemieszczenie

Takie pola i siły nazywamy **zachowawczymi**

Praca wykonana przez **siłę zachowawczą** nie zależy od drogi lecz zależy jedynie od położenia punktów A i B.



$$W_{AB}^{\text{droga1}} = W_{AB}^{\text{droga2}} = W_{AB}^{\text{droga3}}$$

Praca wykonana przez **siłę zachowawczą** nad cząstką poruszającą się po drodze zamkniętej jest równa zero.

$$W_{AA} = W_{AB} + W_{BA} = 0$$

## ISTOTNE SIŁY RZECZYWISTE:

- ☐ Siła ciężkości (siła grawitacji)
- ☐ Siła oddziaływania elektrostatycznego (siła Coulomba)

są siłami **zachowawczymi**

Siła tarcia to przykład siły, która nie jest zachowawcza

# PRACA W JEDNORODNYM POLU GRAWITACYJNYM

$$W = F_1 s = Q_s h / \sin \alpha$$

$$\text{ale } Q_s = Q \sin \alpha \quad \text{i } Q = mg$$

$$\text{czyli } W = mgh$$



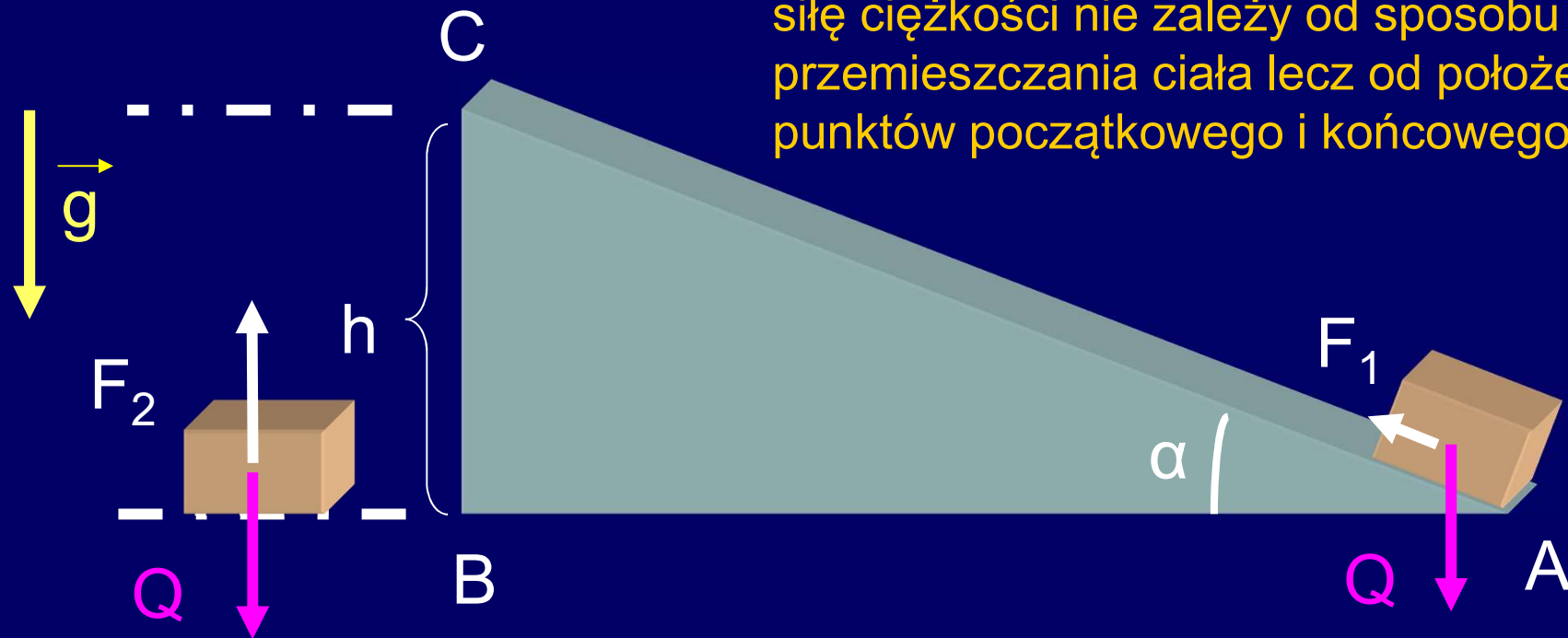
praca siły  
zewnętrznej

$$W = \Delta E_p$$

zmiana energii  
potencjalnej

# JEDNORODNE POLE GRAWITACYJNE JEST ZACHOWAWCZE

Praca siły zewnętrznej równoważącej siłę ciężkości nie zależy od sposobu przemieszczania ciała lecz od położenia punktów początkowego i końcowego



$$W_{AC} = \underbrace{W_{AB}}_0 + W_{BC} = \Delta E_p$$

# SIŁA CENTRALNA JEST SIŁĄ ZACHOWAWCZĄ

Siła centralna  $\vec{F} = f(r)\hat{r}$

Przykłady sił centralnych:

siła grawitacji

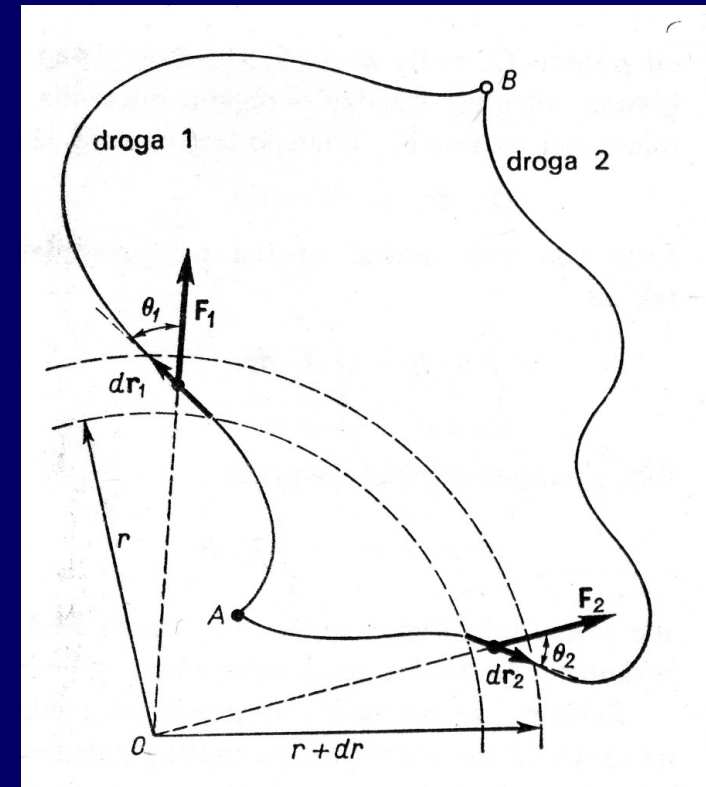
$$\vec{F}(\mathbf{r}) = G \frac{Mm}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

siła Coulomba

$$\vec{F}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

siła sprężystości

$$\vec{F}(\mathbf{r}) = -kr\hat{\mathbf{r}}$$



## JAK OBLICZAĆ ENERGIĘ POTENCJALNĄ?

Według definicji, różnica energii potencjalnej cząstki w punktach A i B jest równa pracy wykonanej przez siłę przyłożoną do cząstki przy jej przesunięciu od A do B

$$E_p(B) - E_p(A) = W(A \rightarrow B)$$

Wartość energii potencjalnej w punkcie  $\vec{r}$  jest określona z dokładnością do stałej  $E_p(A)$ , którą można obrać umownie. Sens fizyczny ma jedynie różnica energii potencjalnej pomiędzy dwoma punktami.

$$E_p(\vec{r}) = E_p(A) - \int_A^r \vec{F} \circ d\vec{r}$$

siła oddziaływania (siła pola)

*Umowa: A leży w nieskończoności czyli  $E_p(\infty)=0$*

$$E_p(\vec{r}) = - \int_{\infty}^r \vec{F} \circ d\vec{r}$$

## Siła zachowawcza      Energia potencjalna      układu:

$$\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{g}}$$

$$E_p(x) = mgx$$

masa  $m$  - Ziemia

$$\vec{\mathbf{F}}(r) = G \frac{Mm}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

$$E_p(r) = -G \frac{Mm}{r}$$

masa  $m$  – masa  $M$ 

$$\vec{\mathbf{F}}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

$$E_p(r) = \pm \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r}$$

ładunek  $q$  –  
ładunek  $Q$ 

$$\vec{\mathbf{F}}(r) = -kr\hat{\mathbf{r}}$$

$$E_p(r) = \frac{1}{2} kr^2$$

masa  $m$  – sprężyna  $k$



## SIŁY ZACHOWAWCZE

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{\mathbf{F}} \circ d\vec{\mathbf{r}}$$

$$\vec{\mathbf{F}} = F_x \hat{\mathbf{i}} + F_y \hat{\mathbf{j}} + F_z \hat{\mathbf{k}}$$

$$d\vec{\mathbf{r}} = dx \hat{\mathbf{i}} + dy \hat{\mathbf{j}} + dz \hat{\mathbf{k}}$$

$$W_{AB} = \int F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

Jest to całka krzywoliniowa, która może zależeć od drogi całkowania a nie tylko od położenia punktów A i B. Gdy praca nie zależy od drogi całkowania, siłę nazywamy **zachowawczą**

Praca wykonana po drodze zamkniętej jest równa zero

$$W_{AA} = \oint_L \vec{\mathbf{F}} \circ d\vec{\mathbf{r}} = 0$$

*Przykład 2:* Na cząstkę działa siła  $\vec{F} = (3x^2 \text{ N})\hat{i} + (4y \text{ N})\hat{j}$  gdzie  $x$  i  $y$  są wyrażone w metrach. W wyniku działania siły cząstka przemieszcza się z punktu A(2 m, 3 m) do punktu B(2 m, 0). Zakładamy, że cząstka w punktach A i B spoczywa względem przyjętego układu odniesienia. Jaką pracę wykonuje ta siła nad cząstką? Jaki jest skutek energetyczny wykonanej pracy?

Rozwiązanie:

$$W_{AB} = \int F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

$$F_x = 3x^2$$

$$F_y = 4y$$

$$F_z = 0$$

$$W_{AB} = \int_2^2 3x^2 dx + \int_3^0 4y dy$$

$$W_{AB} = 0 + 2y^2 \Big|_3^0 = -18 \text{ J}$$

## ZADANIE DOMOWE 5.3 (dla ambitnych)

Pole sił dane jest wzorem:

$$\vec{F} = (y^2 - x^2)\hat{i} + 3xy\hat{j}$$

Obliczyć całkę krzywoliniową od punktu  $(0,0)$  do punktu  $(x_0,y_0)$  wzdłuż drogi składającej się z dwóch prostych odcinków od  $(0,0)$  do  $(x_0,0)$  i  $(x_0,0)$  do  $(x_0,y_0)$ . Porównać z wynikiem otrzymanym przy przyjęciu dwóch innych boków prostokąta jako drogi całkowania. Czy siła jest zachowawcza?

# ZWIĄZEK POMIĘDZY SIŁĄ A ENERGIĄ POTENCJALNĄ

Przypadek jednowymiarowy

$$E_p(x) = -\int_{\infty}^x F_x dx$$

$$F_x = -\frac{dE_p}{dx}$$

Uogólnienie na 3D

$$E_p(\vec{r}) = -\int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{F} \circ d\vec{r}$$

$$\vec{F} = -\frac{\partial E_p}{\partial x} \hat{i} - \frac{\partial E_p}{\partial y} \hat{j} - \frac{\partial E_p}{\partial z} \hat{k} = -\mathbf{grad} E_p = -\nabla E_p$$

Operator „nabla”

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}$$

*Przykład 3:* Energia potencjalna układu masa-sprężyna dana jest wzorem:

$$E_p(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} k r^2$$

Sprawdzić, stosując poznany wzór:

$$\vec{\mathbf{F}} = -\mathbf{grad} E_p$$

czy siła oddziaływania sprowadza się do znanej postaci:

$$\vec{\mathbf{F}}(\mathbf{r}) = -k\vec{\mathbf{r}}$$

## Rozwiązanie:

$$E_p(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}kr^2 = \frac{1}{2}k(x^2 + y^2 + z^2)$$

Współrzędne operatora gradientu:

$$\frac{\partial}{\partial x} E_p(x, y, z) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{2}k(x^2 + y^2 + z^2) \right) = kx$$

$$\frac{\partial}{\partial y} E_p = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{2}k(x^2 + y^2 + z^2) \right) = ky$$

$$\frac{\partial}{\partial z} E_p = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{2}k(x^2 + y^2 + z^2) \right) = kz$$

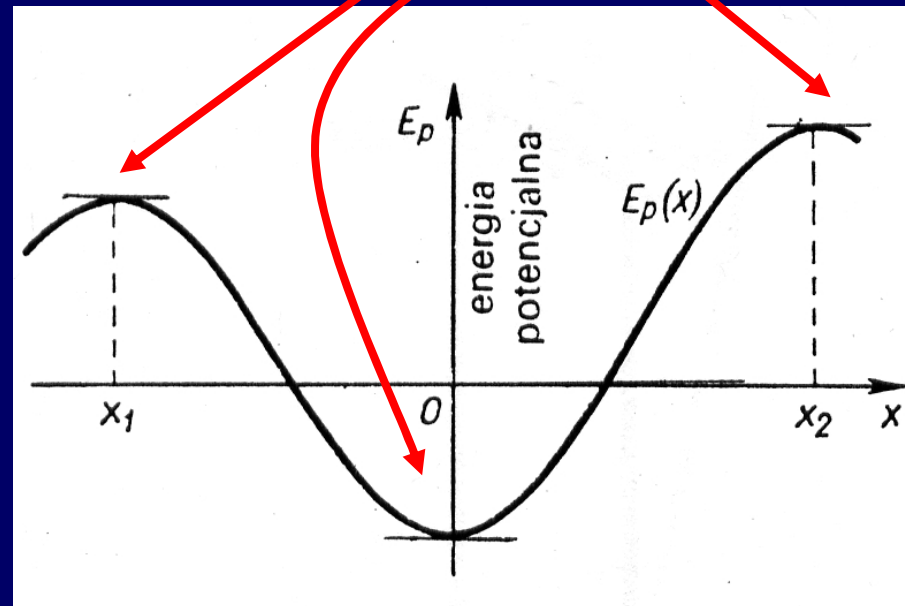
$$\mathbf{grad} E_p = kx \hat{\mathbf{i}} + ky \hat{\mathbf{j}} + kz \hat{\mathbf{k}}$$

zatem:

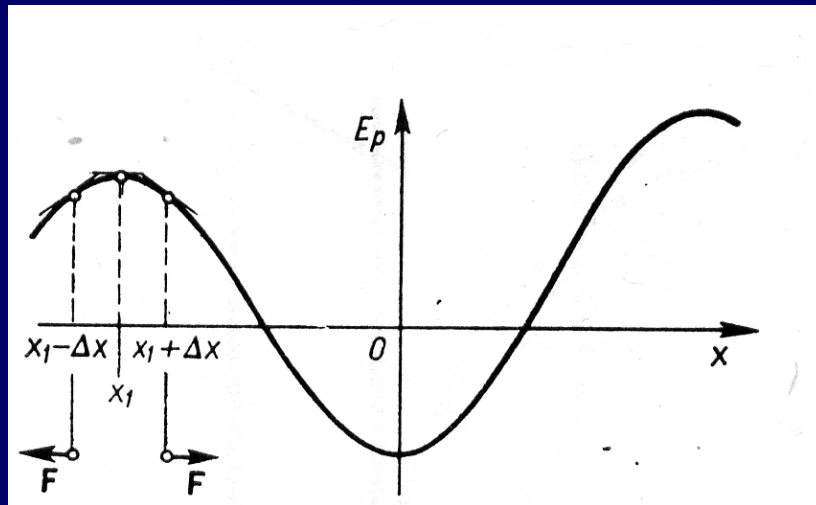
$$\vec{\mathbf{F}} = -\mathbf{grad} E_p = -k(x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} + z\hat{\mathbf{k}}) = -k\vec{\mathbf{r}}$$

## POŁOŻENIE RÓWNOWAGI

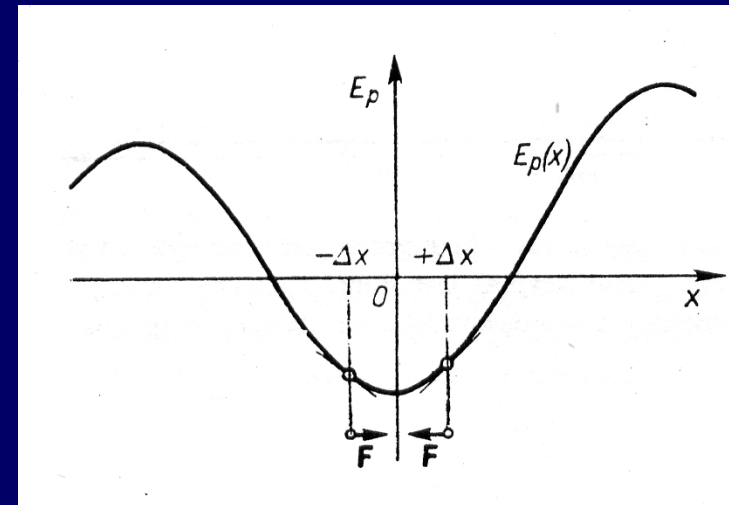
Warunek równowagi  $F=0$  czyli  $dE_p/dx=0$



Równowaga **nietrwała**,  $E_p$   
wykazuje maksimum



Równowaga **trwała**,  $E_p$   
wykazuje minimum



Równowaga **obojętna**, energia potencjalna  $E_p$   
jest stała, niezależna od położenia



## ZADANIE DOMOWE 5.4

Energia potencjalna cząsteczki dwuatomowej (tzn. układu złożonego z dwóch atomów w odległości  $r$ , jak  $H_2$  lub  $O_2$ ) jest dana wzorem:

$$E_p(r) = \frac{A}{r^{12}} - \frac{B}{r^6}$$

gdzie  $A$  i  $B$  są stałymi dodatnimi. Znaleźć odległość równowagową dla atomów tworzących cząsteczkę. Czy jest to równowaga trwała czy nietrwała? Wykonać wykres  $E_p(r)$

# ZWIĄZEK PRACY I ENERGII MECHANICZNEJ

$$W = \Delta E_k + \Delta E_p$$

Praca siły zewnętrznej

Zmiana energii  
kinetycznej

Zmiana energii  
potencjalnej

Praca siły zewnętrznej wykonanej nad układem prowadzi do zmiany energii mechanicznej  $W = \Delta E_{\text{mech}} = \Delta E_k + \Delta E_p$

# ZASADA ZACHOWANIA ENERGII MECHANICZNEJ

W układzie izolowanym, w którym zmiany energii pochodzą jedynie od sił zachowawczych energia kinetyczna i potencjalna mogą się zmieniać, lecz ich suma czyli energia mechaniczna  $E_{\text{mech}}$  nie może ulegać zmianie.

$$0 = \Delta E_k + \Delta E_p$$

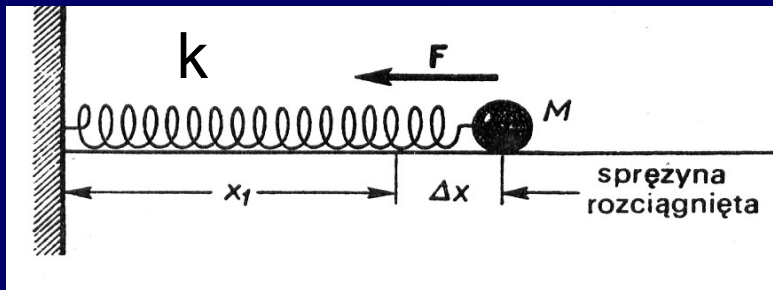
$$0 = E_{k2} - E_{k1} + E_{p2} - E_{p1}$$

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

$$E_k + E_p = \text{const} \quad \longleftrightarrow$$

$$\frac{d}{dt} (E_k + E_p) = 0$$

# ZASADA ZACHOWANIA ENERGII MECHANICZNEJ DLA OSCYLATORA HARMONICZNEGO



$$E_k = m \frac{v^2}{2}$$

$$E_p = k \frac{x^2}{2}$$

$$\frac{d}{dt}(E_k + E_p) = 0$$

Układ masa m-sprężyna k

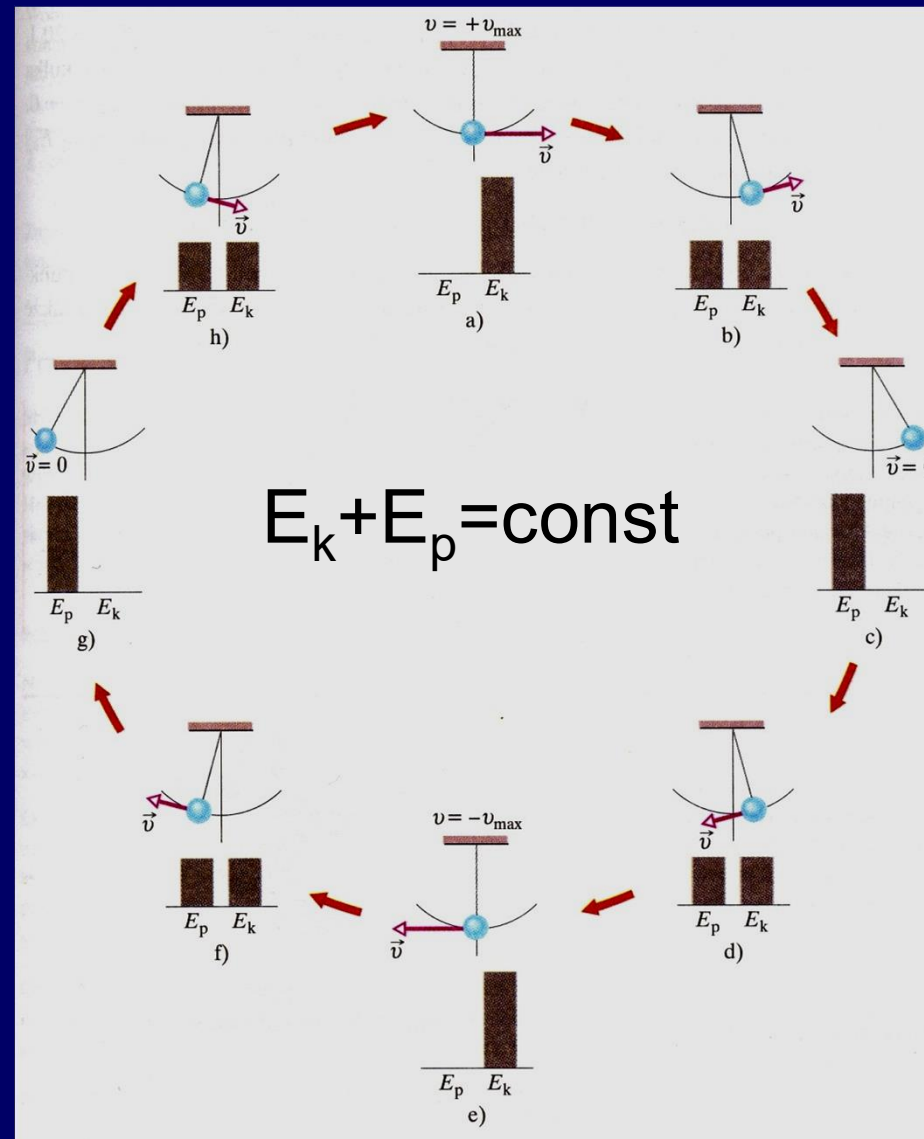
$$\frac{d}{dt} \left( m \frac{v^2}{2} + k \frac{x^2}{2} \right) = 0$$

$$\frac{m}{2} 2v \frac{dv}{dt} + \frac{k}{2} 2x \frac{dx}{dt} = 0$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0$$

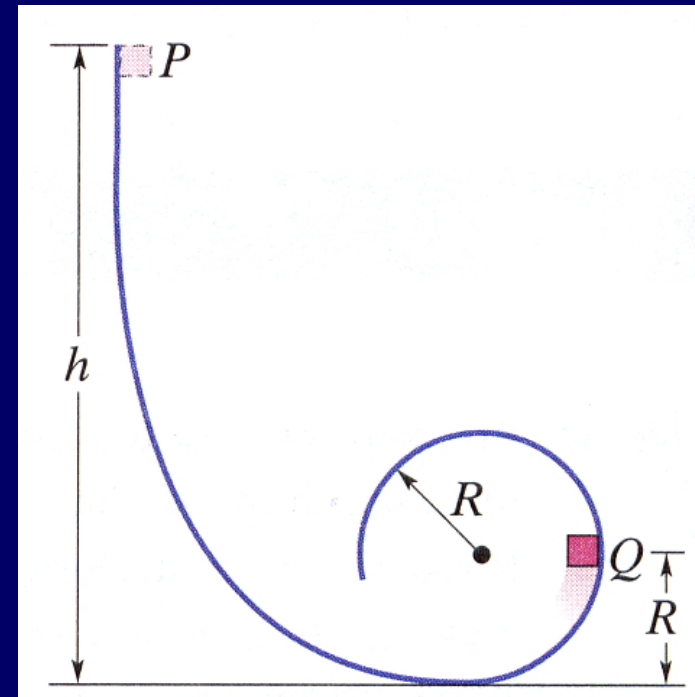
Równanie ogólne,  
różniczkowe  
oscylatora  
harmonicznego

# Zmiany energii w układzie wahadło-Ziemia



## ZADANIE DOMOWE 5.5

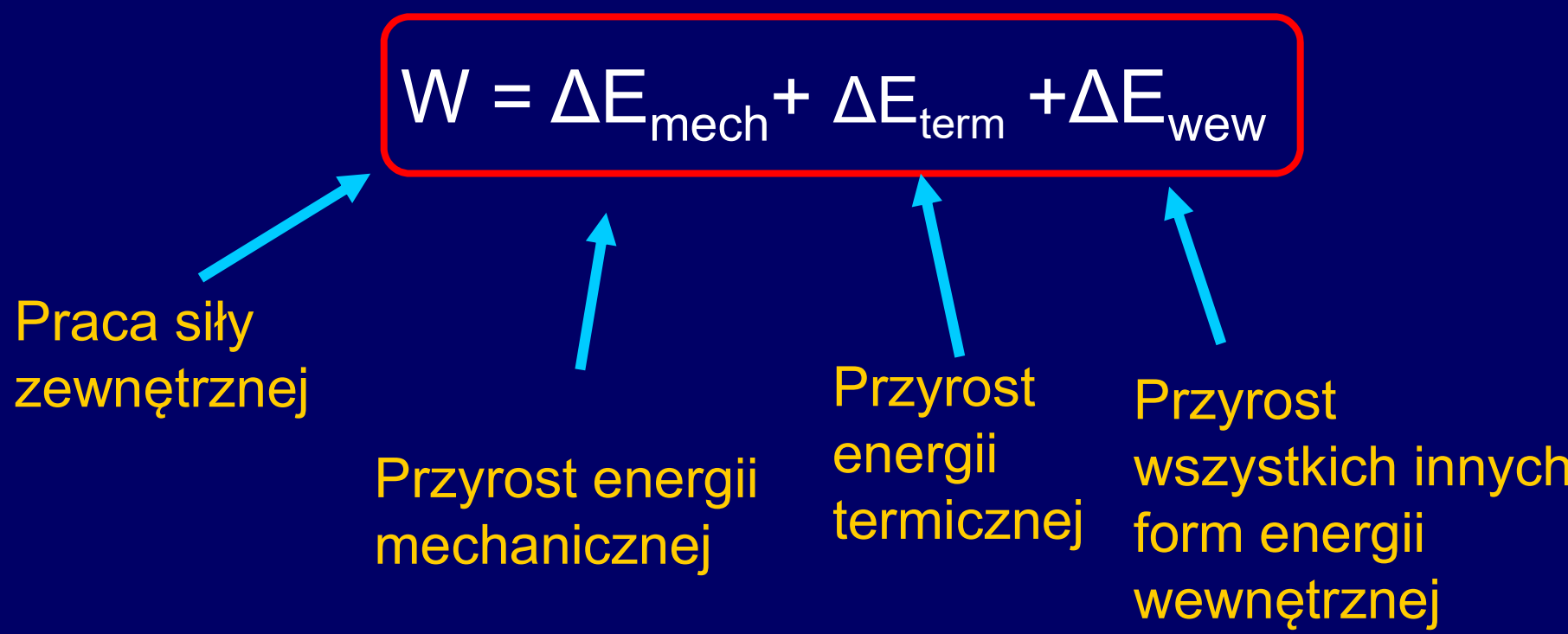
Z jakiej najmniejszej wysokości  $h$  musi się stoczyć klocek aby nie oderwał się od toru w najwyższym punkcie pętli kołowej?



## ZWIĄZEK PRACY I ENERGII

$$W = \Delta E_{\text{mech}} + \Delta E_{\text{term}} + \Delta E_{\text{wew}}$$

Praca siły  
zewnętrznej



Przyrost energii  
mechanicznej

Przyrost  
energii  
termicznej

Przyrost  
wszystkich innych  
form energii  
wewnętrznej

## PODSUMOWANIE

- ❑ Istnieje ścisły związek pomiędzy pracą a energią
- ❑ O energii potencjalnej układu można mówić tylko dla sił zachowawczych
- ❑ Zasada zachowania energii mechanicznej pozwala rozwiązywać zagadnienia, które są trudne lub niemożliwe do rozwiązania na gruncie zasad dynamiki
- ❑ Całkowita energia jest wielkością stałą. Energia może być przekształcana z jednej formy w inną, ale nie może być wytwarzana ani niszczona



# TEST 5P

1. Ciało o masie 1g porusza się po okręgu o promieniu równym 0.5 m w płaszczyźnie pionowej ze stałą prędkością liniową 2m/s. Praca wykonana nad tym ciałem podczas jednego pełnego obrotu wynosi :

A) 0    B) 1 J    C) 2 J    D) 4 J    E) 16 J

2. Ciało o masie 2kg porusza się z prędkością 3 m/s. Siła zewnętrzna o wartości 4N działa na ciało w kierunku jego ruchu i zostaje usunięta po przebyciu przez ciało drogi 5m. Praca wykonana przez tę siłę wynosi:

A) 12 J    B) 15 J    C) 18 J    D) 20 J    E) 38 J

3. Sanie ważą 5000 N łącznie z obciążeniem. Sanie są ciągnięte po śniegu przez psy, które działają siłą poziomą na sanie. Współczynnik tarcia kinetycznego pomiędzy saniami i śniegiem wynosi 0.05. Jaką pracę wykonają psy ciągnące sanie ze stałą prędkością na drodze 1000 m?

A)  $2.5 \times 10^4$  J   B)  $2.5 \times 10^5$  J   C)  $5.0 \times 10^5$  J   D)  $2.5 \times 10^6$  J   E)  $5.0 \times 10^6$  J

4. Przyczepa kempingowa o ciężarze 6000 N jest ciągnięta po zamrożonym jeziorze za pomocą poziomej liny. Współczynnik tarcia kinetycznego wynosi 0.05. Jaka praca została wykonana przez siłę ciągnącą przyczepę na drodze 1000 m, jeżeli wiadomo, że prędkość przyczepy wzrastała ze stałą szybkością  $0.20 \text{ m/s}^2$  ?

A)  $-1.2 \times 10^6$  J

D)  $4.2 \times 10^5$  J

B)  $1.8 \times 10^5$  J

E)  $1.2 \times 10^6$  J

C)  $3.0 \times 10^5$  J

5. Człowiek popycha ciężar 80 N po górę równi pochyłej, która tworzy kąt  $30^\circ$  z poziomem. Siła jaką człowiek działa na ciało jest równoległa do powierzchni równi pochyłej a odległość na jaką przesuwa ciężar wynosi 5.0 m. Tarcie można zaniedbać. Jeżeli prędkość, z jaką przesuwany jest ciężar jest stała, to praca wykonana przez człowieka wynosi:

- A) -200 J    B) 61 J    C) 140 J    D) 200 J    E) 260 J

6. Cząstka jest przemieszczana wzdłuż osi OX (zgodnie z dodatnim zwrotem osi) na odległość 5 m pod wpływem siły stałej danej wzorem

$$\vec{F} = (4 \text{ N}) \hat{i} + (2 \text{ N}) \hat{j} - (4 \text{ N}) \hat{k}$$

Praca wykonana przez tę siłę wynosi:

- A) 20J    B) 10J    C) -20J    D) 30J    E) nie można jej obliczyć bez znajomości pozostałych sił

7. Kiedy gumowa linka jest rozciągana do długości  $x$ , działa siła o wartości  $F=Ax$ , przywracająca równowagę;  $A$  jest wielkością stałą. Praca wykonana przez osobę rozciągającą linkę od  $x=0$  do  $x=L$  wynosi:

- A)  $AL^2$       B)  $A+2L$       C)  $A+2L^2$       D)  $A/L$       E)  $AL^2/2$

8. Samochód ważący 8000 N porusza się wzdłuż poziomej drogi z prędkością 12 m/s w chwili gdy rozpoczyna hamowanie. Samochód zatrzymuje się po 4.0 s. Ile energii kinetycznej traci samochód w tym czasie?

- A)  $4.8 \times 10^4$  J    B)  $5.9 \times 10^4$  J    C)  $1.2 \times 10^5$  J    D)  $5.8 \times 10^5$  J  
E)  $4.8 \times 10^6$  J

9. W chwili  $t=0$  ciało o masie 2 kg ma prędkość  $(4 \text{ m/s}) \hat{i} - (3 \text{ m/s}) \hat{j}$

W chwili  $t=3\text{s}$  jego prędkość wynosi  $(2 \text{ m/s}) \hat{i} + (3 \text{ m/s}) \hat{j}$

Praca wykonana nad ciałem w tym czasie wynosi:

A) 4J      B) -4J      C) -12J      D) -40J      E)  $(4\text{J})\hat{i}+(36\text{J})\hat{j}$

10. Cząstka startuje ze stanu spoczynku w chwili  $t=0$  i porusza wzdłuż osi  $x$ . Jeżeli siła wypadkowa działająca na cząstkę jest proporcjonalna do  $t$ , to jej energia kinetyczna jest proporcjonalna do:

A)  $t$       B)  $t^2$       C)  $t^4$       D)  $1/t^2$

E) żadna odpowiedź nie jest prawidłowa

# TEST 5A

1. An object moves in a circle at constant speed. The work done by the centripetal force is zero because:

- A) the displacement for each revolution is zero
- B) the average force for each revolution is zero
- C) there is no friction
- D) the magnitude of the acceleration is zero
- E) the centripetal force is perpendicular to the velocity

2. Which of the following is NOT a correct unit for work:

- A) erg
- B) ft·lb
- C) watt
- D) newton·meter
- E) joule

3. Which of the following groups does NOT contain a scalar quantity?

- A) velocity, force, power
- B) displacement, acceleration, force
- C) acceleration, speed, work
- D) energy, work, distance
- E) pressure, weight, time

4. The amount of work required to stop a moving object is equal to the:

- A) velocity of the object
- B) kinetic energy of the object
- C) mass of the object times its acceleration
- D) mass of the object times its velocity
- E) square of the velocity of the object

5. The weight of an object on the moon is one-sixth of its weight on the Earth. The ratio of the kinetic energy of a body on the Earth moving with the speed  $v$  to that of the same body moving with the speed  $v$  on the moon is:

- A) 6:1
- B) 36:1
- C) 1:1
- D) 1:6
- E) 1:36

6. In raising an object to a given height by means of an inclined plane as compared with raising the object vertically, there is a reduction in:

- A) work required                      D) force required  
B) distance pushed                  E) value of the acceleration due to  
C) friction                                  gravity

7. Which of the following five units is NOT the same as the other four?

- A) joule    B) erg    C) watt    D) foot · pound    E) newton · meter

8. Which of the following five quantities is NOT an expression for energy? Here  $m$  is a mass,  $g$  is the acceleration due to gravity,  $h$  and  $d$  are distances,  $F$  is a force,  $v$  is a speed,  $a$  is an acceleration,  $P$  is power, and  $t$  is time:

- A)  $mgh$                   B)  $Fd$     C)  $\frac{1}{2} mv^2$                   D)  $ma$                   E)  $Pt$