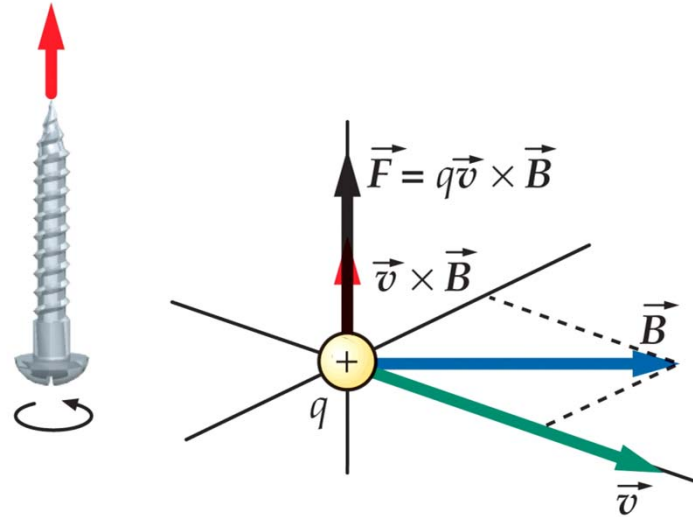


POLE MAGNETYCZNE

ŹRÓDŁA POLA MAGNETYCZNEGO

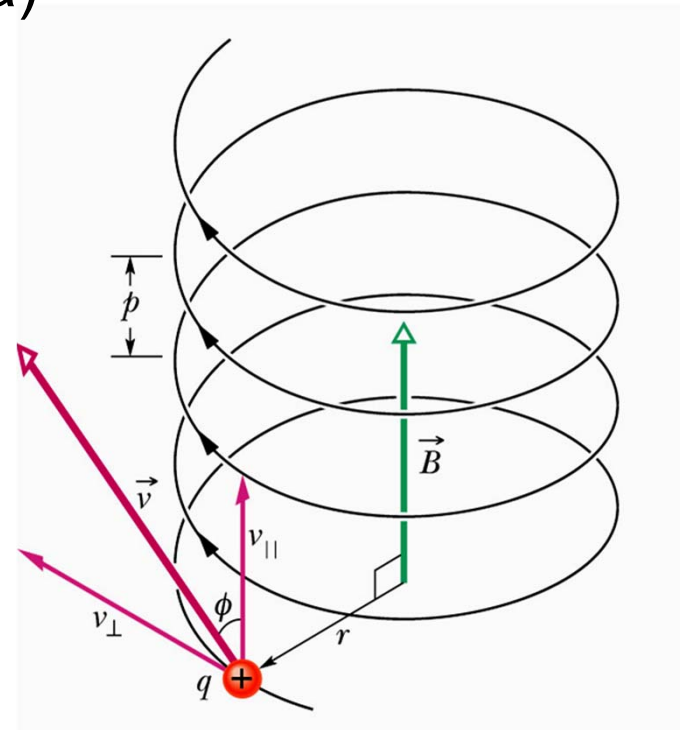
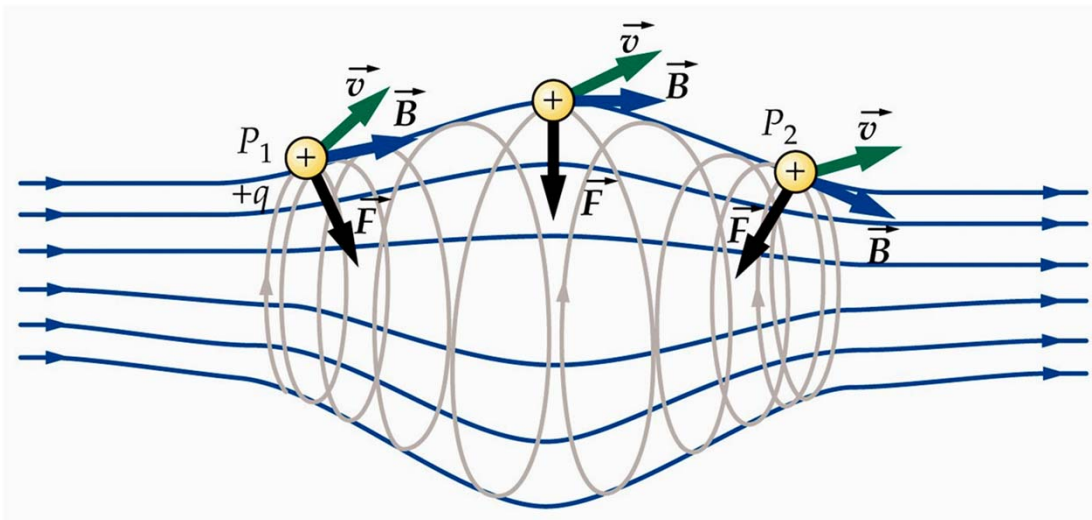
Definicja wektora indukcji pola magnetycznego

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$



Jednostką indukcji pola B jest 1T (tesla)
1T=1N/Am

Pole magnetyczne zakrzywia tor ruchu ładunku elektrycznego.

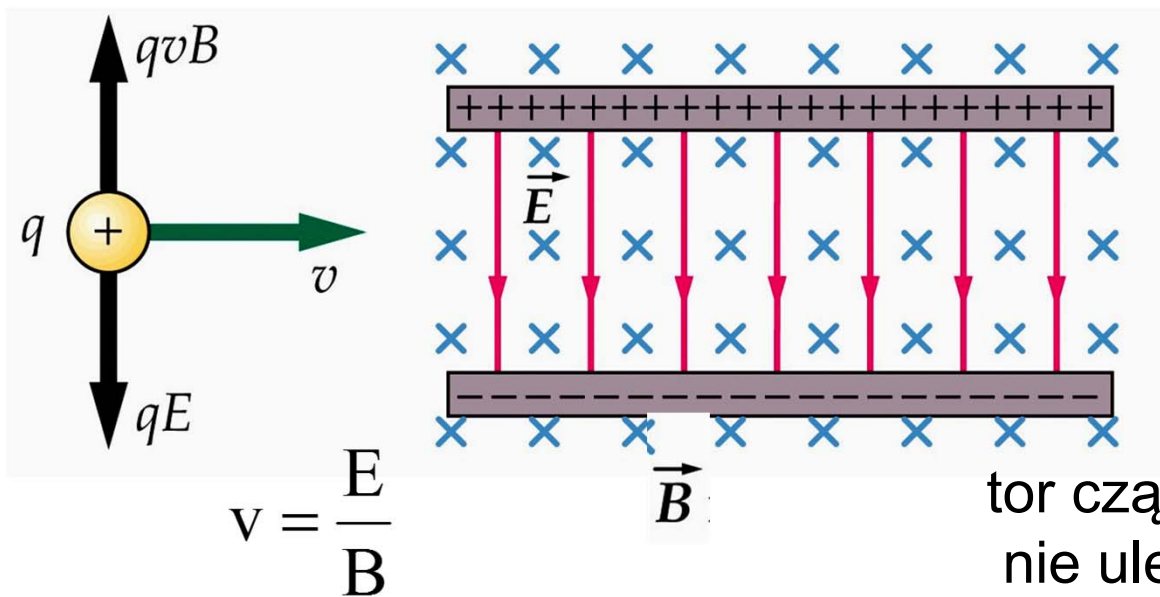


Siła Lorentza

- Siła działająca na ładunek w obszarze, w którym występują jednocześnie pole elektryczne i magnetyczne

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E})$$

Ruch w skrzyżowanych polach, tj. gdy $\vec{B} \perp \vec{E}$ jeżeli



$$\vec{v} \times \vec{B} = -\vec{E}$$

to

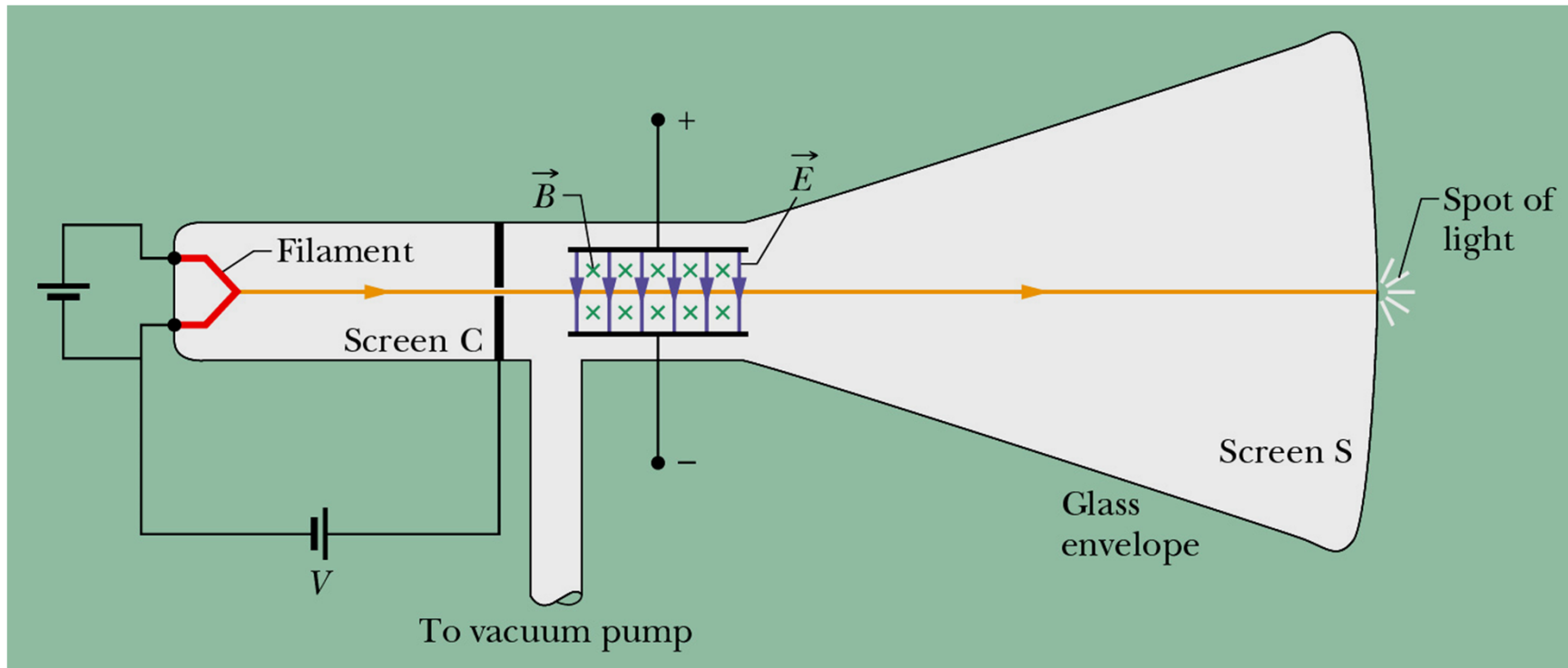
$$\vec{F} = 0$$

tor cząstki i jej prędkość
nie ulegną zmianie

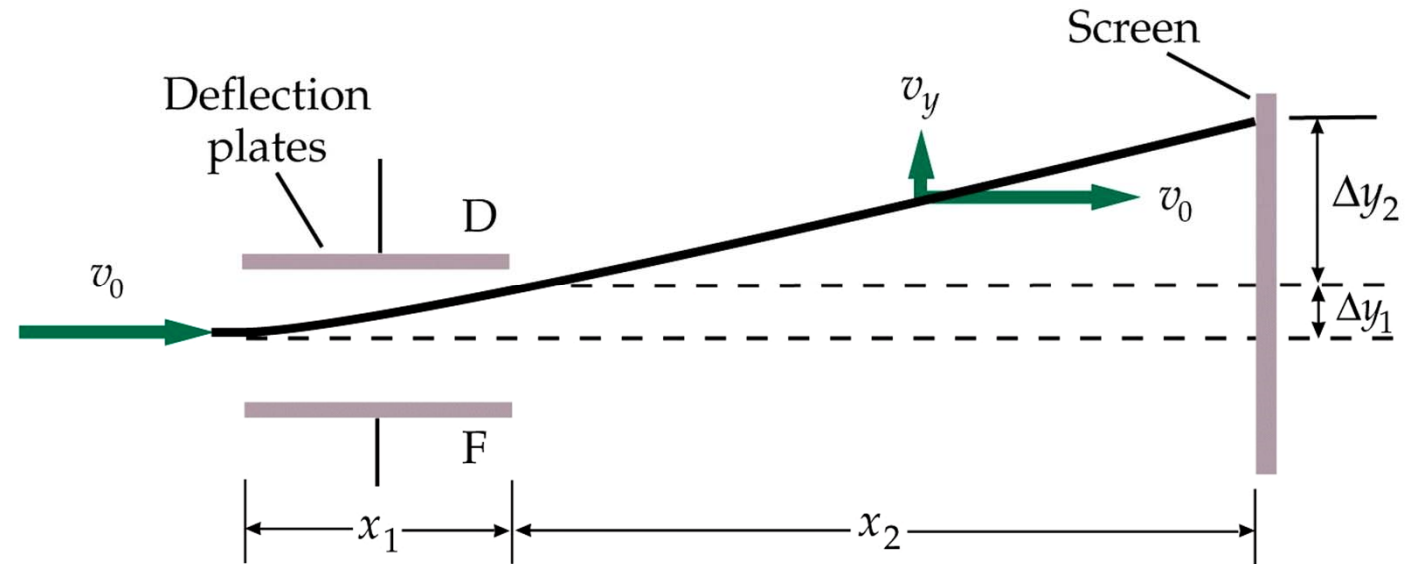
Doświadczenie Thomsona

- 1897 r. J.J. Thomson, Cambridge, wyznaczył q/m dla elektronu, odkrycie elektronu

$$\frac{q}{m} = 17,56 \cdot 10^{10} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$



Zadanie 8.1

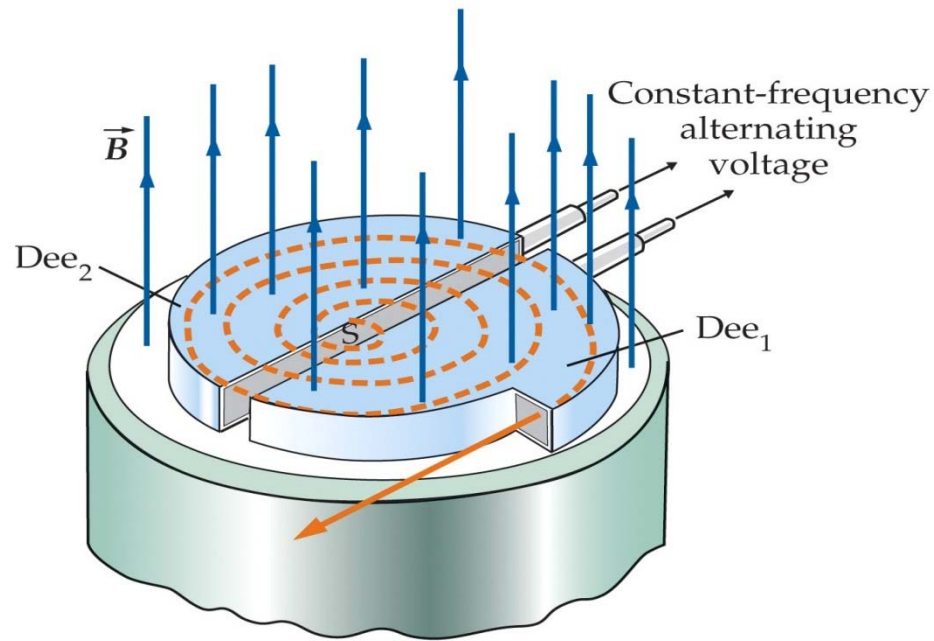


Wiązka elektronów przechodzi bez odchylenia przez lampę oscyloskopową kiedy natężenie pola elektrycznego wynosi 3000 V/m , a indukcja skrzyżowanego z nim pola magnetycznego wynosi $1,4 \text{ Gs}$; $1 \text{ Gs (gauss)} = 10^{-4} \text{ T}$. Długość płytek odchylających wynosi 4 cm , a odległość od końca płytek do ekranu wynosi 30 cm . Znajdź odchylenie wiązki na ekranie przy wyłączonym polu magnetycznym

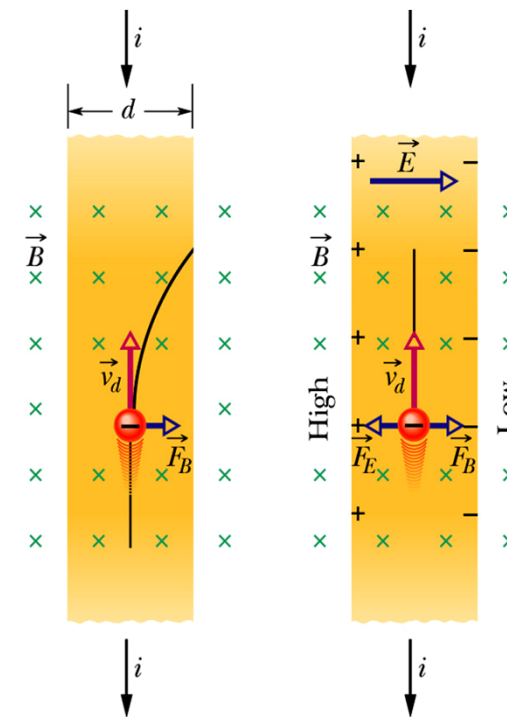
Zadanie 8.2

Na podstawie podręcznika HRW, t.3 lub innych źródeł opracować dwa tematy:

- cyklotron i synchrotron



- zjawisko Halla



Podać przykłady praktycznego wykorzystania

Definicja natężenia prądu

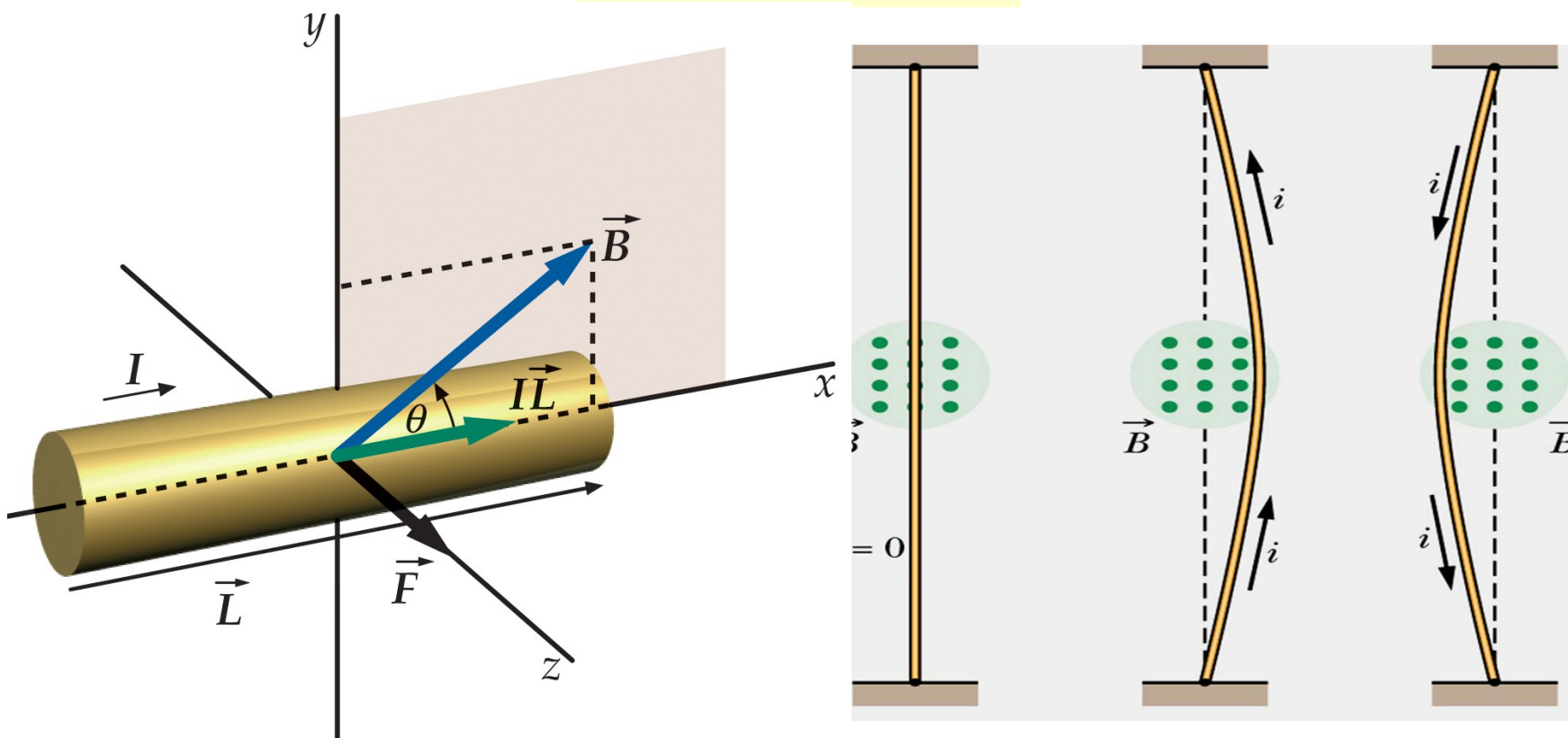
$$i = \frac{dq}{dt}$$

- ❑ Natężenie prądu jest skalarem
- ❑ Jednostką natężenia prądu jest $1\text{A}=1\text{C/s}$
(ale to nie jest definicja tej jednostki!)
- ❑ Umownie przyjmuje się, że prąd płynie tak jakby był to ruch ładunków dodatnich. W rzeczywistości prąd w metalu stanowią elektrony przewodnictwa

Siła elektrodynamiczna

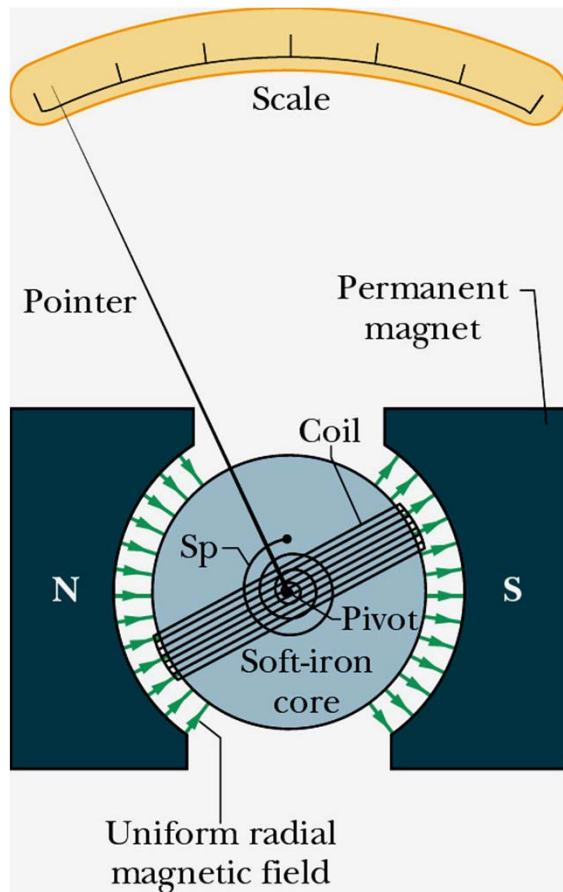
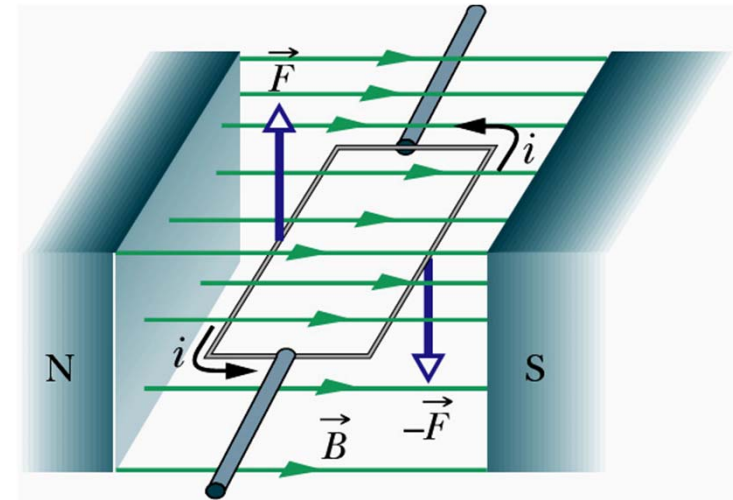
Siła działająca na przewodnik, przez który płynie prąd

$$\vec{F} = i(\vec{L} \times \vec{B})$$



Zastosowania siły elektrodynamicznej

- Silnik elektryczny – ramka z prądem w polu magnetycznym



- Analogowe mierniki – woltomierz, amperomierz, galwanometr

Na ramkę z prądem w zewnętrznym polu magnetycznym działa moment siły

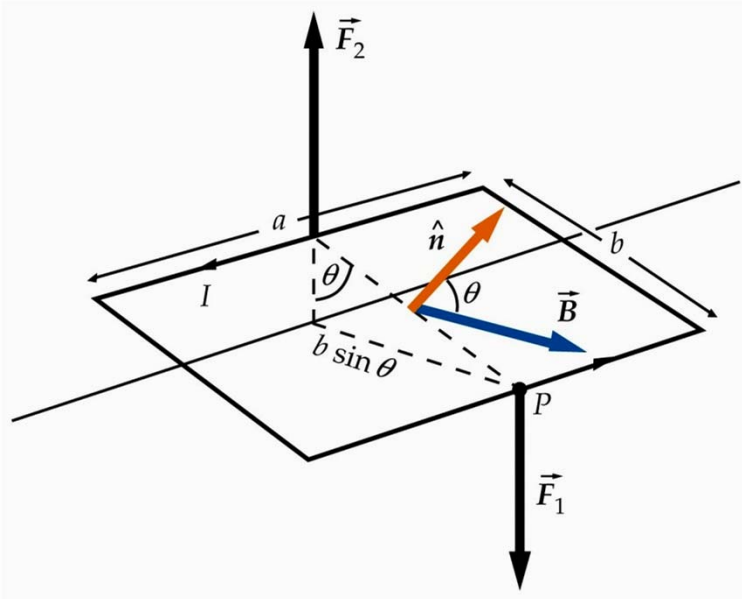
$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$\vec{\mu}$ – moment magnetyczny

Przypomnienie: dla dipola elektrycznego

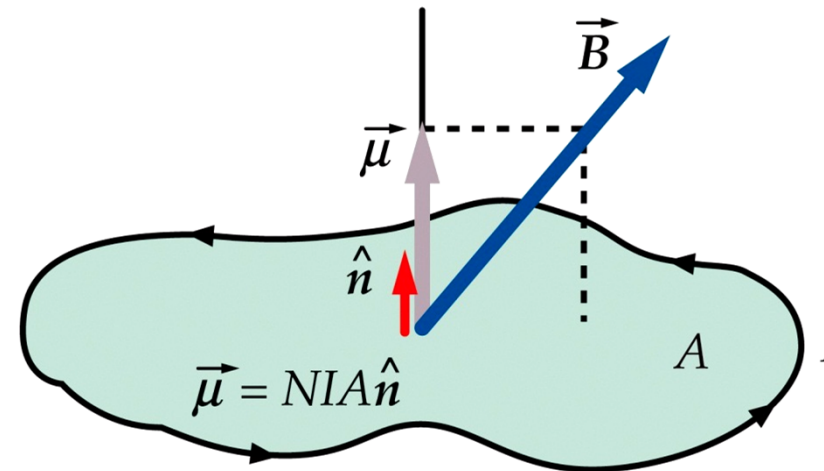
$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

Moment magnetyczny



Pod wpływem momentu siły ramka ustawia się prostopadle do kierunku wektora indukcji pola magnetycznego, tak aby $\vec{\mu} \parallel \vec{B}$

Moment magnetyczny definiowany jest dla każdego zamkniętego obwodu, przez który płynie prąd I:



$$\vec{\mu} = NIA\hat{n}$$

liczba zwojów

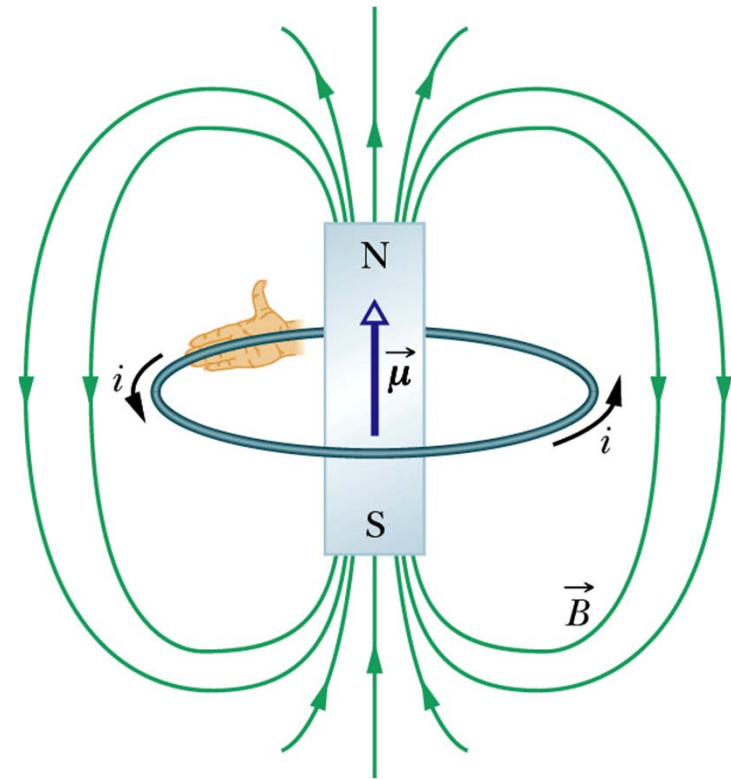
pole powierzchni

wektor jednostkowy prostopadły do powierzchni A

Dipol magnetyczny

Moment magnetyczny charakteryzuje każdy dipol magnetyczny. Dipolem magnetycznym jest nie tylko ramka (pętla, cewka), przez który płynie prąd lecz również:

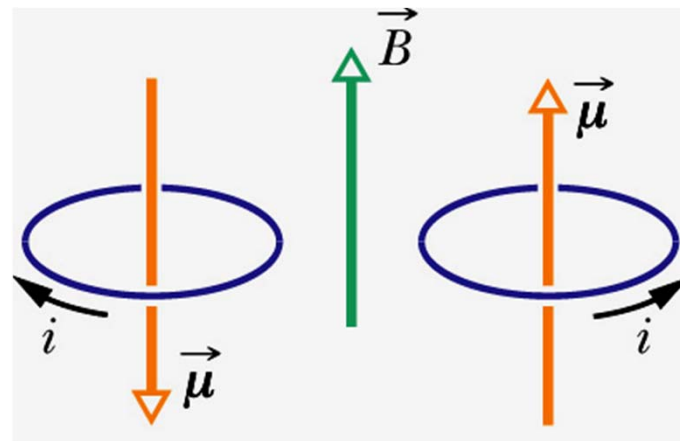
- magnes sztabkowy ($\mu \approx 5 \text{ J/T}$)
- Ziemia (w przybliżeniu) $\mu \approx 8,0 \cdot 10^{22} \text{ J/T}$
- większość cząstek elementarnych, np. elektron ($\mu \approx 9,3 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$), proton ($\mu \approx 1,4 \cdot 10^{-26} \text{ J/T}$), neutron



Energia potencjalna E_p dipola magnetycznego z zewnętrznym polu magnetycznym:

$$E_p = -\vec{\mu} \circ \vec{B}$$

najwyższa
energia E_p

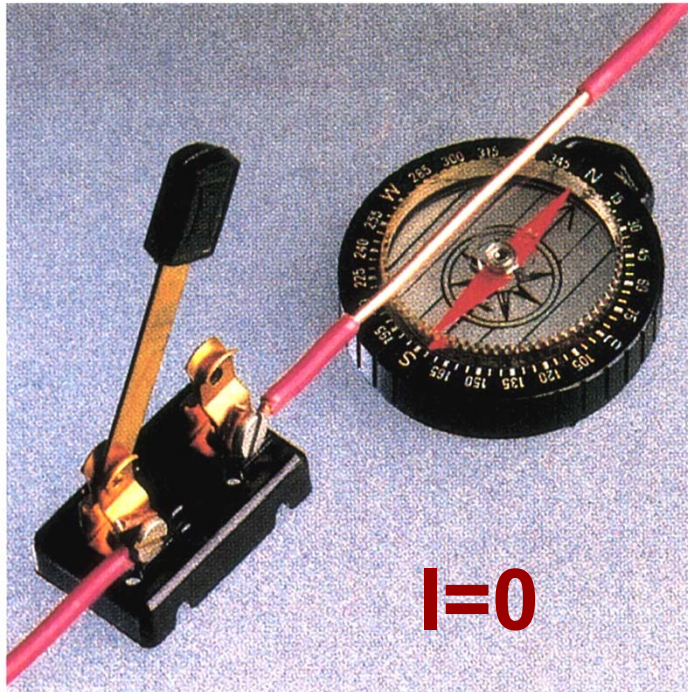


najniższa
energia E_p

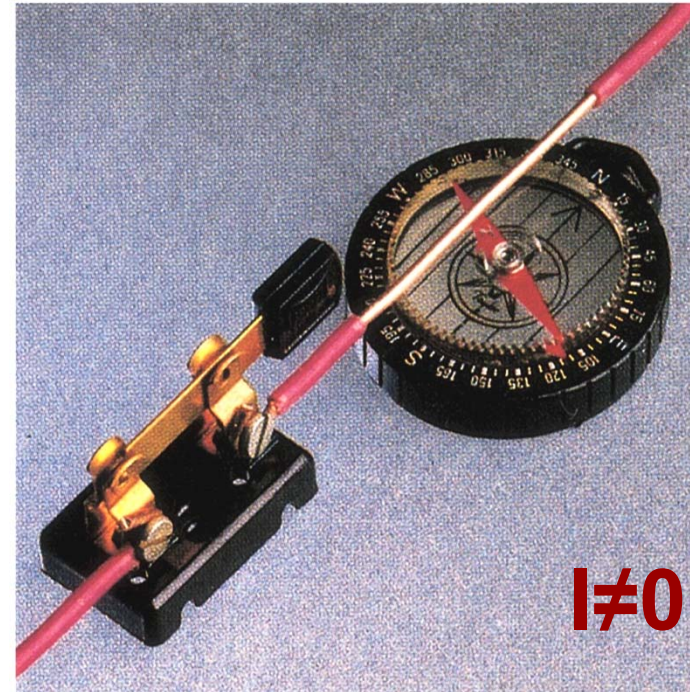
Przypomnienie: dla dipola elektrycznego w zewnętrznym polu elektrycznym

$$E_p = -\vec{p} \circ \vec{E}$$

Prąd elektryczny jako źródło pola magnetycznego - doświadczenie Oersteda (1819-1820)



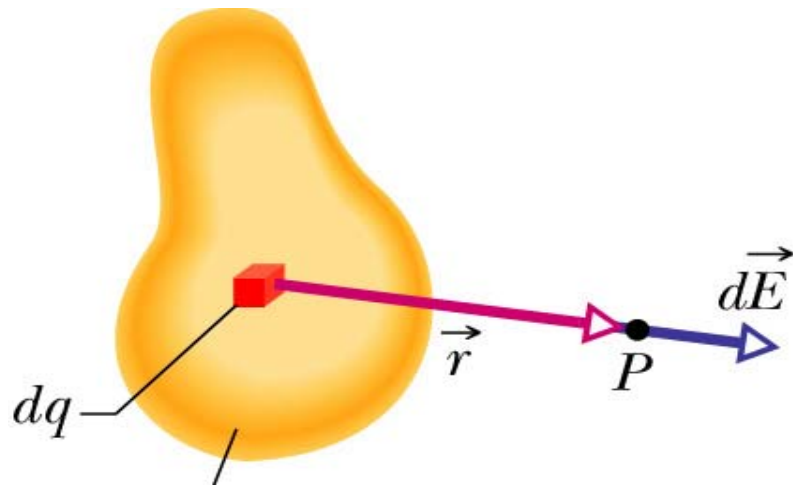
Kiedy przez przewodnik nie płynie prąd, igła ustawia się wzdłuż kierunku pola magnetycznego ziemskiego



Kiedy przez przewodnik płynie prąd, igła odchyła się od kierunku pola magnetycznego Ziemi.

Dlaczego?

PRAWO BIOTA-SAVARTA



Rozkład ładunku

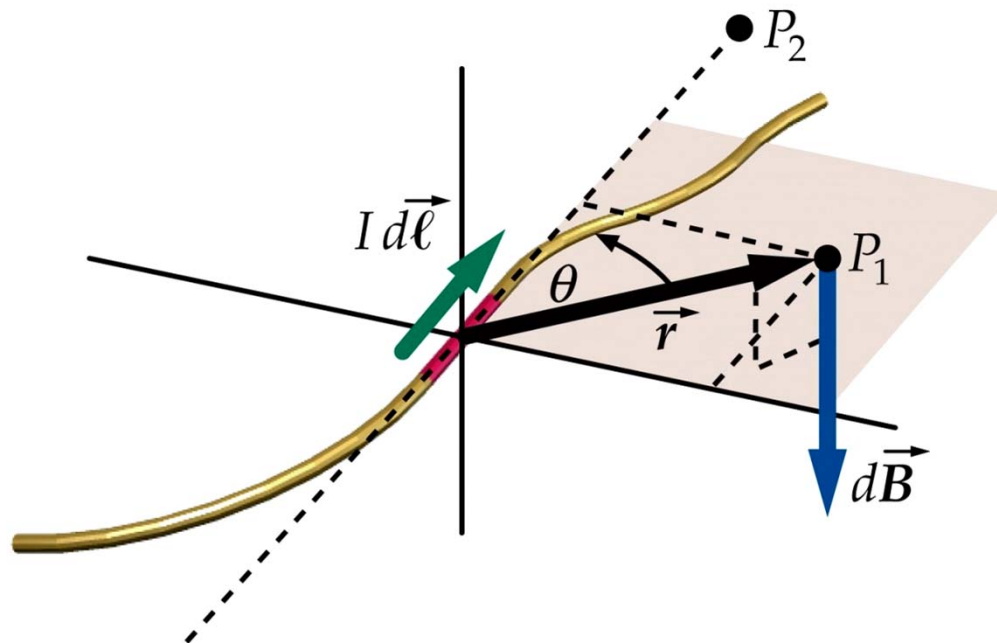
Prawo Coulomba

Zasada superpozycji

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

Prawo Biota-Savarta

Zasada superpozycji



Przykład 8.1

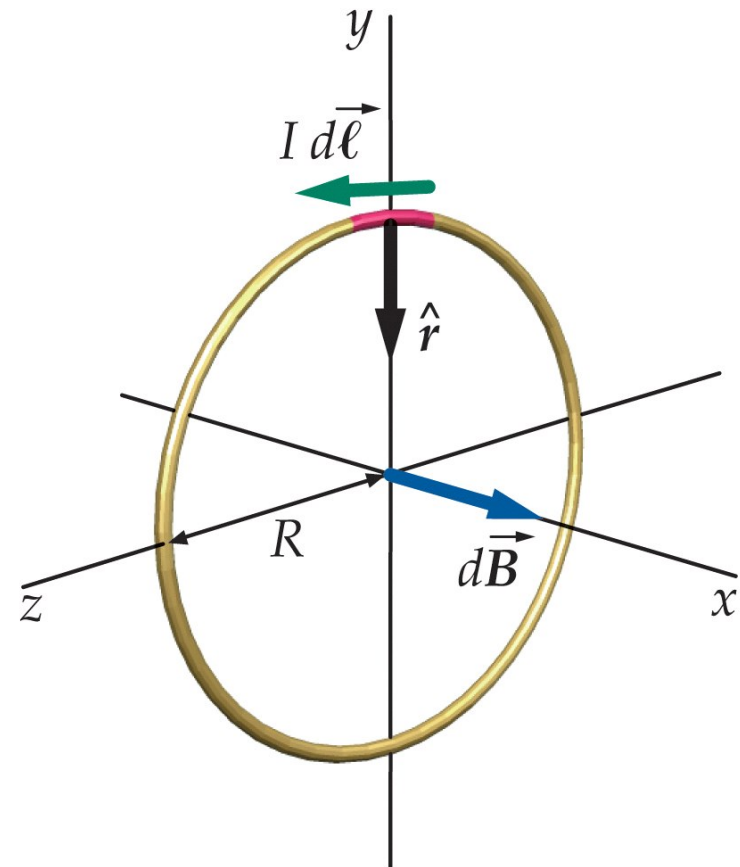
Znaleźć wektor indukcji pola magnetycznego w środku pętli o promieniu R , przez którą płynie prąd o natężeniu I .

Z prawa Biota-Savarta

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin\theta}{R^2} \quad \theta = 90^\circ$$

$$B = \oint dB = \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \underbrace{\oint dl}_{2\pi R}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$



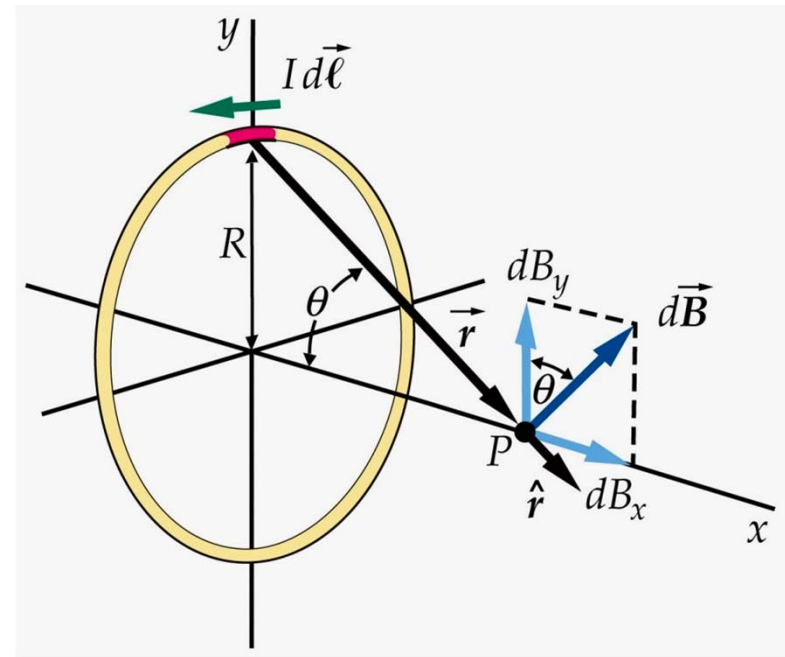
Zadanie domowe 8.3

Pokazać, że (a) wartość wektora indukcji pola magnetycznego w punkcie P na osi pętli z prądem wynosi

$$B_x = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

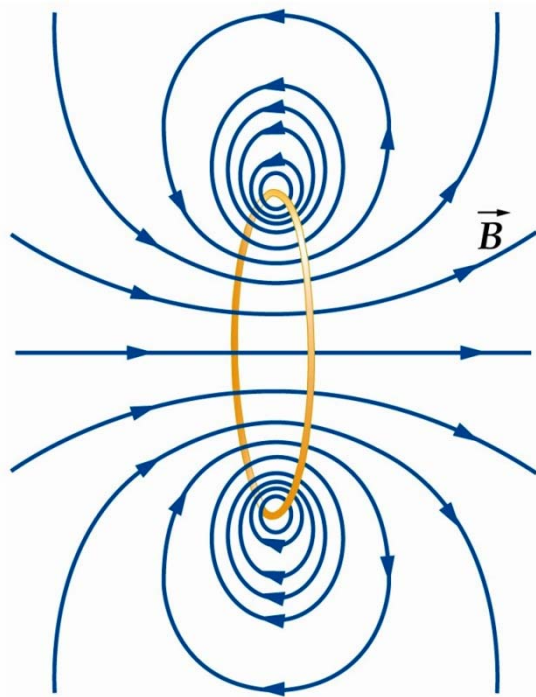
(b) a w dużej odległości od środka pętli $x \gg R$

$$B_x = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mu}{|x|^3}$$



Pętla z prądem zachowuje się jak dipol magnetyczny – wniosek z zadania 8.3

Pętla z prądem wytwarza pole magnetyczne jak dipol magnetyczny w dużych odległościach (pole magnetyczne zanika z odległością jak x^{-3} , podobnie jak dla dipola elektrycznego)



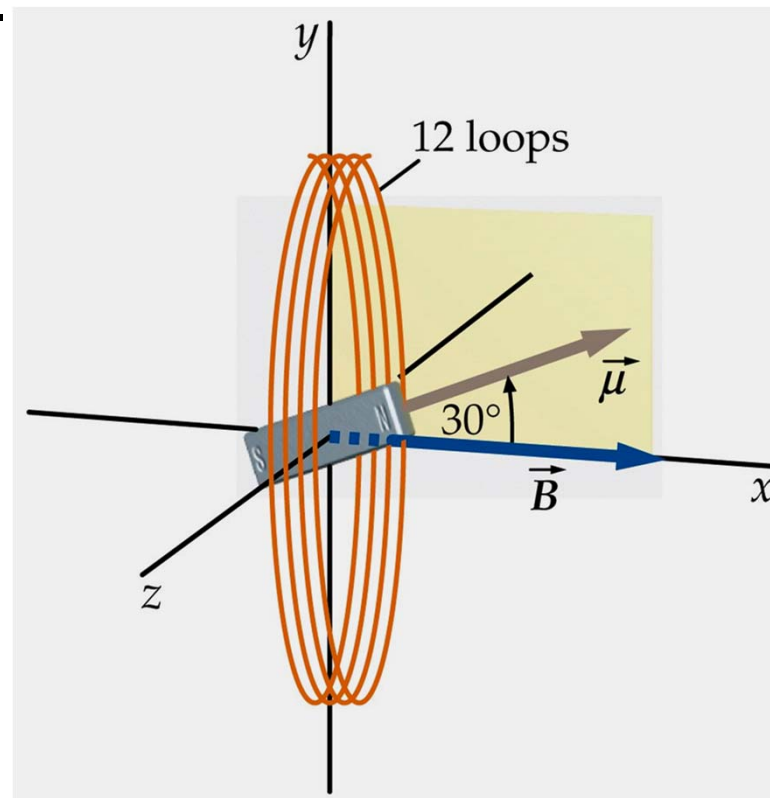
Zadanie domowe 8.4

Pętla kołowa o promieniu $r=5$ cm ma 12 zwojów. Przez pętlę płynie prąd o natężeniu 4A. Układ odniesienia wybrano tak, że pętla leży w płaszczyźnie YZ ($x=0$) a początek układu odniesienia leży w środku pętli. Znaleźć wartość indukcji pola magnetycznego na osi x dla:

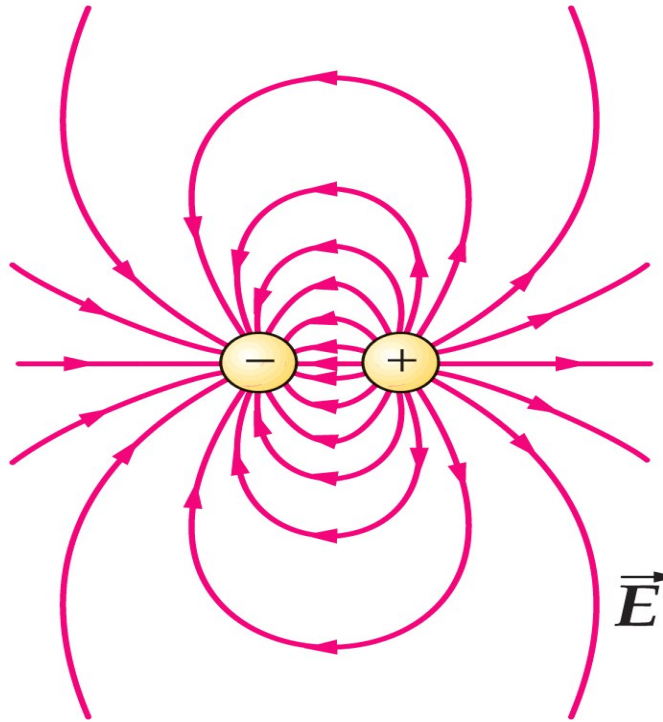
- (a) $x=0$
- (b) $x=3$ cm
- (c) $x=15$ cm
- (d) $x=3$ cm w przybliżeniu dipolowym

Zadanie domowe 8.5

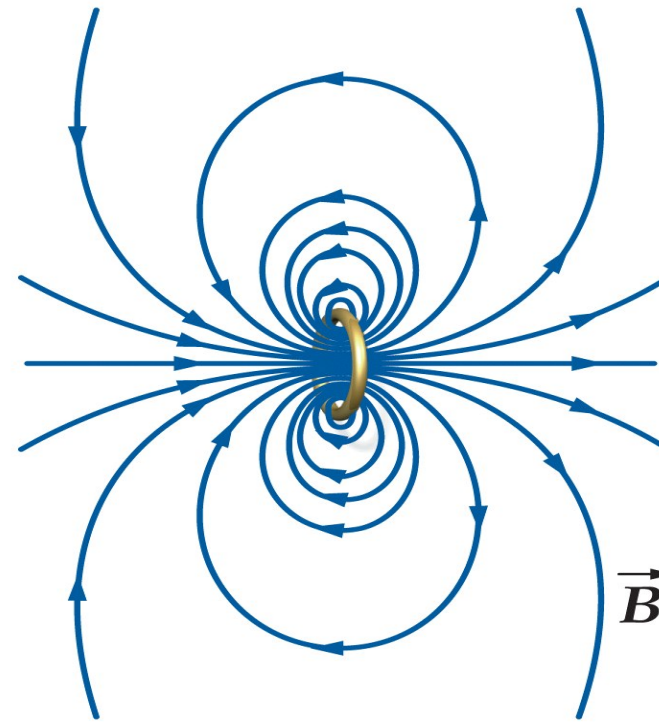
Mały magnes sztabkowy o momencie magnetycznym μ jest umieszczony w środku pętli z poprzedniego zadania. Wektor momentu magnetycznego leży w płaszczyźnie XY i tworzy kąt 30° z osią OX. Znaleźć wektor momentu siły działającego na magnes. Zaniedbać efekty związane ze zmianami pola magnetycznego w obszarze zajmowanym przez magnes.



Pole magnetyczne a elektryczne -podobieństwa i różnice

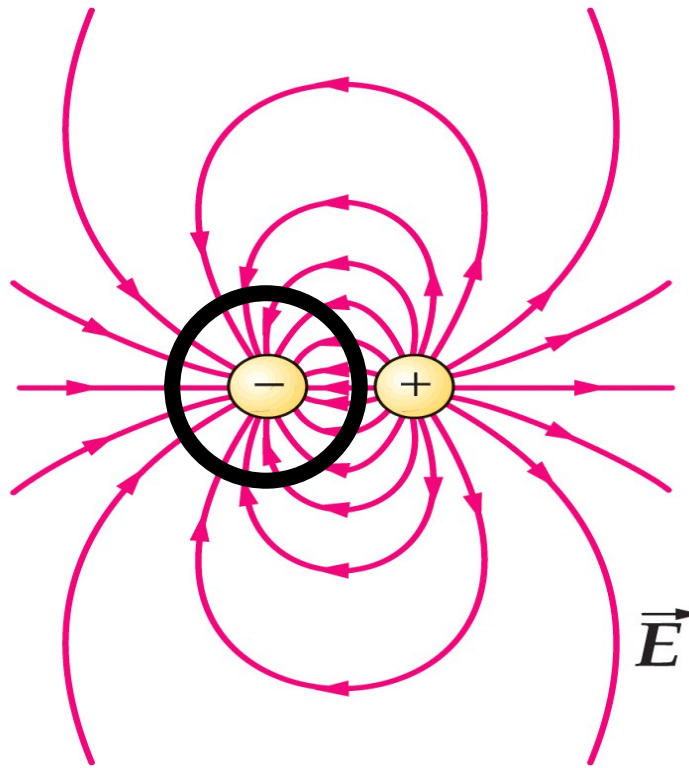


Linie pola elektrycznego zaczynają się i kończą na ładunku elektrycznym



Linie pola magnetycznego tworzą zamknięte pętle. Na niczym się nie zaczynają i nie kończą

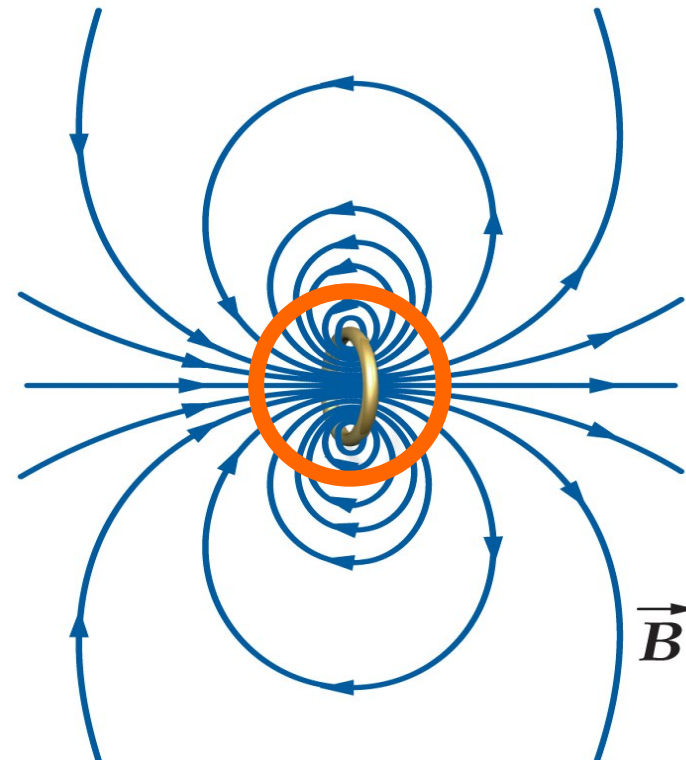
PRAWO GAUSSA



Istnieje
pojedynczy
ładunek
punktowy –
monopol
elektryczny

$$\oint_S \vec{E} \circ d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$



$$\oint_S \vec{B} \circ d\vec{A} = 0 \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

Brak monopoli magnetycznych.
Magnes czy pętla z prądem
stanowią dipol magnetyczny

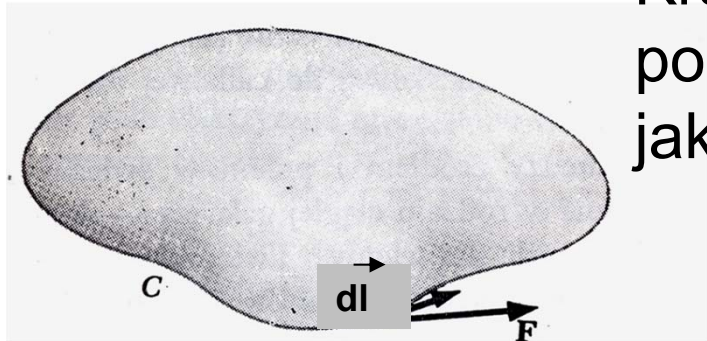
Prawo Gaussa dla pola magnetycznego jest jednym z równań Maxwella.

Jego treścią jest fakt, że pole magnetyczne jest **bezzródłowe**. Strumień pola magnetycznego przez powierzchnię zamkniętą jest zawsze równy zeru. Nie można wyodrębnić pojedynczego bieguna magnetycznego – **nie istnieją monopole magnetyczne**.

$$\Phi_B = \oint_S \vec{\mathbf{B}} \circ d\vec{\mathbf{A}} = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{\mathbf{B}} = 0$$

KRĄŻENIE POLA WEKTOROWEGO



Krażenie (cyrkulacja) pola wektorowego \vec{F} po konturze zamkniętej jest zdefiniowane jako całka krzywoliniowa:

$$\Gamma = \oint_C \vec{F} \circ d\vec{l}$$

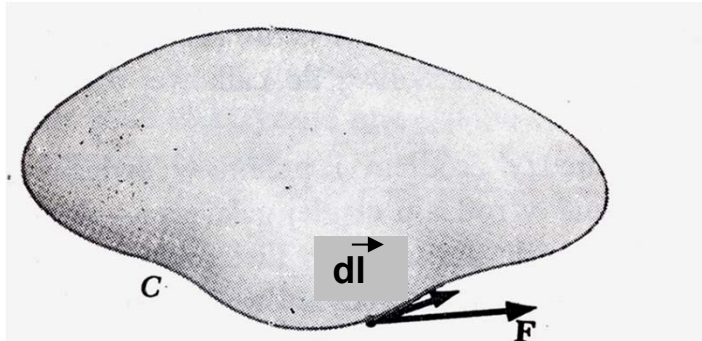
$d\vec{l}$ element drogi całkowania ma kierunek styczny do krzywej C w danym punkcie

→
Jeżeli \vec{F} jest siłą, to krażenie Γ ma sens fizyczny pracy.

→
Jeżeli \vec{F} jest siłą zachowawczą (pole elektrostatyczne, grawitacyjne), to $\Gamma=0$.

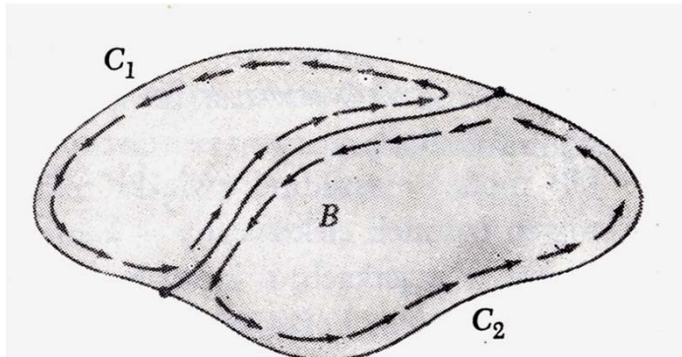
Krzywa C ogranicza pewną powierzchnię zamkniętą rozpiętą na tej krzywej.

ROTACJA POLA



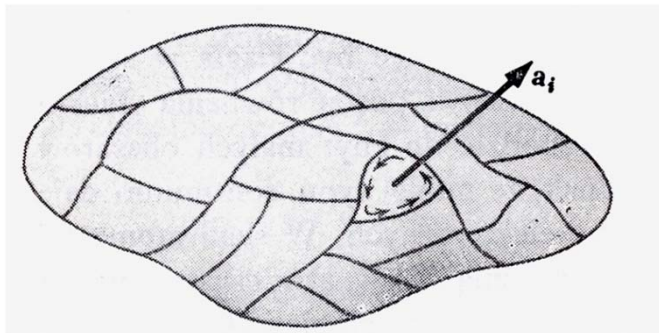
$$\Gamma = \oint_C \vec{F} \circ d\vec{I}$$

Prowadząc krzywą B tworzymy dwa zamknięte kontury C_1 i C_2 takie, że:



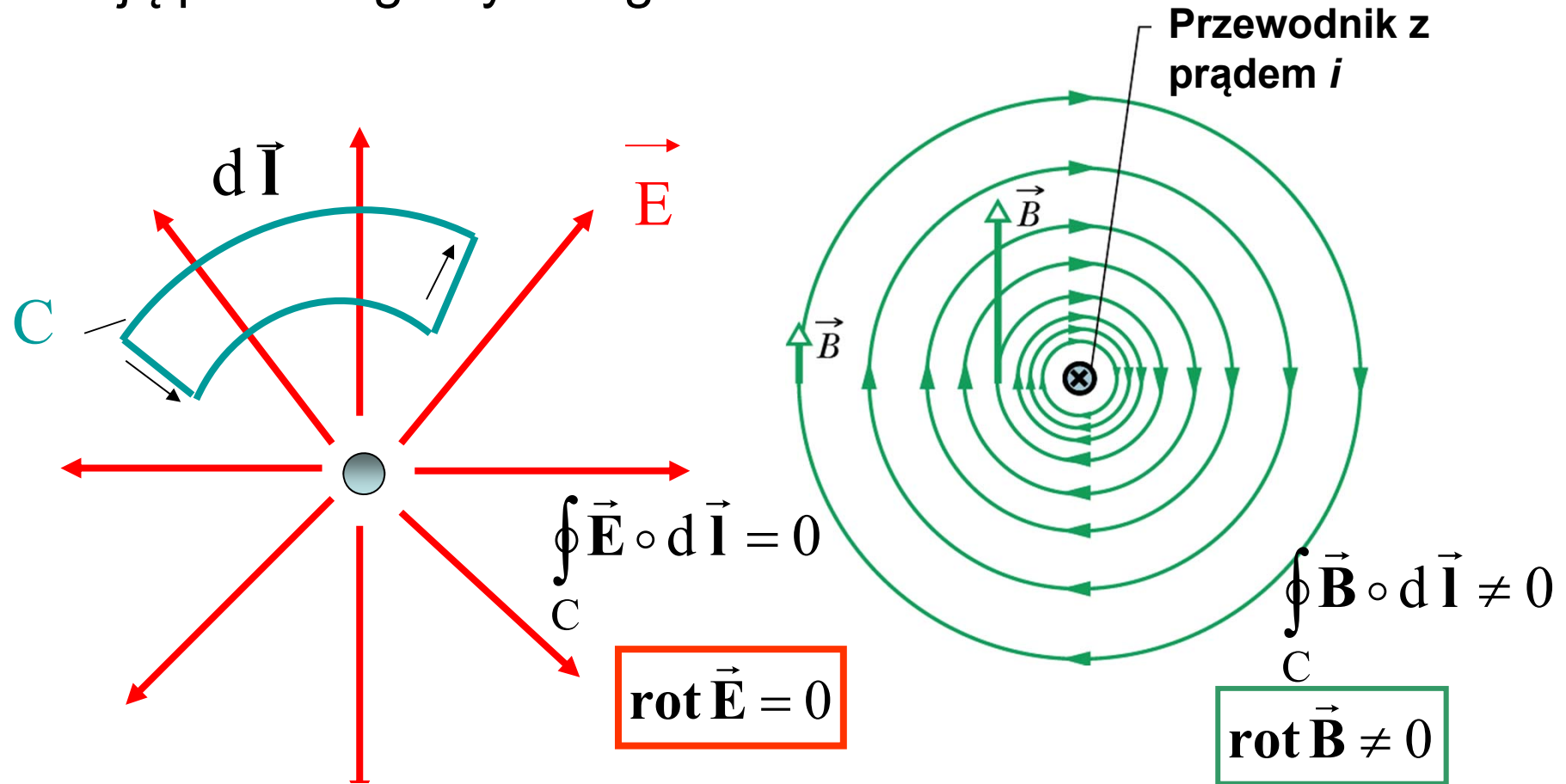
$$\oint_C \vec{F} \circ d\vec{I} = \oint_{C_1} \vec{F} \circ d\vec{I} + \oint_{C_2} \vec{F} \circ d\vec{I}$$

definicja operatora rotacji



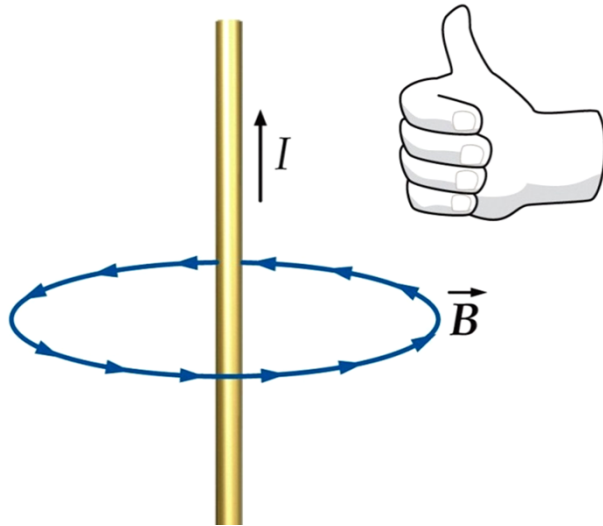
$$(\text{rot } \vec{F}) \circ \hat{n} = \lim_{a_i \rightarrow 0} \frac{\oint_{C_i} \vec{F} \circ d\vec{I}}{a_i}$$

Pytanie: Pole elektrostatyczne jest polem **bezwirowym** (rotacja pola jest równa zero w każdym jego punkcie). A co z rotacją pola magnetycznego?



Odpowiedź: Istotnie, pole magnetyczne jest polem wirowym. To określa prawo Ampère'a.

Prawo Ampère'a

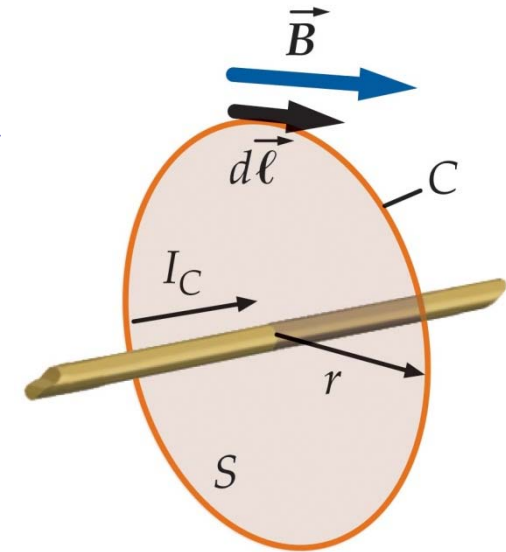


$$\oint_C \vec{B} \circ d\vec{l} = \mu_0 I_C$$

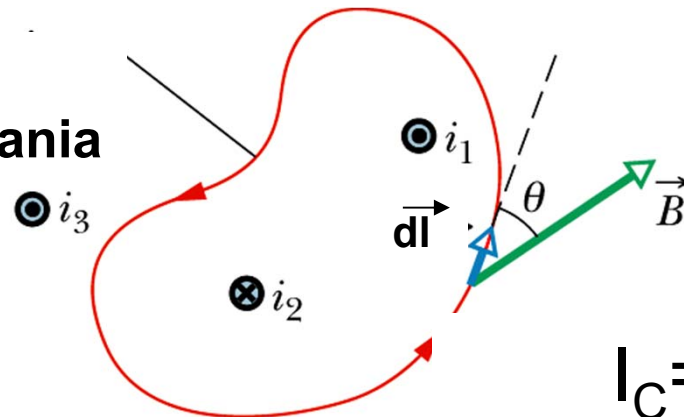
krążenie pola magnetycznego prąd wewnątrz konturu całkowania C

μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni, stała uniwersalna

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A}$$



kontur całkowania



$$I_C = i_1 - i_2 \quad 26$$

Twierdzenie Stokes'a

- Wiąże krążenie wektora po krzywej C z rotacją w punkcie, podobnie jak twierdzenie Gaussa-Ostrogradskiego wiązało strumień pola przez powierzchnię z dywergencją w punkcie

$$\oint_C \vec{F} \circ d\vec{l} = \iint_S (\text{rot } \vec{F}) \circ d\vec{a}$$

całka powierzchniowa, po powierzchni S ograniczonej krzywą C

- Prawo Ampère'a w postaci różniczkowej

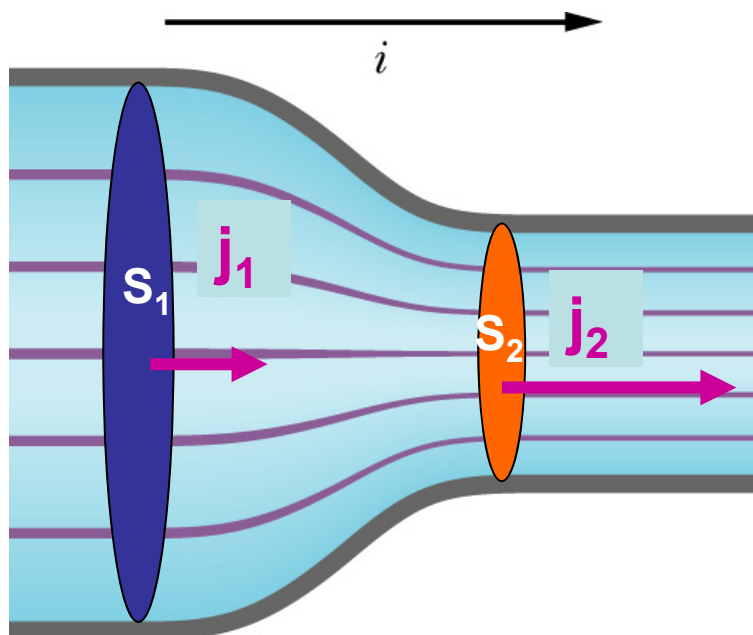
$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$



gęstość prądu

Gęstość prądu

- Gęstość prądu jest to wektor, którego wartość równa jest natężeniu prądu przepływającemu przez element pola przekroju powierzchni na jednostkę pola tej powierzchni



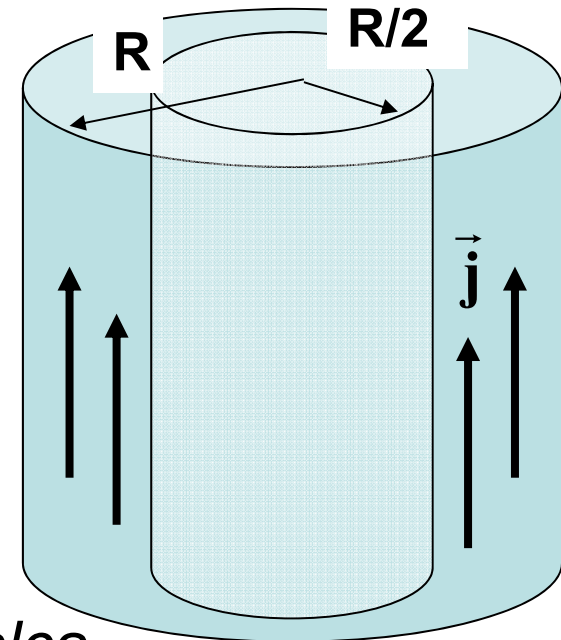
$$\mathbf{j} = \frac{di}{dS}$$

$$i = \int \overbrace{\mathbf{j} \circ d\vec{S}}^{\text{strumień}}$$

Wartość natężenia prądu pozostaje stała, zmienia się gęstość prądu – prawo ciągłości przepływu, zasada zachowania ładunku

Przykład 8-2

Gęstość prądu w przewodniku o kształcie walca o promieniu $R = 2 \text{ mm}$ jest jednakowa na całym przekroju przewodnika i równa $j = 2 \cdot 10^5 \text{ A/m}^2$. Ile wynosi natężenie prądu, przepływającego przez zewnętrzną warstwę przewodnika, w obszarze pomiędzy $R/2$ i R ?



Rozwiązanie:

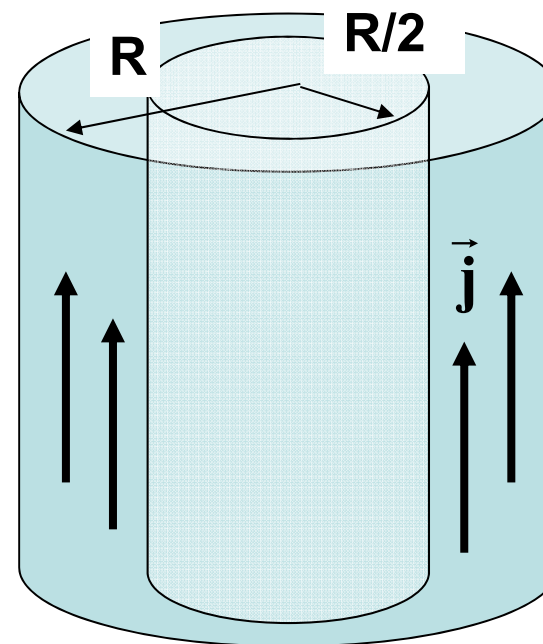
$i = jS'$ bo $j = \text{const}$ na całym przekroju walca

$$S' = \pi R^2 - \pi \left(\frac{R}{2} \right)^2 = \frac{3\pi}{4} R^2$$

Odpowiedź: $i = 1,9 \text{ A}$

Przykład 8-3

Założmy, że gęstość prądu w przewodniku o kształcie walca o promieniu $R = 2 \text{ mm}$ nie jest jednakowa na całym przekroju przewodnika i zmienia się z odległością r od środka walca zgodnie ze wzorem $j = \alpha r^2$, gdzie $\alpha = 3 \cdot 10^{11} \text{ A/m}^4$. Ile wynosi natężenie prądu, przepływającego przez zewnętrzną warstwę przewodnika, w obszarze pomiędzy $R/2$ i R ?



Rozwiązanie:

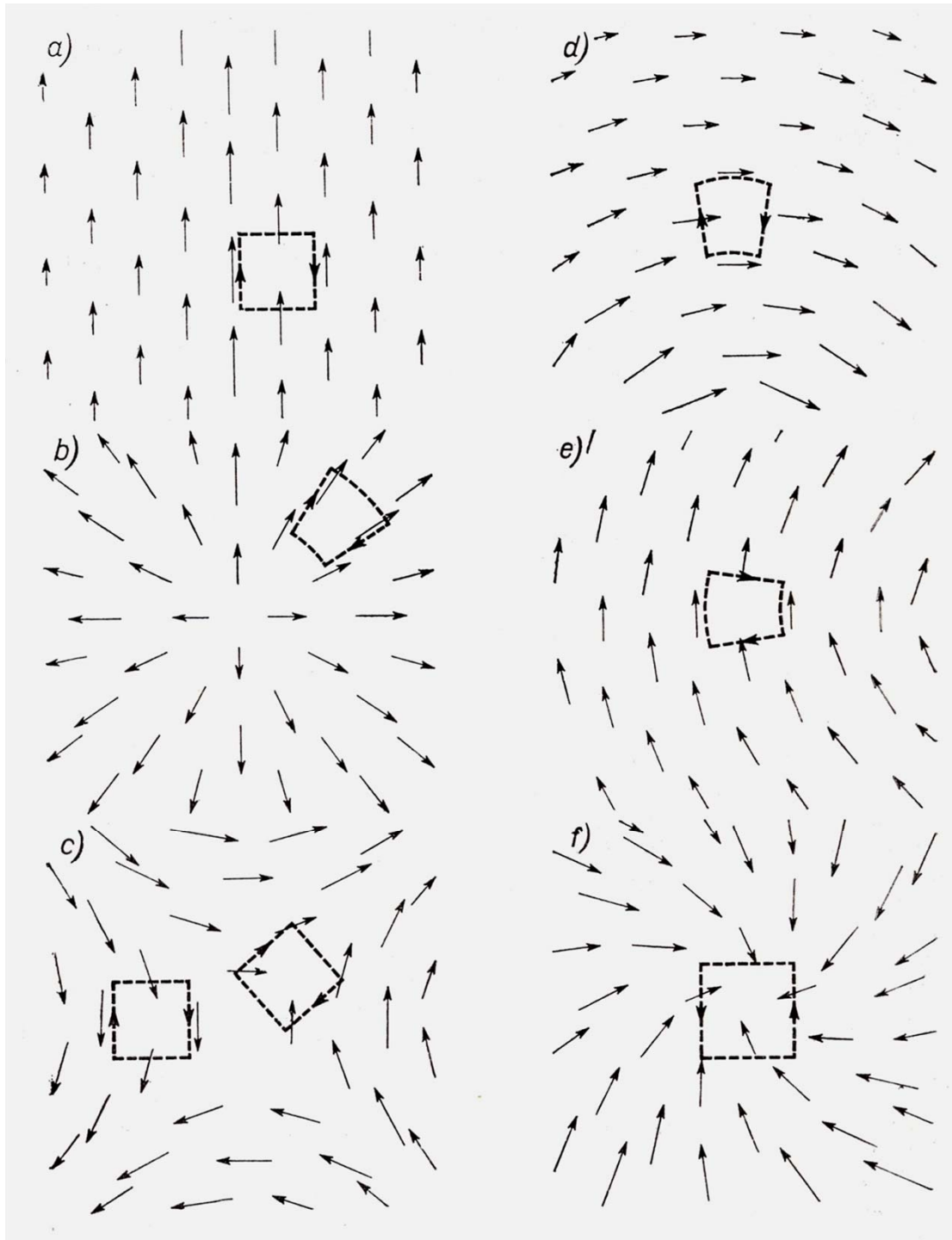
$$i = \int \vec{j} \cdot d\vec{S} = \int j dS = \int_{R/2}^R \alpha r^2 2\pi r dr$$

Odpowiedź:

$$i = \frac{15}{32} \pi \alpha R^4 \quad i = 7,1 \text{ A}$$

Zadanie domowe 8.6

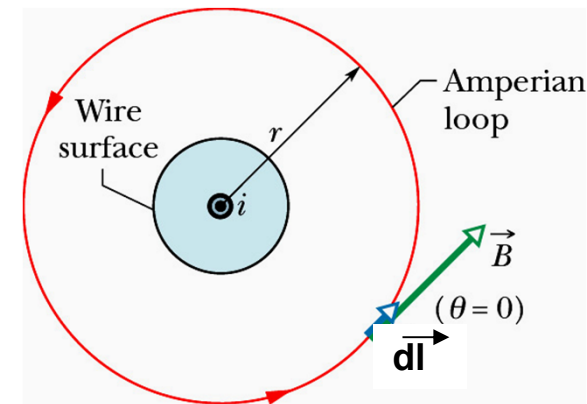
Cztery z przedstawionych pól wektorowych mają znikającą dywergencję w przedstawionym obszarze. Trzy z nich mają znikającą rotację. Czy możecie ocenić, które z pól mają omawiane własności?



Zastosowania prawa Ampère'a

- pole magnetyczne wokół przewodnika prostoliniowego

$\vec{B} \parallel d\vec{l}$ $B = \text{const}$ na krzywej C
(kontur całkowania jest okręgiem)



krążenie wektora indukcji magnetycznej po okręgu o promieniu r

$$\oint_C \vec{B} \circ d\vec{l} = B \oint_C dl = 2\pi r B$$

korzystając z prawa Ampère'a

$$2\pi r B = \mu_0 i$$

Odpowiedź:

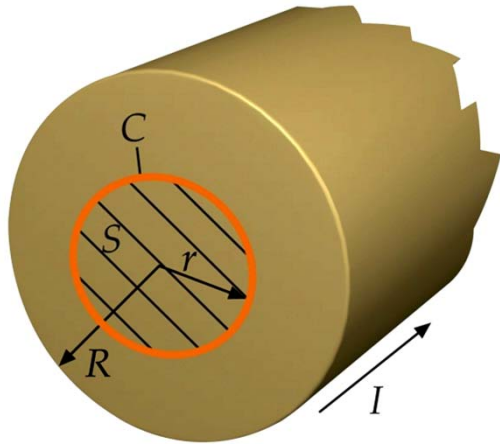
$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

Zadanie domowe 8.7

Ten sam rezultat można otrzymać poprzez żmudne całkowanie, korzystając z prawa Biota-Savarta. Proszę spróbować, aby móc docenić prawo Ampère'a. Odpowiednie obliczenia znajdziemy w Rozdz.30, &30.1 podręcznika HRW, t. 3.

Zastosowania prawa Ampère'a

- pole magnetyczne wewnątrz przewodnika o promieniu R , przez który płynie prąd I ($r < R$)



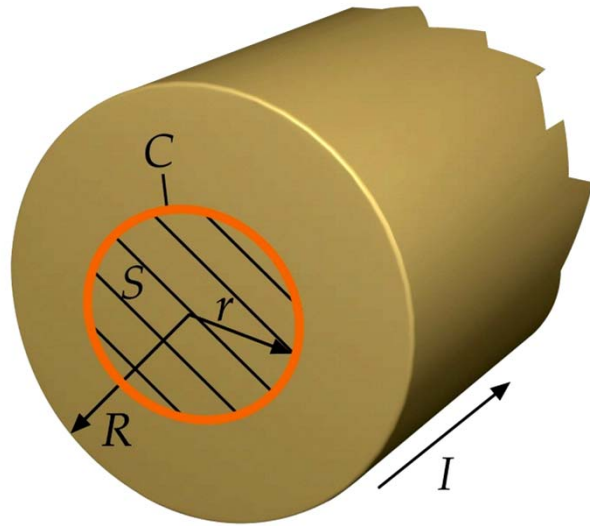
krążenie wektora indukcji magnetycznej po okręgu o promieniu r wyraża się tym samym wzorem dla $r < R$ i $r > R$

$$\oint_C \vec{\mathbf{B}} \circ d\vec{\mathbf{l}} = 2\pi r B$$

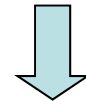
trzeba znaleźć natężenie prądu I_C wewnątrz konturu

gęstość prądu j jest stała

$$j = \frac{I_C}{\pi r^2} = \frac{I}{\pi R^2}$$



$$j = \frac{I_C}{\pi r^2} = \frac{I}{\pi R^2}$$



$$I_C = \frac{I}{R^2} r^2$$

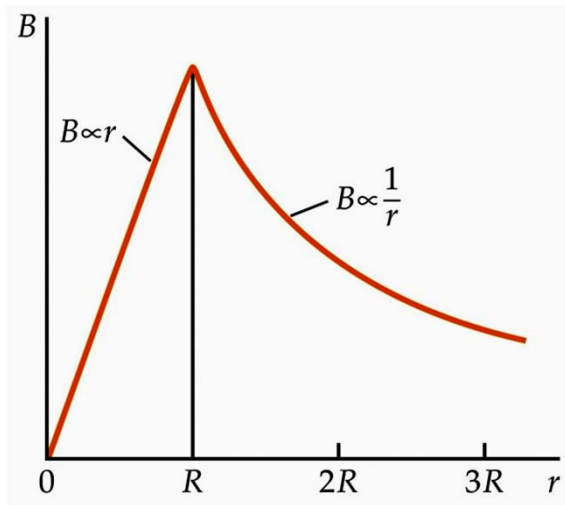
z prawa Ampère'a

$$\oint_C \vec{B} \circ d\vec{l} = \mu_0 I_C$$

$$2\pi Br = \mu_0 \frac{I}{R^2} r^2$$

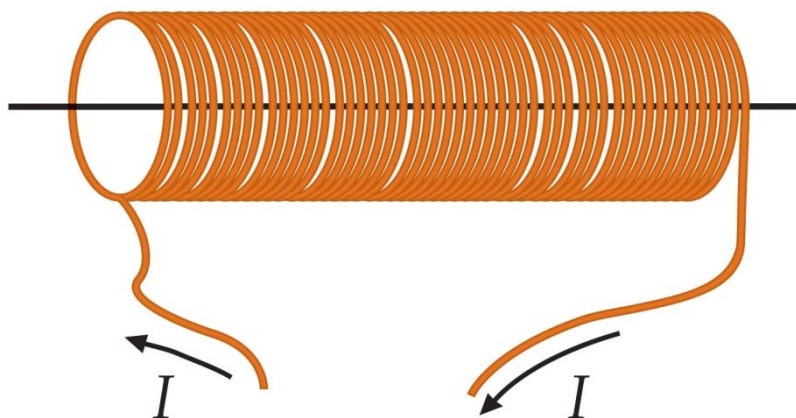
Odpowiedź:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$$

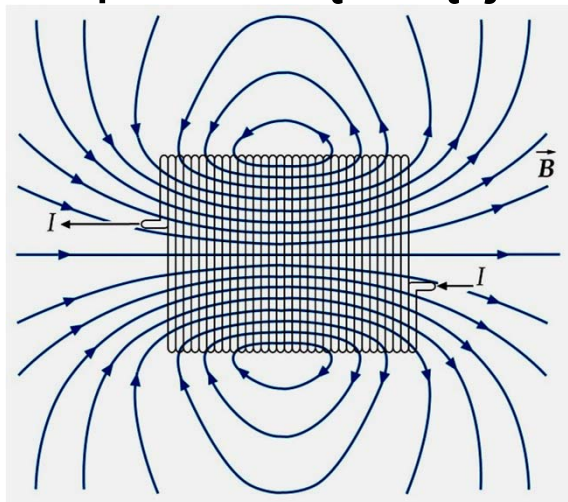


Zastosowania prawa Ampère'a

- pole magnetyczne wewnątrz solenoidu



Solenoid wytwarza jednorodne pole magnetyczne i pełni podobną rolę jak kondensator płaski w elektrostatyce



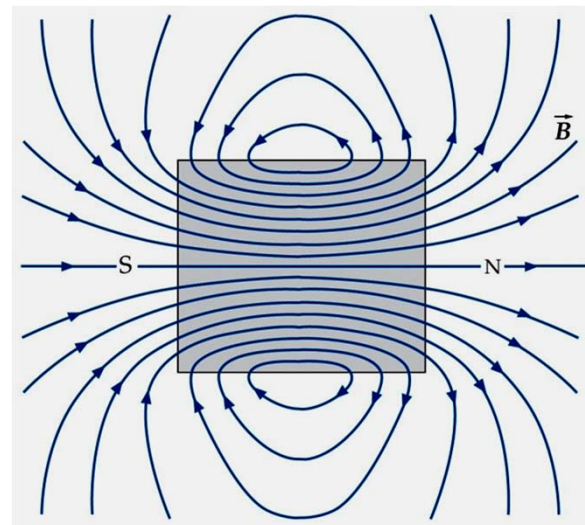
solenoid



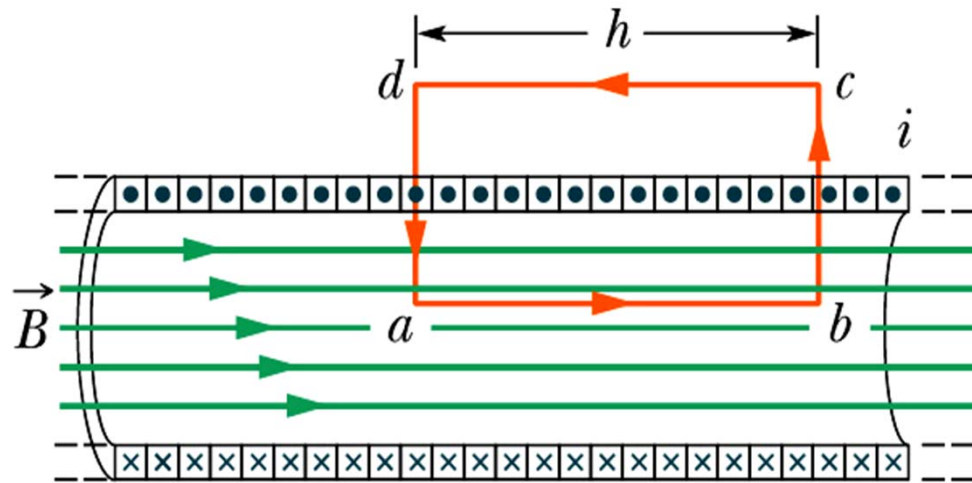
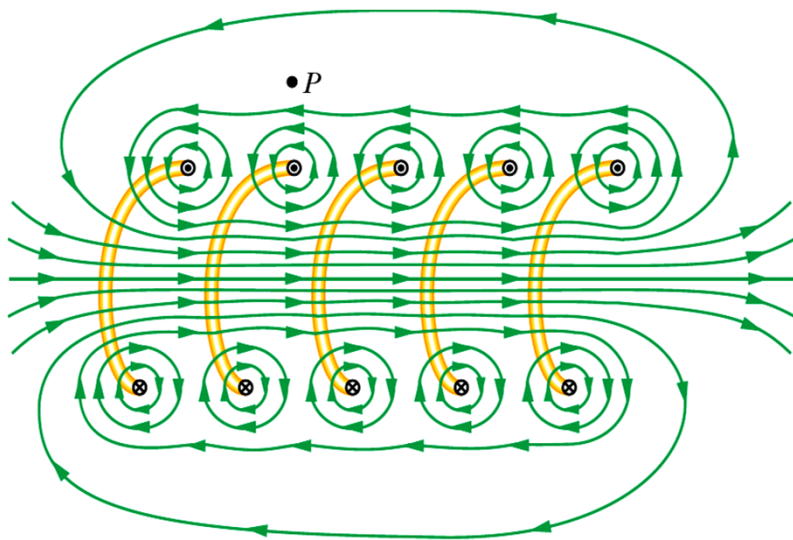
**magnes
sztabkowy**



lato 2015/16



36



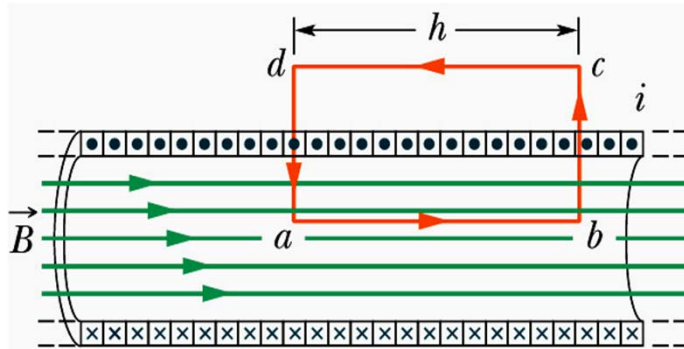
$$\oint_C \vec{B} \circ d\vec{l} = \int_a^b \vec{B} \circ d\vec{l} + \int_b^c \vec{B} \circ d\vec{l} + \int_c^d \vec{B} \circ d\vec{l} + \int_d^a \vec{B} \circ d\vec{l}$$

Bh
 0
 0
 0

dlatego?

$$\vec{B} \parallel d\vec{l} \quad \vec{B} \perp d\vec{l} \quad B=0 \quad \vec{B} \perp d\vec{l}$$

pole jednorodne



$$\oint_C \vec{B} \circ d\vec{l} = Bh = \mu_0 I_C$$

$$I_C = (nh)i$$

liczba zwojów na
jednostkę długości

natężenie prądu w
uzwojeniu solenoidu

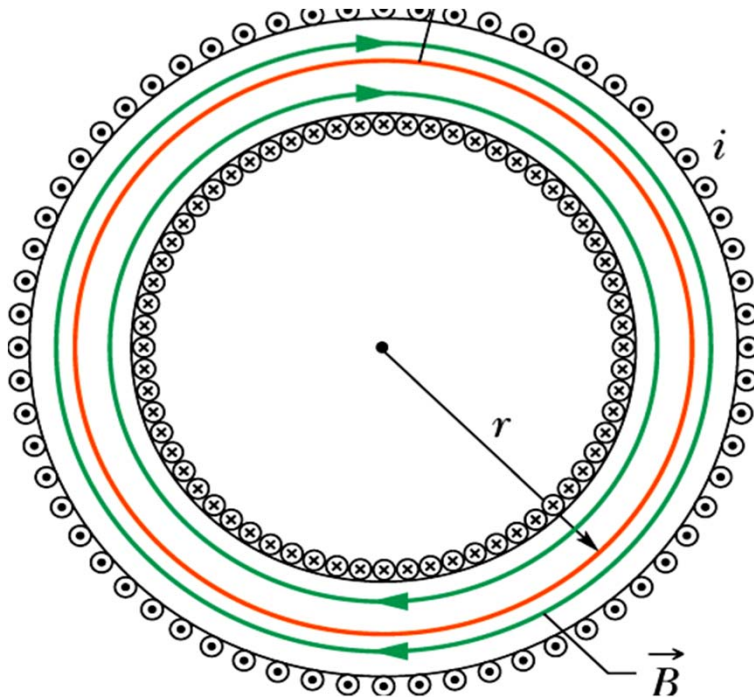
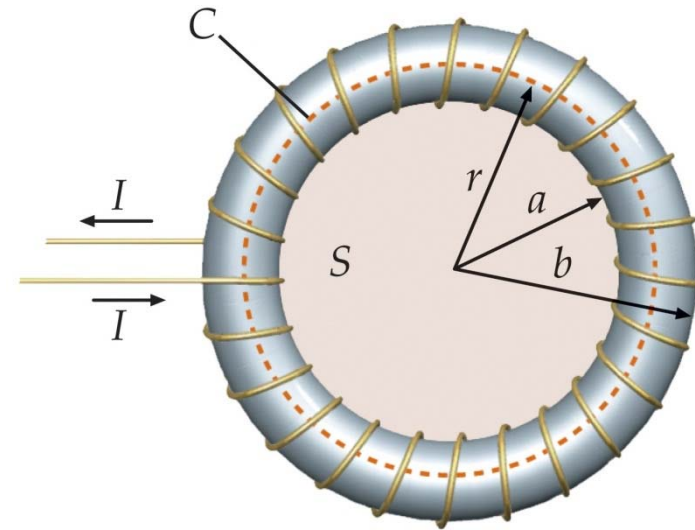
solenoid idealny

$$B = \mu_0 ni$$

Zadanie domowe 8.8

Toroid

Wykorzystać prawo Ampère'a do znalezienia wartości wektora indukcji wewnątrz toroidu, przez który płynie prąd o natężeniu I .

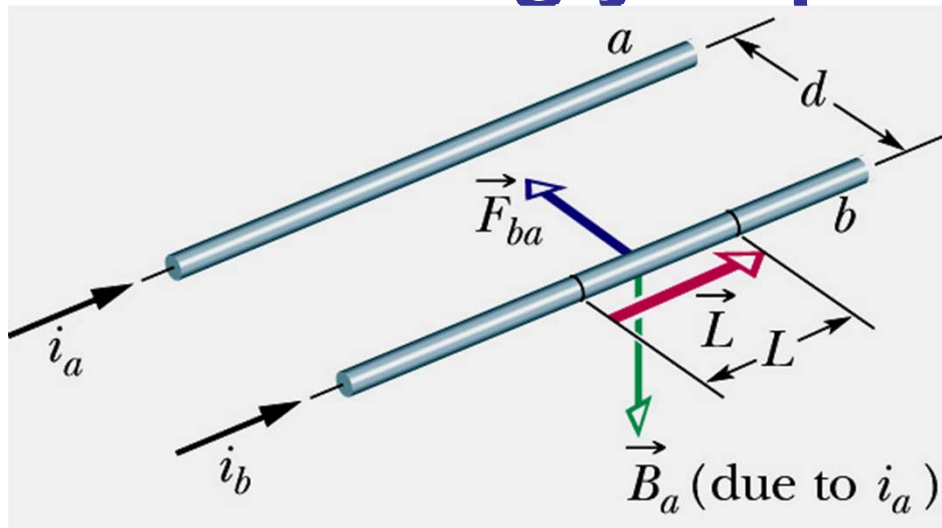


$$a < r < b$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2 \pi r}$$

N - liczba zwojów toroidu

Siły działające między dwoma równoległymi przewodami z prądem



Te przewody się przyciągają. Dlaczego?

pole magnetyczne
wytworzone
przez prąd i_a

$$B_a = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d}$$

siła działająca na przewód z prądem i_b

$$\vec{F}_{ba} = i_b \vec{L} \times \vec{B}_a$$

Definicja ampera: 1A jest to natężenie prądu stałego, który płynąc w dwóch równoległych, prostoliniowych, nieskończenie długich przewodach o znikomo małym przekroju poprzecznym, umieszczonych w próżni w odległości 1m, wywołuje między tymi przewodami siłę o wartości $2 \cdot 10^{-7}$ N na każdy metr długości przewodu

$$F_{ba} = \frac{\mu_0 L i_a i_b}{2\pi d}$$

Podsumowanie

- Ruch ładunku w polach magnetycznym i elektrycznym odbywa się pod wpływem siły Lorentza. Pole magnetyczne nie zmienia energii kinetycznej lecz zakrzywia tor ładunku.
- Różnice pomiędzy polem elektrostatycznym i magnetycznym można prześledzić posługując się prawem Gaussa dla elektryczności i magnetyzmu. Nie istnieją monopole magnetyczne.
- Na przewodnik z prądem w polu magnetycznym działa siła elektrodynamiczna.
- Ładunek w spoczynku wytwarza pole elektrostatyczne, ładunek w ruchu (prąd elektryczny) jest źródłem pola magnetycznego
- Wartość indukcji pola magnetycznego wytworzonego przez przewodnik z prądem można obliczyć korzystając z prawa Biota-Savarta lub prawa Ampère'a, które jednak stosujemy tylko do rozwiązywania problemów o wysokiej symetrii.