ZASADY ZACHOWANIA W FIZYCE

2017/2018, zima

ZASADY ZACHOWANIA:

- Energii
- Pędu
- Momentu pędu
- Ładunku
- Liczby barionowej

ZASADA ZACHOWANIA ENERGII

Praca siły zewnętrznej → $W = \Delta E_{calk}$ ← Zmiana energii całkowitej

Jeżeli W=0 → to $\Delta E_{calk} = 0$

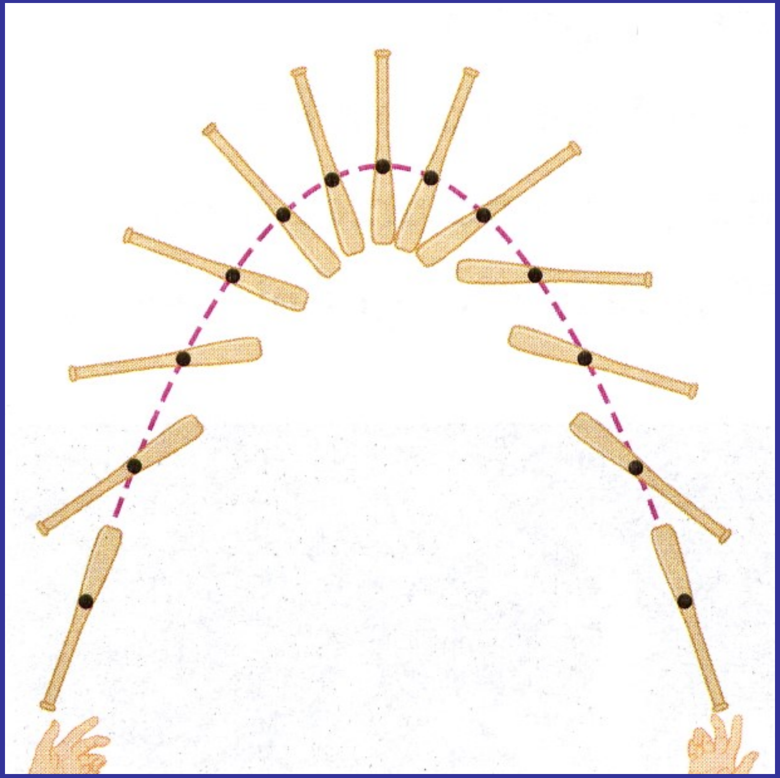
Zmiana całkowitej energii $E_{całk}$ układu jest równa energii dostarczonej do układu lub od niego odebranej. Całkowita energia układu izolowanego (W=0) nie może się zmieniać.

Całkowita energia układu izolowanego, tj. takiego nad którym siły zewnętrzne nie wykonują żadnej pracy W=0 jest zachowana czyli pozostaje stała.

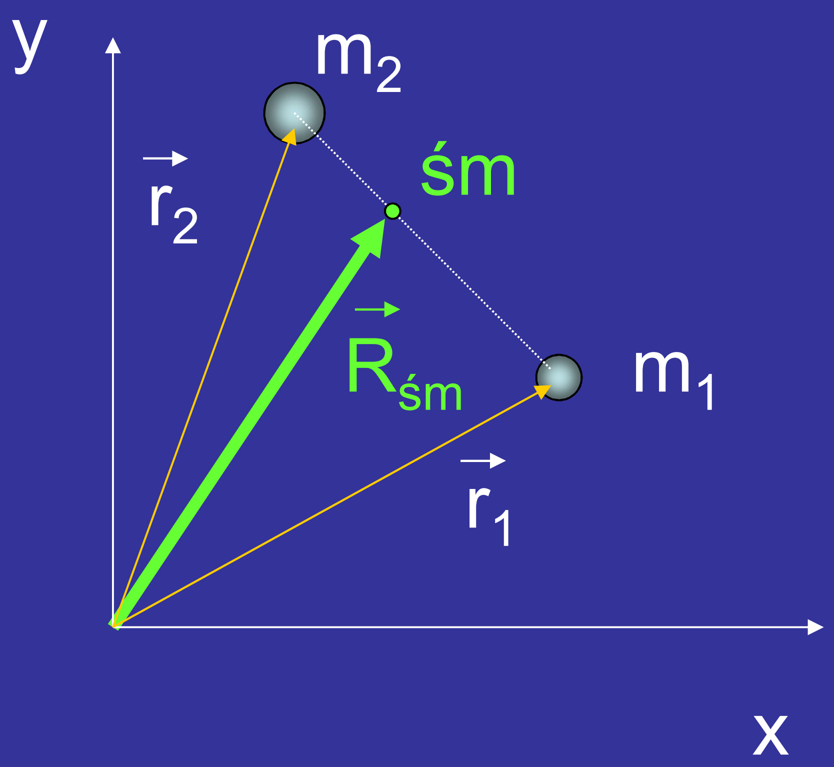
ZASADA ZACHOWANIA PĘDU

RUCH ŚRODKA MASY

<ins>Środek masy</ins> ciała lub układu ciał to punkt, który porusza się tak, jak gdyby cała masa układu była w nim skupiona, a wszystkie siły zewnętrzne były przyłożone w tym właśnie punkcie



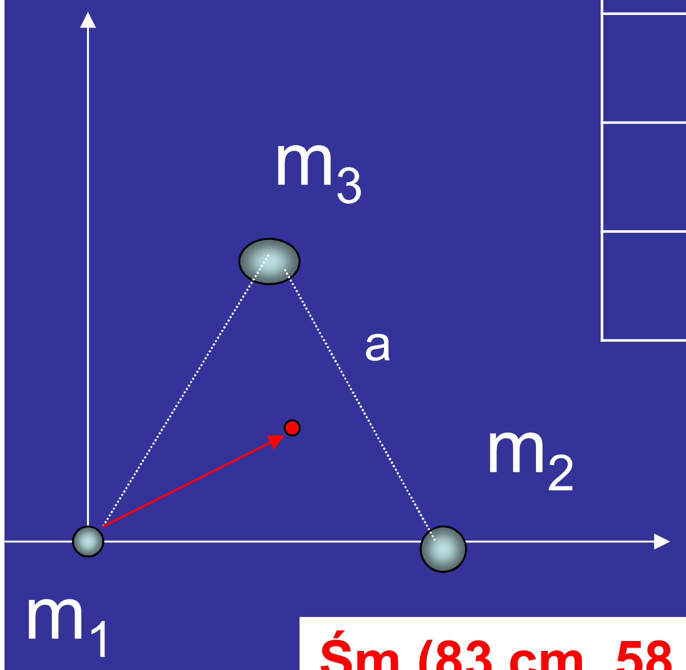
POŁOŻENIE ŚRODKA MASY



$$\vec{\mathbf{R}}_{śm} = \frac{\sum_{n=1}^{N} m_n \vec{\mathbf{r}}_n}{\sum_{n=1}^{N} m_n}$$

Przykład 1 Trzy cząstki o masach m_1=1,2 kg, m_2=2,5 kg i m_3=3,4 kg leżą w wierzchołkach trójkąta równobocznego o boku a=140 cm. Znajdź położenie środka masy tego układu.

Cząstka	Masa (kg)	x(cm)	y(cm)
1	1,2	0	0
2	2,5	140	0
3	3,4	70	121



Śm (83 cm, 58 cm)

$$x_{śm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

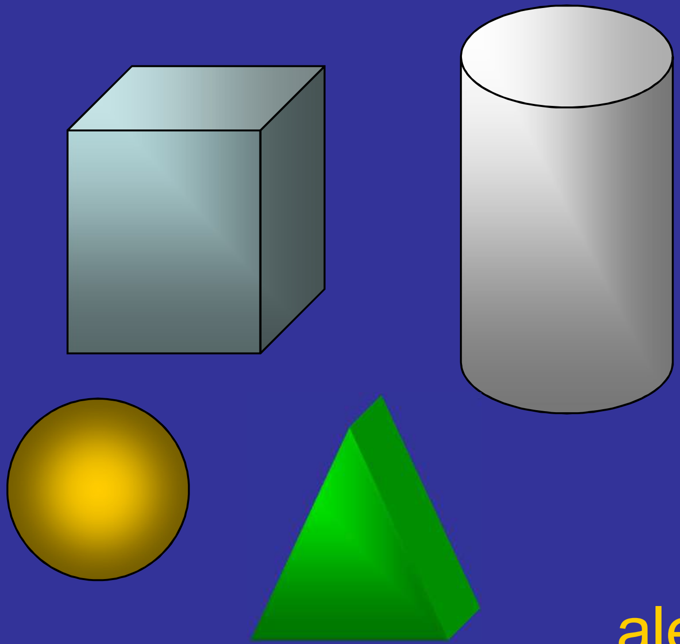
$$y_{śm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Rozkład ciągły masy

$$x_{śm} = \frac{1}{m_u}\int x\,dm$$

$$y_{śm} = \frac{1}{m_u}\int y\,dm$$

$$z_{śm} = \frac{1}{m_u}\int z\,dm$$



ale gęstość $$\rho = \frac{dm}{dV}$$

$$x_{śm} = \frac{1}{V}\int x\,dV \qquad y_{śm} = \frac{1}{V}\int y\,dV \qquad z_{śm} = \frac{1}{V}\int z\,dV$$

Pęd układu cząstek

$$\vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2 + \ldots + \vec{\mathbf{p}}_N \Rightarrow \vec{\mathbf{P}} = m_1\vec{\mathbf{v}}_1 + m_2\vec{\mathbf{v}}_2 + \ldots + m_N\vec{\mathbf{v}}_N$$

Ale z definicji środka masy

$$m_u\vec{\mathbf{R}}_{\text{śm}} = m_1\vec{\mathbf{r}}_1 + m_2\vec{\mathbf{r}}_2 + \ldots + m_N\vec{\mathbf{r}}_N$$

Czyli po zróżniczkowaniu

$$m_u\vec{\mathbf{V}}_{\text{śm}} = m_1\vec{\mathbf{v}}_1 + m_2\vec{\mathbf{v}}_2 + \ldots + m_N\vec{\mathbf{v}}_N$$

Pęd układu cząstek jest iloczynem masy układu i prędkości jego środka masy

$$\vec{\mathbf{P}} = m_u\vec{\mathbf{V}}_{\text{śm}}$$

ale
$$\frac{d\vec{\mathbf{P}}}{dt} = m_u \frac{d\vec{\mathbf{V}}_{śm}}{dt} = m_u \vec{\mathbf{a}}_{śm}$$

Uogólniona zasada dynamiki dla układu cząstek

$$\vec{\mathbf{F}}_{wyp} = \frac{d\vec{\mathbf{P}}}{dt}$$

zmiana pędu

układu ciał

wypadkowa sił zewnętrznych działających na układ

Jeżeli $\vec{F}_{wyp} = 0$ to $d\vec{P}/dt=0$ (pęd jest zachowany)

Jeżeli wypadkowa sił zewnętrznych działających na układ cząstek jest równa zeru (układ jest izolowany) oraz całkowita liczba cząstek w układzie pozostaje stała (układ jest zamknięty) to całkowity pęd układu nie ulega zmianie.

Zasada zachowania pędu

Przykład 2 Nieruchome naczynie wybucha i rozpada się na trzy części. Dwie z nich o jednakowych masach wyrzucane są w kierunkach wzajemnie prostopadłych z prędkościami o jednakowych wartościach. Trzecia część ma masę trzykrotnie większą od masy każdej z pozostałych. Wyznacz wartość i kierunek prędkości tej części zaraz po wybuchu.

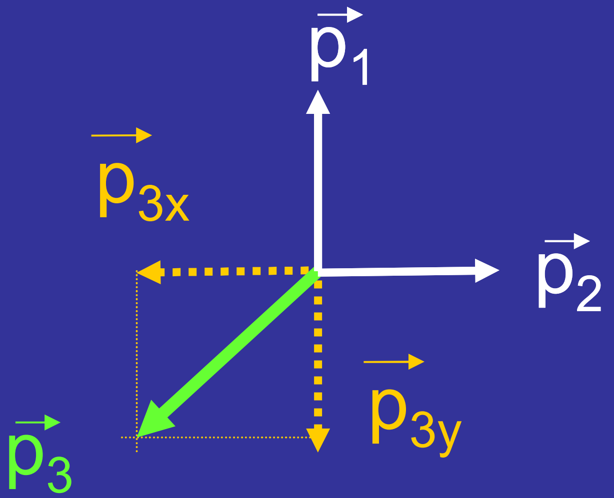
Dane:

$m_1=m_2=m$

$v_1=v_2=v$

$m_3=3m$

Rozwiązanie:

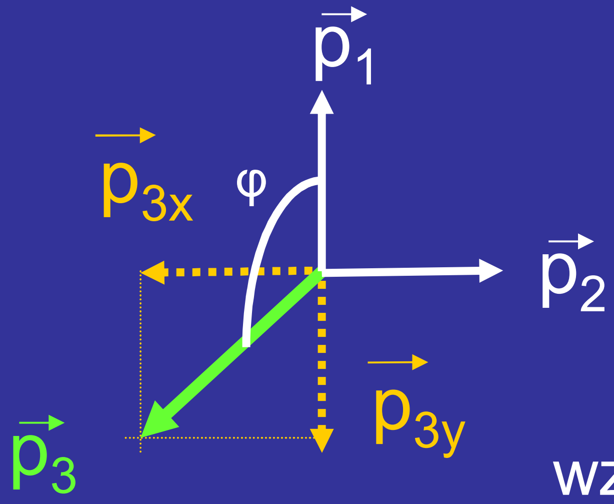


Szukane:

v_3, φ

pęd jest zachowany

$$\boxed{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0}$$



$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0$$

wzdłuż osi x: $p_2 = p_{3x}$ ⇨ $mv_2 = 3mv_{3x}$

wzdłuż osi y: $p_1 = p_{3y}$ ⇨ $mv_1 = 3mv_{3y}$

ale $v_1 = v_2 = v$ czyli $v_{3x} = v_{3y}$ a zatem $\varphi = 135^o$

$3mv_3 = \sqrt{2}\ mv$ ⇨ $v_3 = \sqrt{2}/3\ v$

ZADANIE DOMOWE 6.1

Bomba o masie m=6 kg porusza się po podłodze bez tarcia z prędkością v = 4 m/s w dodatnim kierunku osi x. Nagle bomba wybucha rozpadając się na dwie części. Jedna z nich o masie $m_1 = 2$ kg porusza się w dodatnim kierunku osi x, z prędkością o wartości $v_1 = 8$ m/s. Jaka jest prędkość drugiej części bomby?

ZDERZENIA

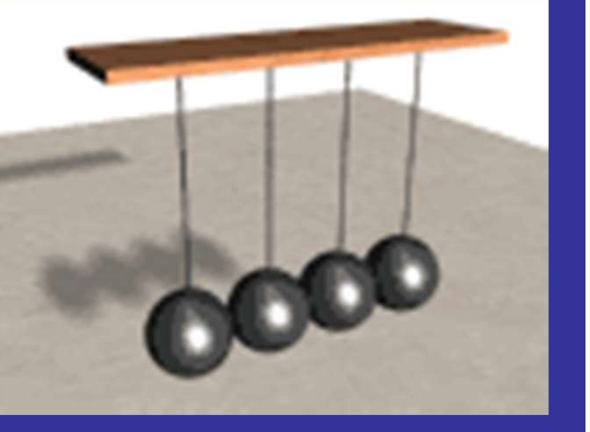
sprężyste

✓spełniona jest zasada zachowania energii mechanicznej

✓spełniona jest zasada zachowania pędu

niesprężyste

✓spełniona jest tylko zasada zachowania pędu



W czasie zderzenia dwa ciała działają na siebie dużymi siłami w stosunkowo krótkim czasie. Są to siły wewnętrzne.

Z drugiej zasady dynamiki wynika, że zmiana pędu cząstki biorącej udział w zderzeniu jest równa popędowi siły

$$\Delta\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_k - \vec{\mathbf{p}}_p = \vec{\mathbf{J}}$$

Popęd $\vec{\mathbf{J}}$ siły $\vec{\mathbf{F}}(t)$ działającej w czasie zderzenia na cząstkę od strony drugiej zderzającej się cząstki jest zdefiniowany jako:

$$\vec{\mathbf{J}} = \int_{t_p}^{t_k} \vec{\mathbf{F}}(t)dt$$

Jeżeli zderzenie zachodzi w układzie zamkniętym i izolowanym, to pędy zderzających się ciał mogą się zmieniać, lecz całkowity pęd układu nie może ulec zmianie, niezależnie od tego czy zderzenie jest sprężyste, czy niesprężyste.

Zasada zachowania pędu jest spełniona w zderzeniach.

Prędkość środka masy w przypadku zderzenia jest zachowana.

pęd środka masy → $$\vec{\mathbf{P}} = m_u \vec{\mathbf{v}}_{śm} = (m_1 + m_2)\vec{\mathbf{v}}_{śm}$$

całkowity pęd jest zachowany podczas zderzenia → $$\vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{p}}_{1p} + \vec{\mathbf{p}}_{2p}$$

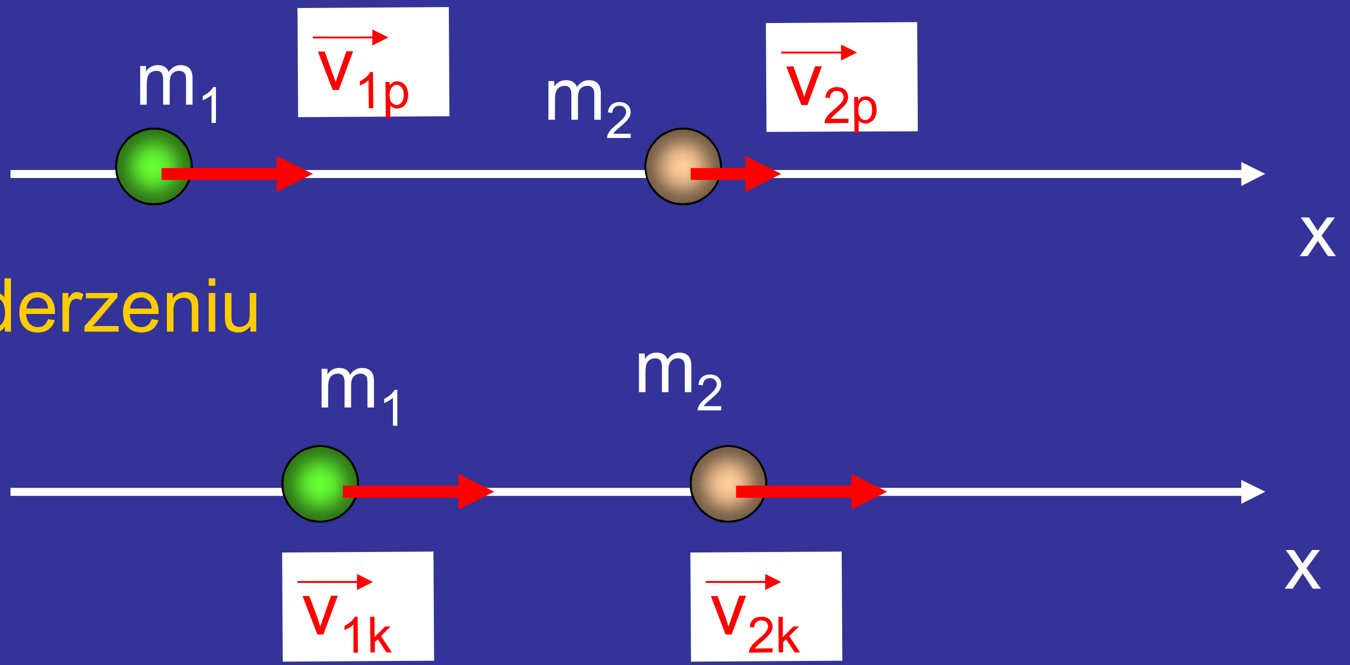
prędkość środka masy → $$\vec{\mathbf{v}}_{śm} = \frac{\vec{\mathbf{P}}}{m_1 + m_2} = \frac{\vec{\mathbf{p}}_{1p} + \vec{\mathbf{p}}_{2p}}{m_1 + m_2} = const$$

Prędkość środka masy jest taka sama przed i po zderzeniu

Zasada zachowania pędu w zderzeniach

przed zderzeniem

po zderzeniu

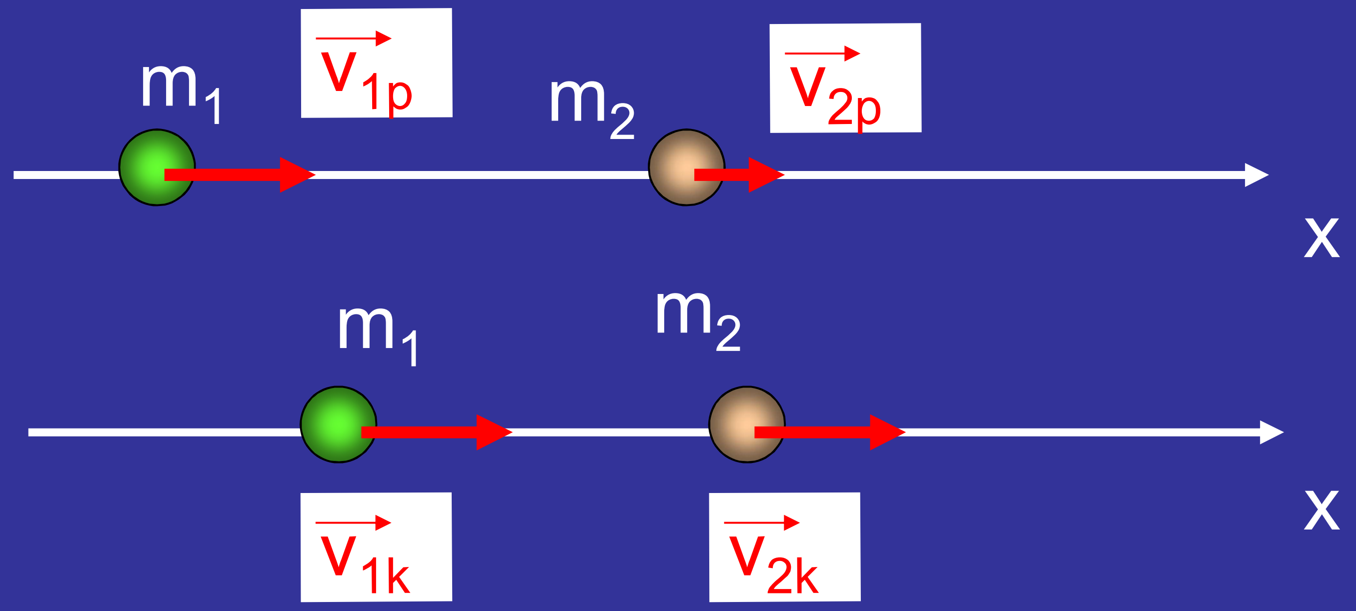


$$\vec{\mathbf{p}}_{przed} = \vec{\mathbf{p}}_{po} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{m}_1\vec{\mathbf{v}}_{1\mathrm{p}} + \mathrm{m}_2\vec{\mathbf{v}}_{2\mathrm{p}} = \mathrm{m}_1\vec{\mathbf{v}}_{1\mathrm{k}} + \mathrm{m}_2\vec{\mathbf{v}}_{2\mathrm{k}}$$

Zderzenie sprężyste w jednym wymiarze

przed zderzeniem

po zderzeniu



zasada zachowania pędu

$$m_1 v_{1p} + m_2 v_{2p} = m_1 v_{1k} + m_2 v_{2k}$$

zasada zachowania energii

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1p}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2p}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1k}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2k}^2$$

ZADANIE DOMOWE 6.2

Wyprowadzić wzory ogólne na prędkości kul po zderzeniu sprężystym w przypadku jednowymiarowym. Na tej podstawie przeanalizować przypadki szczególne:

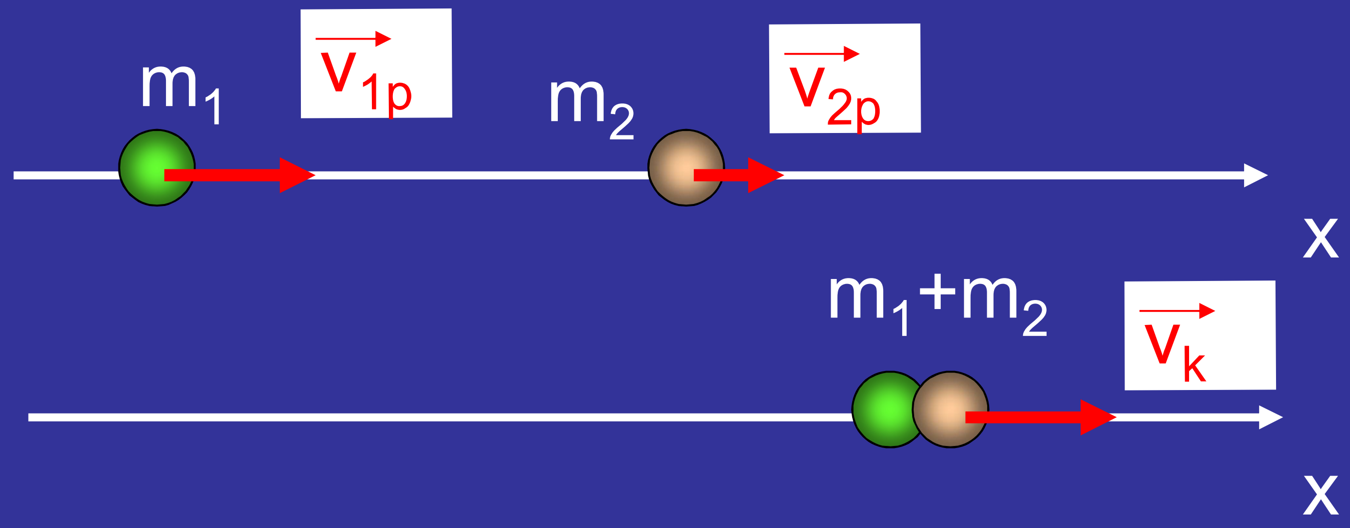
a) zderzenie pocisku z nieruchomą tarczą o bardzo dużej masie

b) zderzenie pocisku o bardzo dużej masie z nieruchomą tarczą

Zderzenie całkowicie niesprężyste w jednym wymiarze

przed zderzeniem

po zderzeniu



zasada zachowania pędu

$$m_1 v_{1p} + m_2 v_{2p} = (m_1 + m_2) v_k$$

energia mechaniczna nie jest zachowana!!!

Przykład 3 Przed wynalezieniem elektronicznych przyrządów do pomiaru czasu, prędkość pocisków mierzono za pomocą wahadła balistycznego. Może to być duży kloc drewniany o masie m_2 zawieszony na dwóch długich linach. Pocisk o masie m_1=9,5 g wystrzelony w kierunku tego kloca zatrzymuje się w nim bardzo szybko. Układ *kloc+pocisk* odchyla się ku górze, przy czym jego środek masy wznosi się w pionie na wysokość h=6,3 cm w chwili, gdy prędkość układu zmniejsza się do zera. Ile wynosi prędkość pocisku tuż przed zderzeniem z klocem? Przyjąć m_2=5,4 kg.

Dane:

$m_1=9{,}5\ g = 9{,}5\cdot 10^{-3}kg$

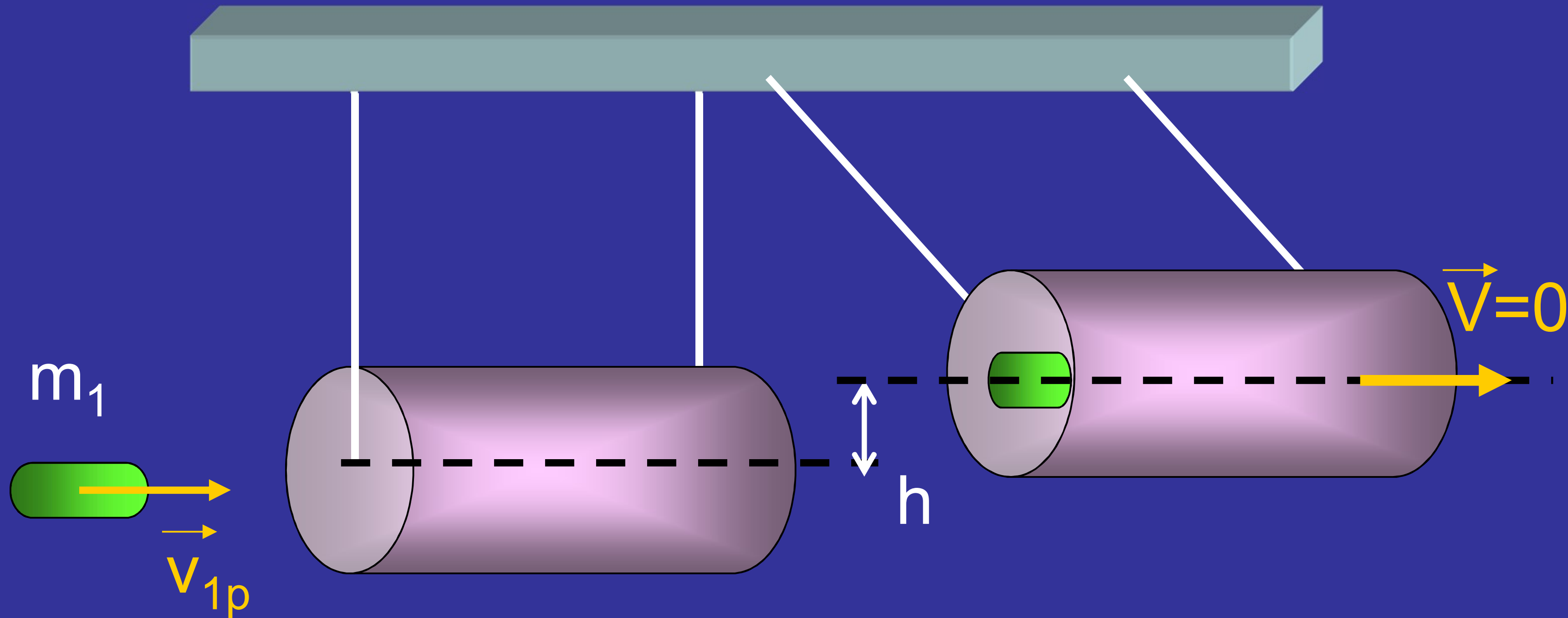
$m_2=5{,}4\ kg$

$v_{2p}=0$; $h=6{,}3\ cm = 0{,}063\ m$

Szukane:

v_{1p}

Rozwiązanie



Dwie fazy: 1-zderzenie niesprężyste pocisku z klocem

2-ruch pocisku z klocem –energia mechaniczna zachowana

Zderzenie pocisku z klocem trwa bardzo krótko, a zatem można zrobić dwa założenia:

1. Układ jest izolowany, bo w czasie zderzenia siła ciężkości działająca na kloc i siła działająca na kloc od strony lin równoważą się. Można stosować zasadę zachowania pędu.
2. Zderzenie zachodzi w jednym wymiarze, w tym sensie, że kierunek ruchu pocisku i kloca *tuż po zderzeniu* jest taki sam, jak kierunek ruchu pocisku przed zderzeniem.

Prędkość kloca i pocisku tuż po zderzeniu

$$V = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1p}$$

W czasie ruchu wahadłowego pocisku razem z klocem energia mechaniczna układu pocisk-kloc-Ziemia jest zachowana.

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = (m_1 + m_2)gh$$

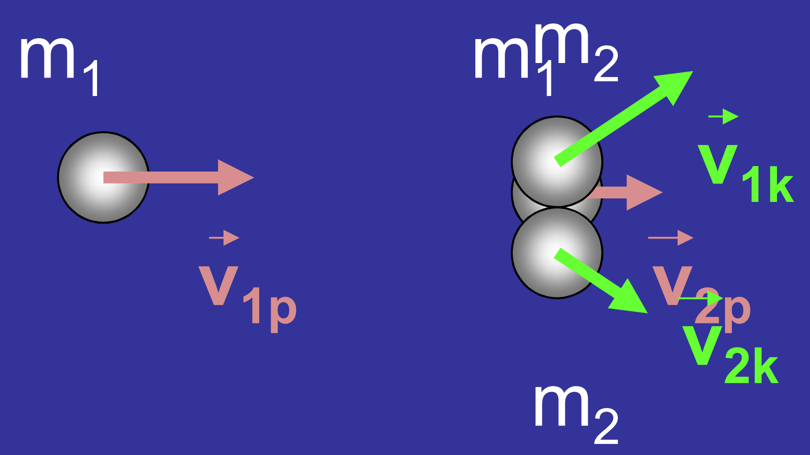
Łącząc oba etapy zadania otrzymujemy:

$$v_{1p} = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1}\sqrt{2gh}$$

Odpowiedź:

Prędkość pocisku przed zderzeniem wynosi v_{1p}=630 m/s

Zderzenie w dwóch wymiarach

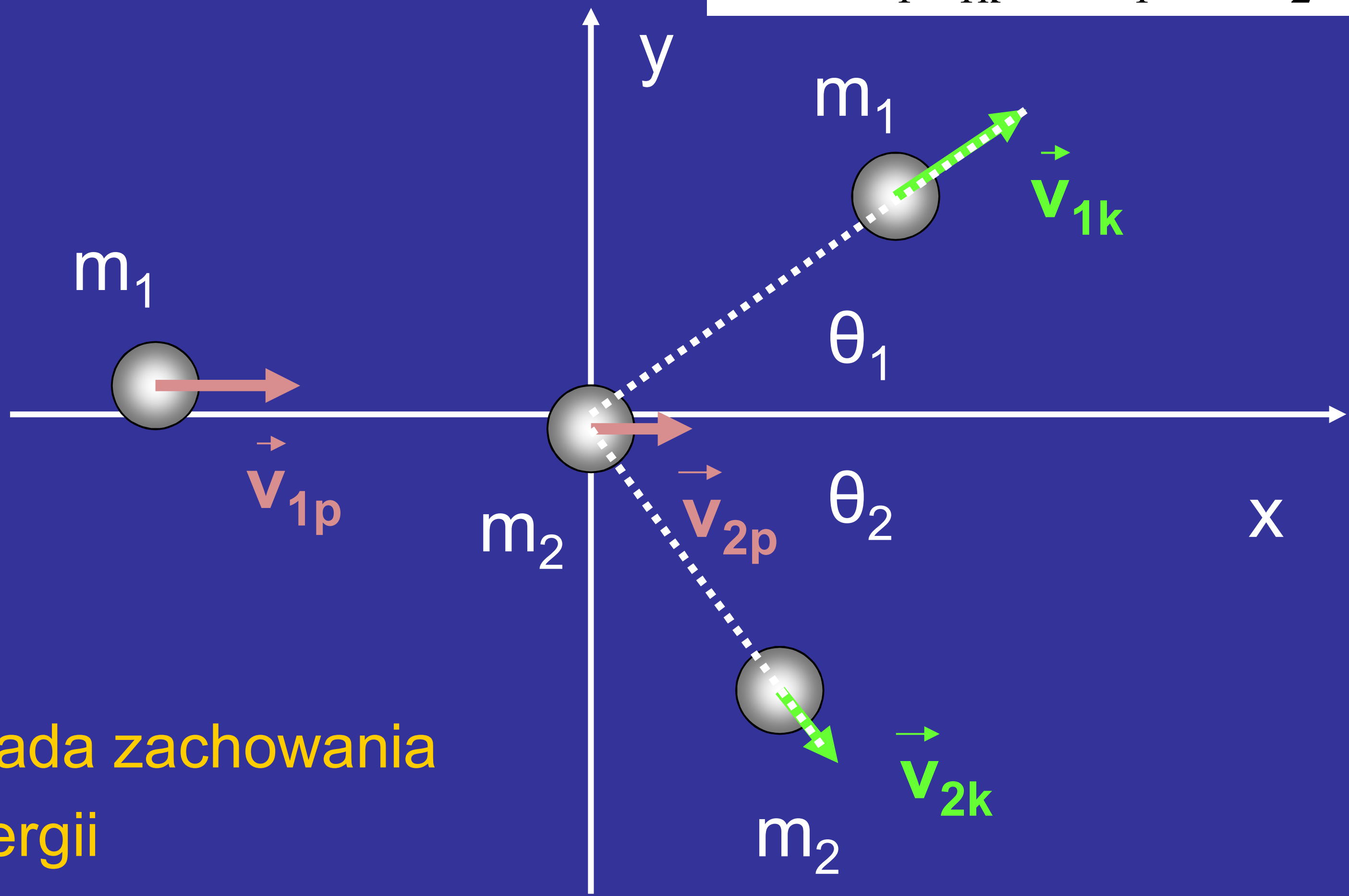


pęd wzdłuż osi x

$$m_1 v_{1p} + m_2 v_{2p} = m_1 v_{1k} \cos\theta_1 + m_2 v_{2k} \cos\theta_2$$

pęd wzdłuż osi y

$$0 = m_1 v_{1k} \sin\theta_1 - m_2 v_{2k} \sin\theta_2$$



zasada zachowania energii

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1p}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2p}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1k}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2k}^2$$

PODSUMOWANIE

- Istnieją takie wielkości fizyczne, które w pewnych warunkach nie ulegają zmianie. Poznaliśmy zasadę zachowania energii oraz pędu.
- Użytecznym punktem układu ciał jest środek masy
- Zasada zachowania pędu jest spełniona w układzie izolowanym i zamkniętym a jej dobrym przykładem są zderzenia zarówno sprężyste jak i niesprężyste
- W zderzeniach sprężystych jest spełniona zasada zachowania energii mechanicznej. Jednak spotykane w rzeczywistości zderzenia można tylko w przybliżeniu traktować jak sprężyste.