Cztery fundamentalne oddziaływania:

1. Grawitacyjne
2. Elektromagnetyczne
3. Słabe
4. Silne

(3–4) jądrowe

Elektromagnetyzm

Elektryczność

$\vec{\mathbf{E}}$, Q

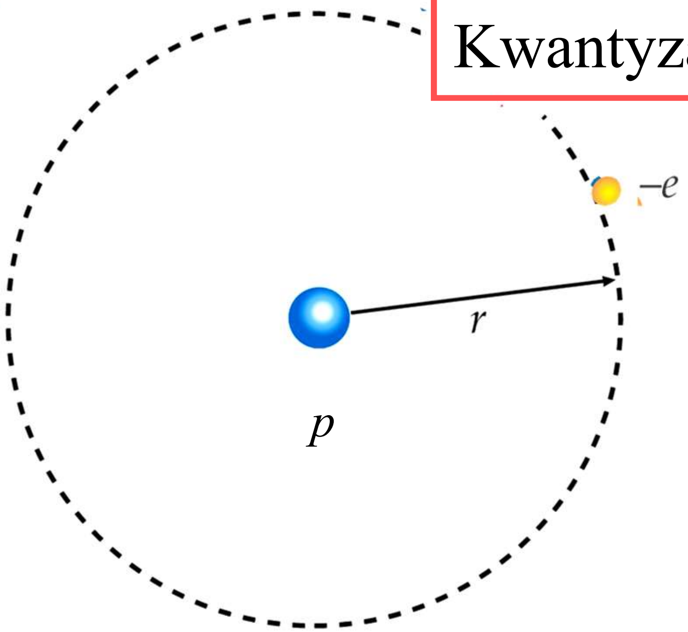
Magnetyzm

$\vec{\mathbf{B}}$, $\cancel{Q_M}$

Równania Maxwella

ELEKTROSTATYKA

Kwantyzacja ładunku



Każdy elektron ma masę = m_e i ładunek = $-e$

Każdy proton ma masę = m_p i ładunek = e

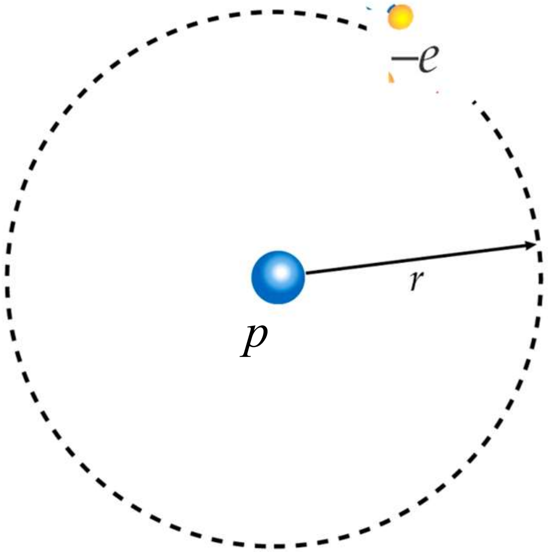
$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C

Ładunek elementarny

Każdy inny ładunek jest wielokrotnością ładunku elementarnego

$|Q| = Ne$

Zasada zachowania ładunku



Całkowity ładunek układu odosobnionego, tzn. algebraiczna suma dodatnich i ujemnych ładunków występujących w dowolnej chwili, nie może ulegać zmianie.

$$\boxed{Q_{całk} = \mathrm{const}}$$

$$Q_{całk} = Q_e + Q_p$$

$$= -e + e$$

$$= 0$$

Przykłady zasady zachowania ładunku

- Rozpad promieniotwórczy jądra

$$ {}^{238}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} $$

Emisja cząstki α

Liczba atomowa Z=92 oznacza 92 protony w jądrze i ładunek 92e

Z zasady zachowania ładunku $92e = 90e + 2e$

Przykłady zasady zachowania ładunku

- Proces anihilacji elektronu e$^-$ i antycząstki pozytonu e+

$$e^{-} + e^{+} \rightarrow \gamma + \gamma$$

Emisja dwóch kwantów promieniowania elektromagnetycznego

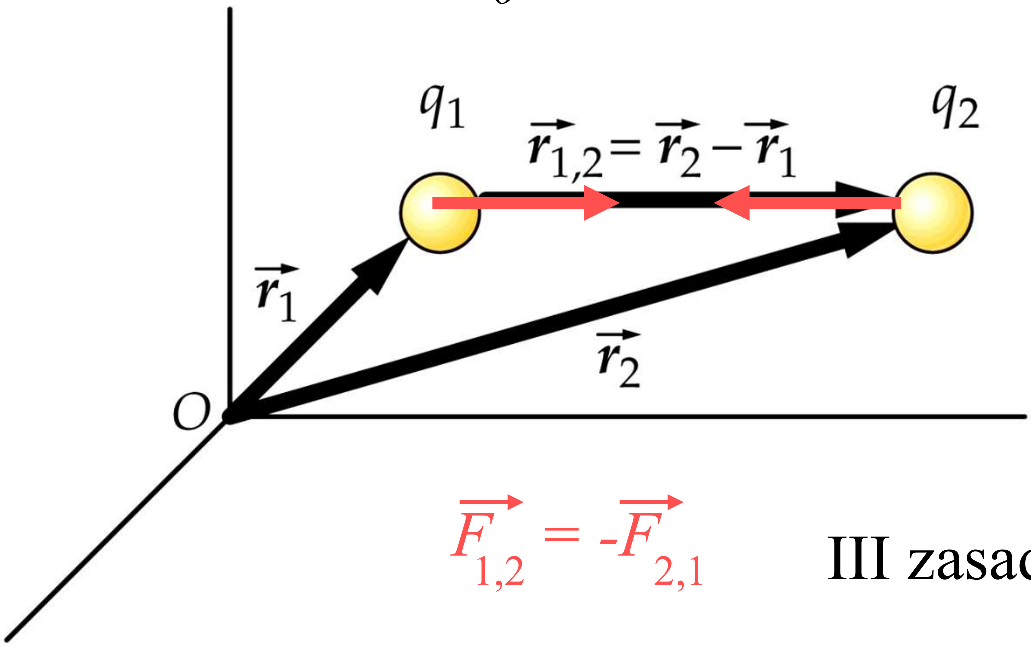
- Proces kreacji pary

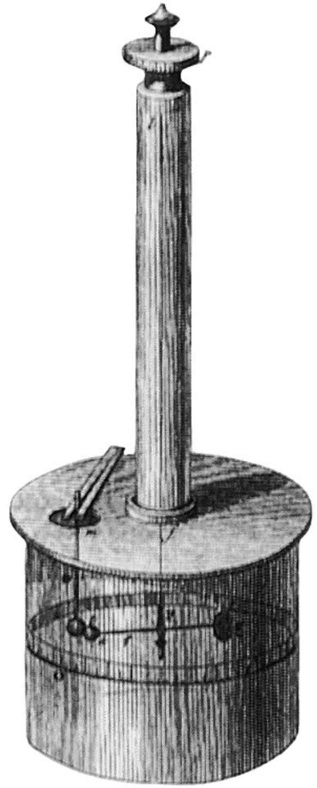
$$\gamma \rightarrow e^{-} + e^{+}$$

Empiryczne prawo Coulomba

$$\vec{\mathbf{F}}_{1,2} = \frac{k\, q_1 q_2}{r_{1,2}^2}\hat{\mathbf{r}}_{1,2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r_{1,2}^2}\hat{\mathbf{r}}_{1,2}$$

$$\mathrm{k} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \text{ gdzie } \varepsilon_o = 8.85\cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{Nm}^2}$$





1785 – waga skręceń

Charles Coulomb 1736-1806

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$

III zasada dynamiki

POLE ELEKTROSTATYCZNE A POLE GRAWITACYJNE

PODOBIEŃSTWA

$$\vec{\mathbf{F}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

PRAWO COULOMBA

$$\vec{\mathbf{F}} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

PRAWO NEWTONA

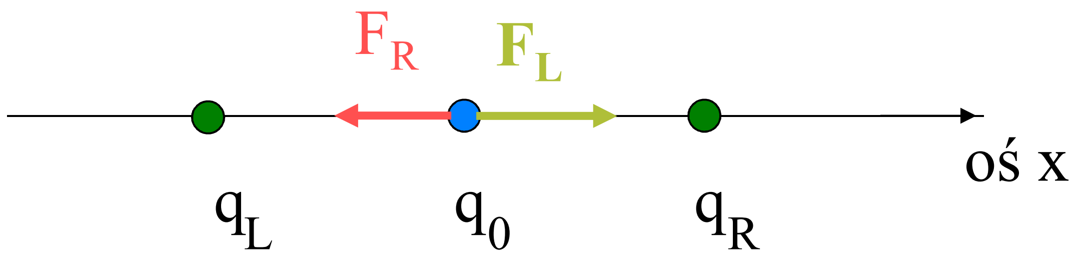
$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 8{,}99\cdot 10^9\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2/\mathrm{C}^2$$

$$G=6{,}67\cdot 10^{-11}\ \mathrm{N}\ \cdot\mathrm{m}^2/\mathrm{kg}^2$$

Oddziaływanie grawitacyjne jest dużo słabsze niż elektrostatyczne

ZASADA SUPERPOZYCJI

$$\vec{\mathbf{F}}_{cał} = \sum_i \vec{\mathbf{F}}_i$$

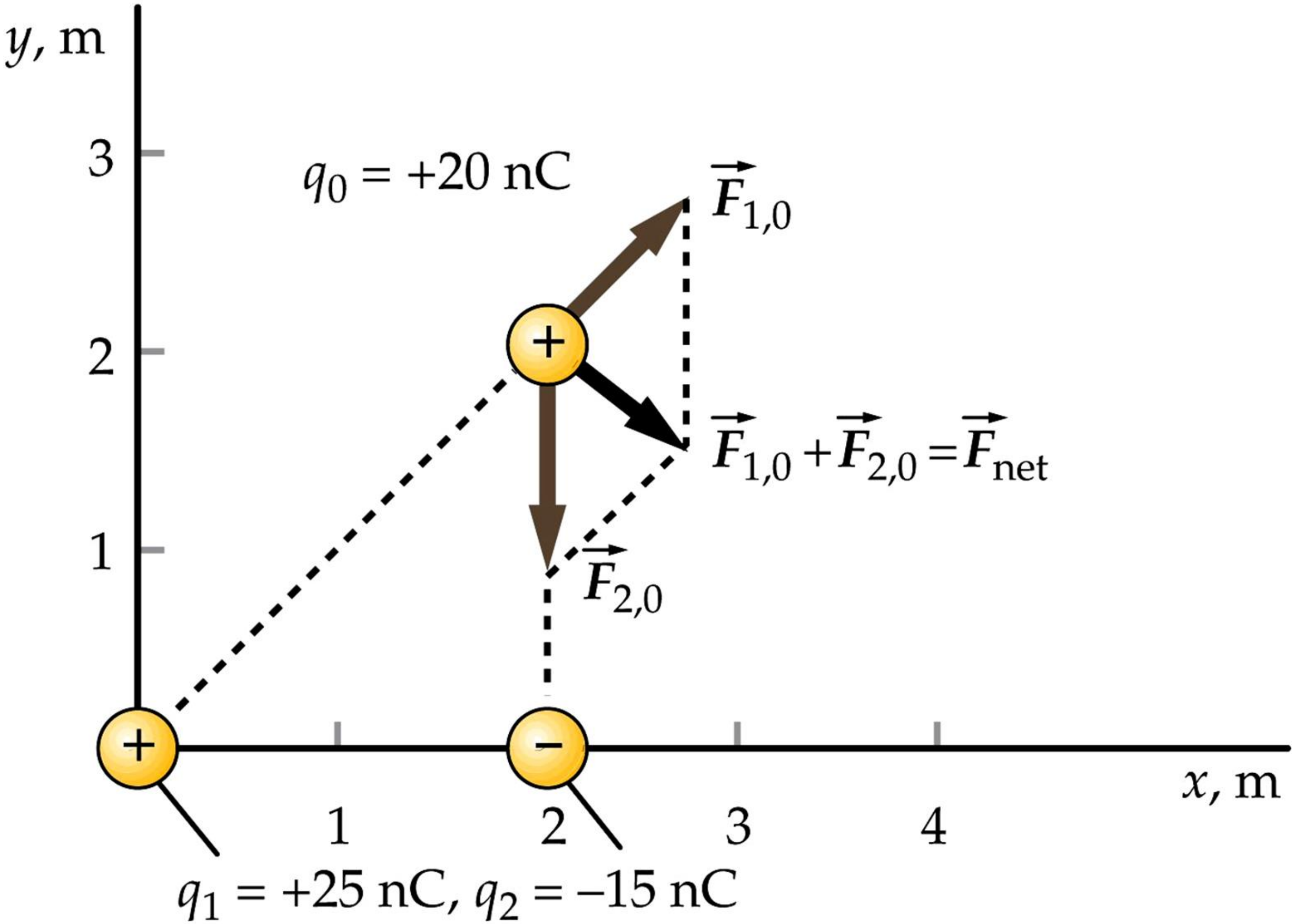


$$\vec{\mathbf{F}}_0 = \vec{\mathbf{F}}_R + \vec{\mathbf{F}}_L = \frac{kq_0(q_L - q_R)}{x^2}\,\hat{\mathbf{x}}$$

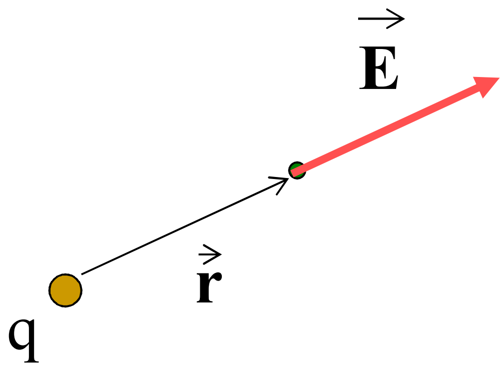
Ładunki q_L, q_0 i q_R są tego samego znaku

Zadanie domowe 9-1

Znajdź wartość i kierunek siły wypadkowej działającej na ładunek q_0



Definicja wektora natężenia pola elektrycznego



$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q_0}$$

ładunek próbny $q_0 > 0$

Natężenie pola ładunku punktowego

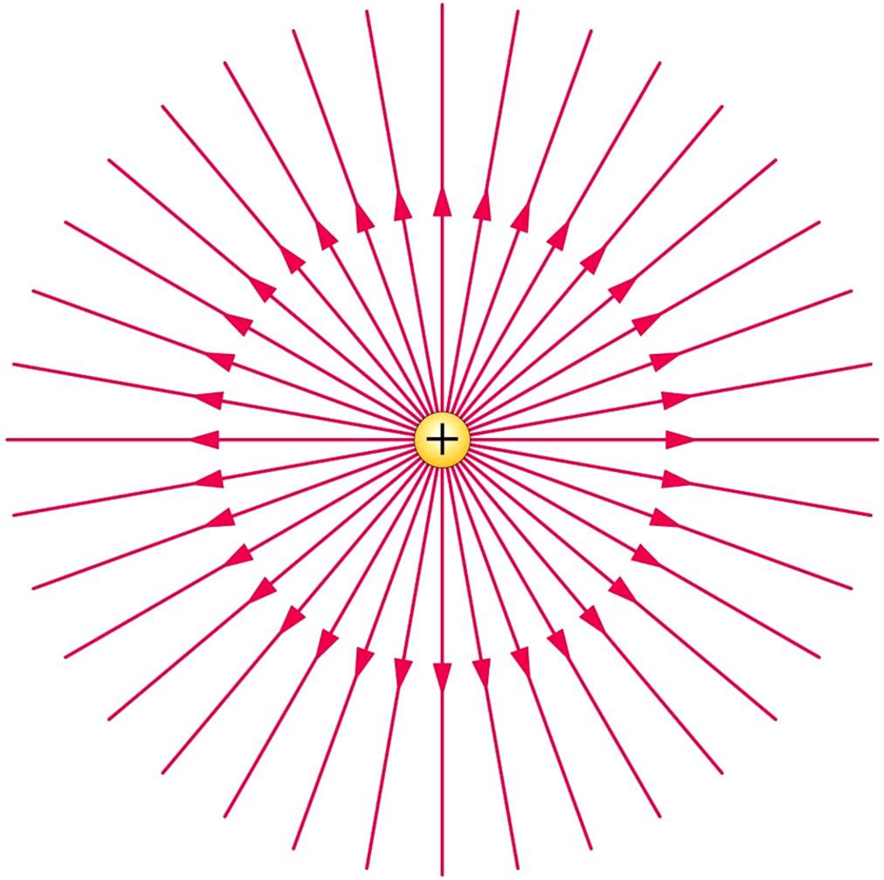
$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{kq}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

Natężenie pola pochodzące od wielu ładunków punktowych (rozkład dyskretny)

$$\vec{\mathbf{E}} = \sum_i \vec{\mathbf{E}}_i = \sum_i \frac{kq}{r_i^2}\hat{\mathbf{r}}_i$$

Linie pola – linie równoległe do wektora natężenia pola

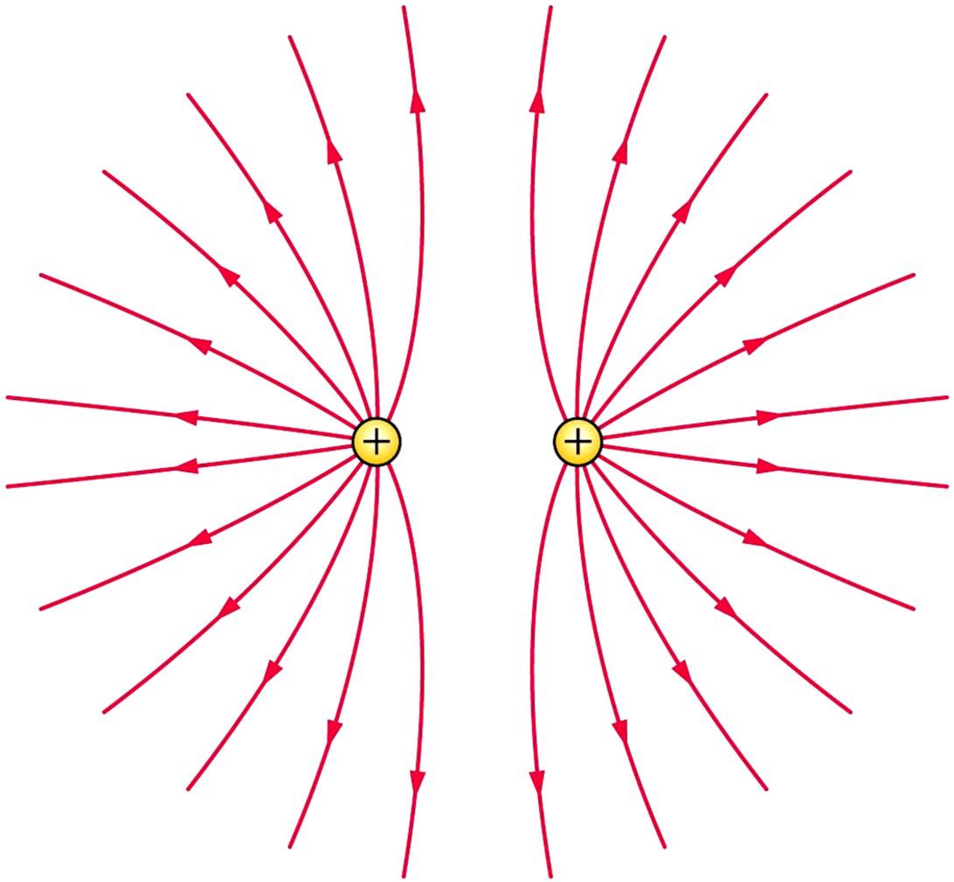
Pole ładunku punktowego



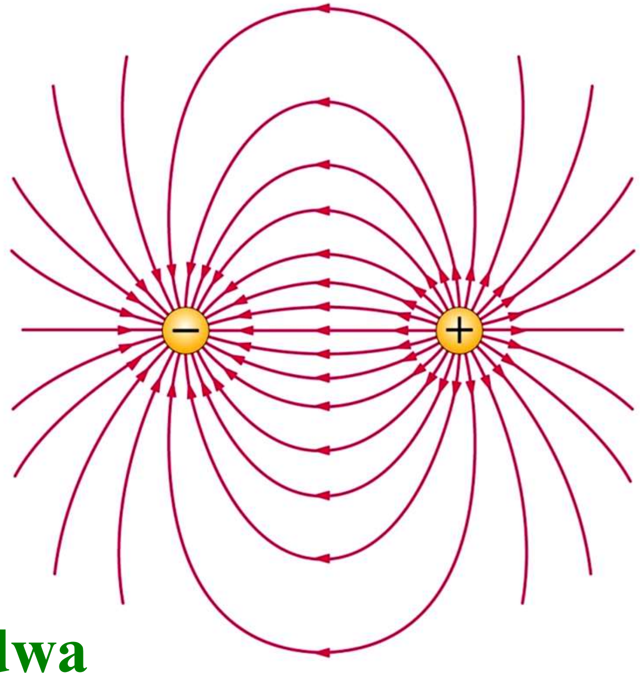
Symetria sferyczna

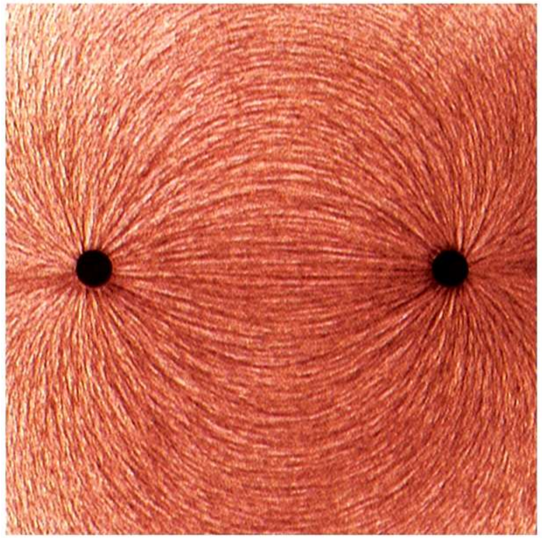
Linie pola

Dwa jednoimienne ładunki punktowe

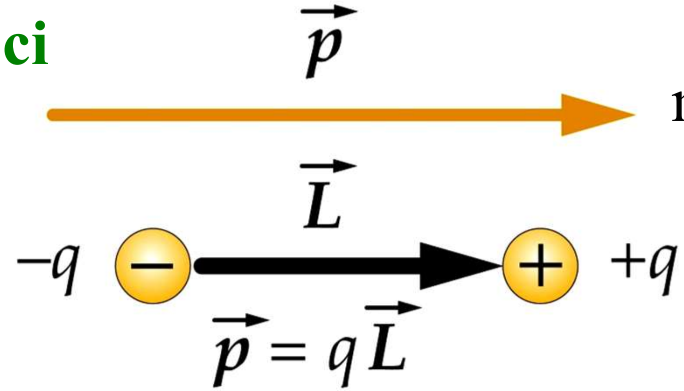


Linie pola





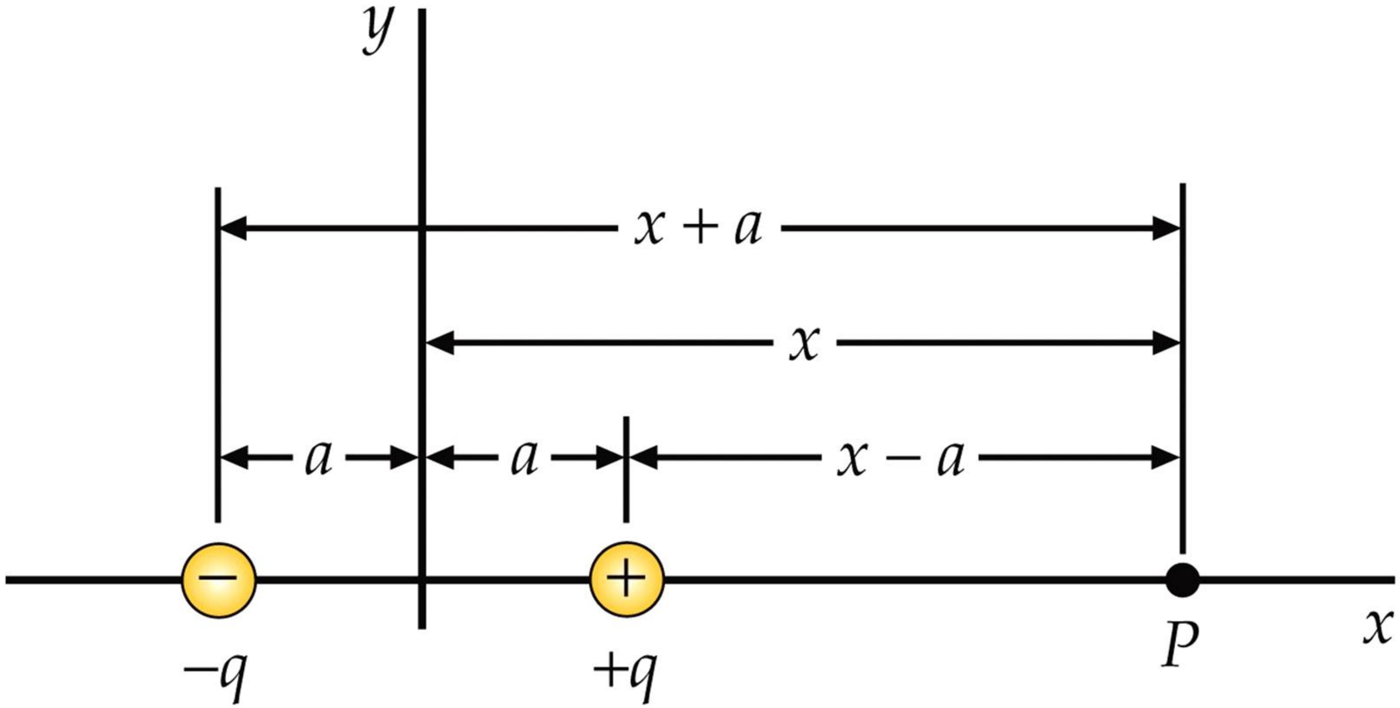
Dipol elektryczny-dwa różnoimienne ładunki w bardzo małej odległości



moment dipolowy

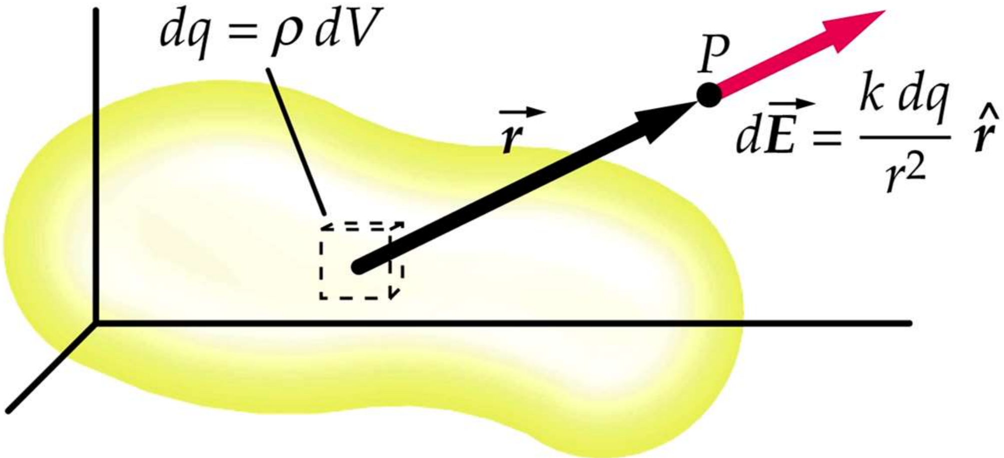
Zadanie domowe 9-2

(a) Znajdź natężenie pola w punkcie P gdy $x > a$
(b) Rozważ przypadek graniczny $x >> a$



Ciągły rozkład ładunku

Dla ładunku, dq,
natężenie pola elektrycznego
w punkcie P dane jest
zgodnie z prawem Coulomba
jak dla ładunku punktowego



$$\boxed{d\vec{\mathbf{E}} = \frac{kdq}{r^2}\hat{\mathbf{r}}}$$

Dla ładunków dyskretnych pole wypadkowe $\vec{\mathbf{E}}$ jest sumą wektorów natężenia $\vec{\mathbf{E}}_i$ czyli

$$\vec{\mathbf{E}} = \sum_i \vec{\mathbf{E}}_i$$

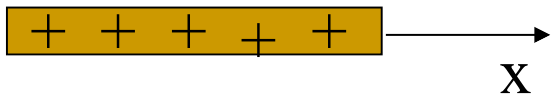
Dla ciągłego rozkładu ładunku pole wypadkowe jest całką:

$$\vec{\mathbf{E}} = \int d\vec{\mathbf{E}} = \int_Q \frac{kdq}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

Ciągły rozkład ładunku

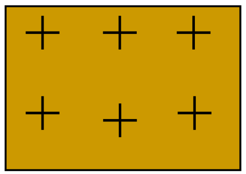
W zależności od rozkładu ładunku rozróżniamy:

- gęstość liniową ładunku λ,



$$\lambda = \frac{dq}{dx}$$

- gęstość powierzchniową ładunku σ,



dS

$$\sigma = \frac{dq}{dS}$$

- gęstość objętościową ładunku ρ

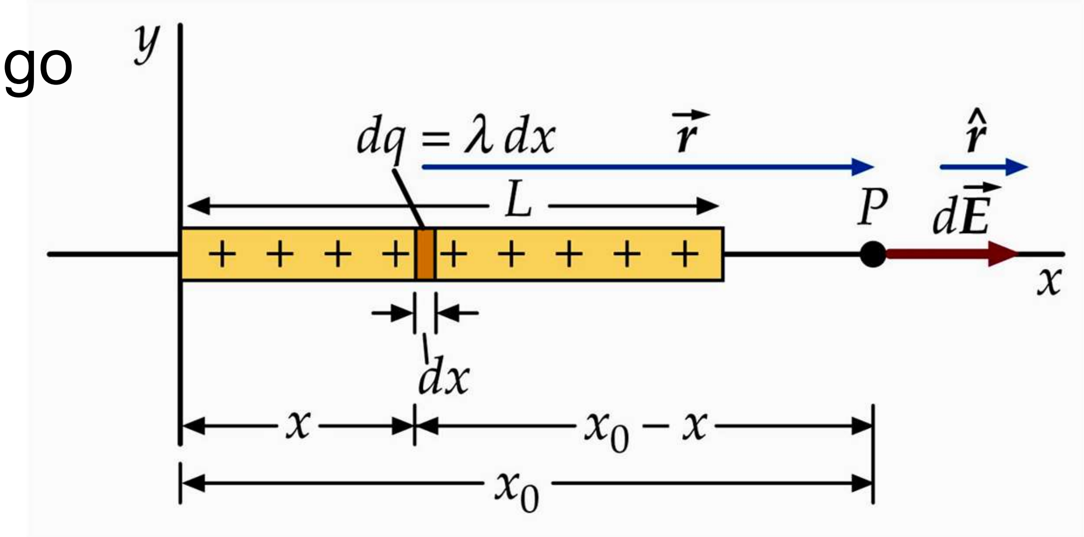
$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

Dla ciągłego rozkładu ładunku, w zależności od rodzaju gęstości ładunku, pole wypadkowe może być całką liniową, powierzchniową lub objętościową:

$$\vec{\mathbf{E}} = \int d\,\vec{\mathbf{E}} = \int_V \frac{k\,\rho\,dV}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$$

Przykład 9-1 Liniowy rozkład ładunku

Znaleźć wektor natężenia pola elektrycznego w punkcie P na osi liniowego rozkładu ładunku



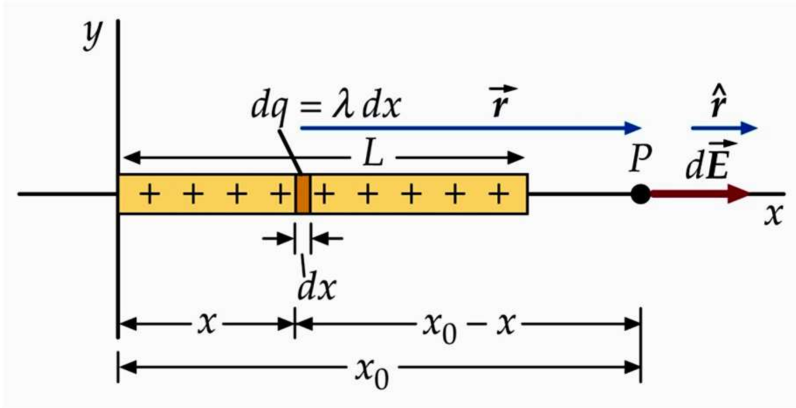
Z prawa Coulomba

$$d\vec{\mathbf{E}}_x = \frac{kdq}{(x - x_o)^2}\hat{\mathbf{x}}$$

Z definicji gęstości liniowej ładunku

$$dq = \lambda dx$$

$$d\vec{\mathbf{E}}_x = \frac{k\lambda d\,x}{(x - x_o)^2}\hat{\mathbf{x}}$$



Wypadkowe natężenie pola jest sumą pól pochodzących od ładunków elementarnych dq:

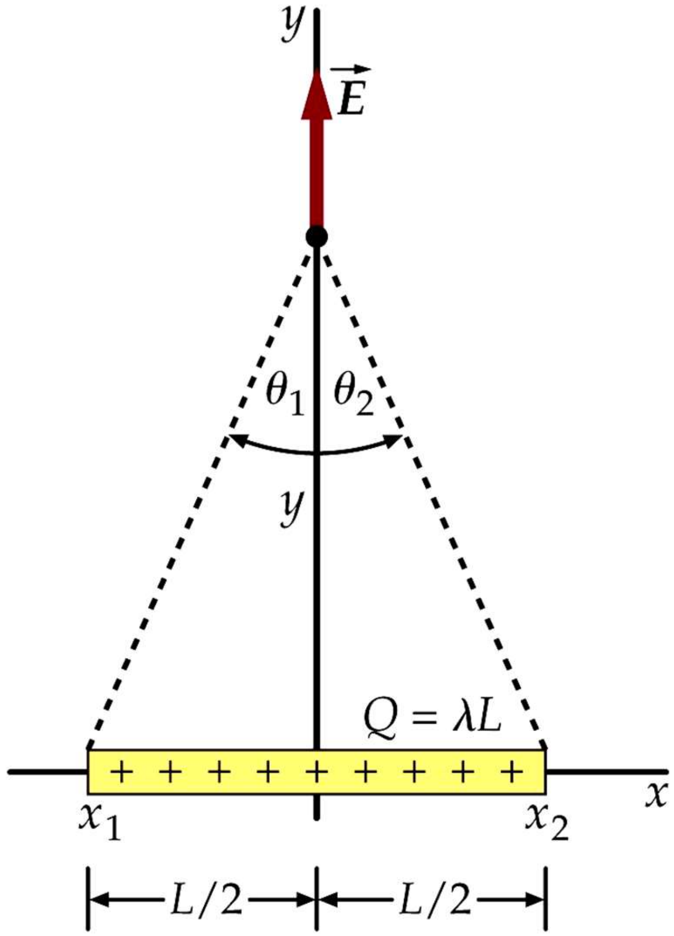
$$E = \int dE_x = \int_0^L \frac{k\,\lambda dx}{(x_o - x)^2} \quad \boxed{= \frac{k\lambda\, L}{x_o (x_o - L)}}$$

Zadanie domowe 9-3

Wykazać, że (a) wartość wypadkowego wektora natężenia pola elektrycznego na symetralnej pręta od długości L, naładowanego jednorodnie o całkowitym ładunku Q wynosi

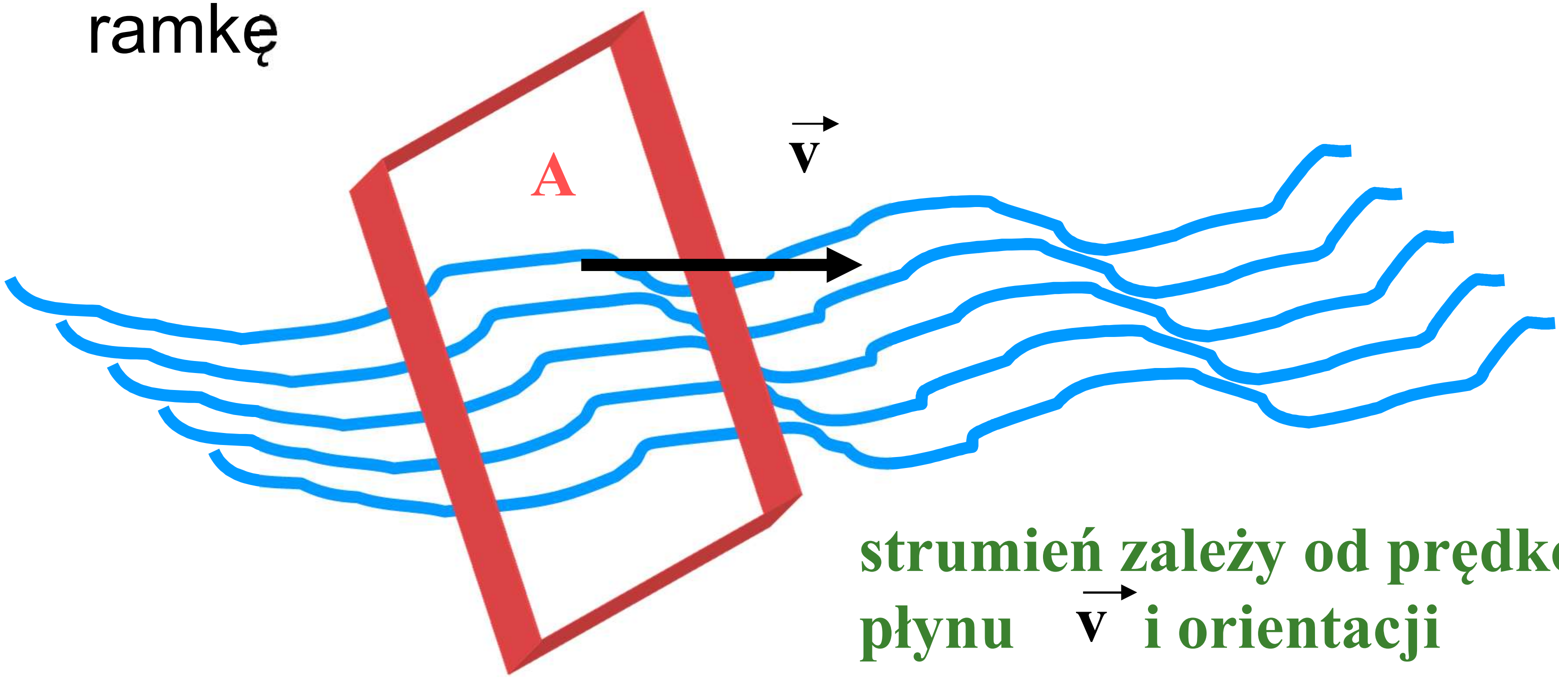
$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o y}\frac{Q}{\sqrt{4y^2 + L^2}}$$

(b) Przeprowadzić analizę otrzymanego wzoru dla L→∞



STRUMIEŃ

Φ - szybkość przepływu (powietrza, cieczy) przez powierzchnię A czyli objętość płynu przepływającego w jednostce czasu przez ramkę

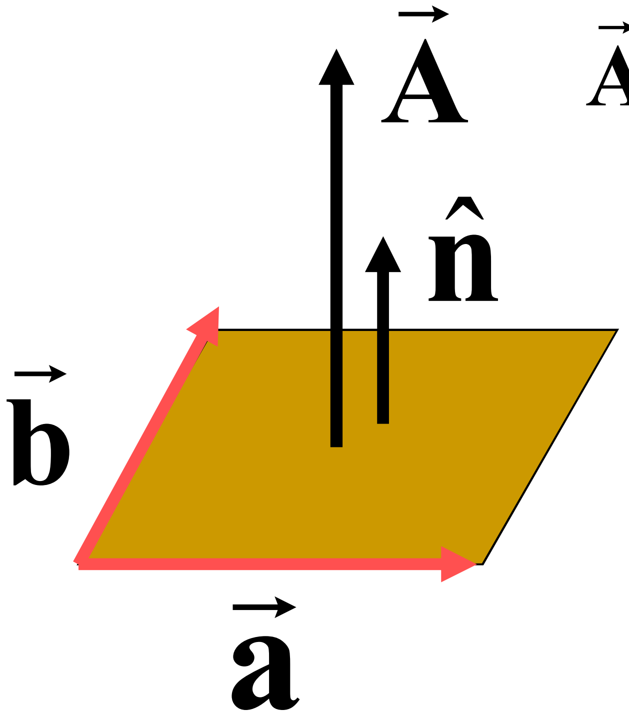


strumień zależy od prędkości płynu $\vec{v}$ i orientacji płaszczyzny ramki

WEKTOR POWIERZCHNI

$\vec{\mathbf{A}}$ - wektor powierzchni

$\hat{\mathbf{n}}$ - wektor jednostkowy prostopadły do powierzchni



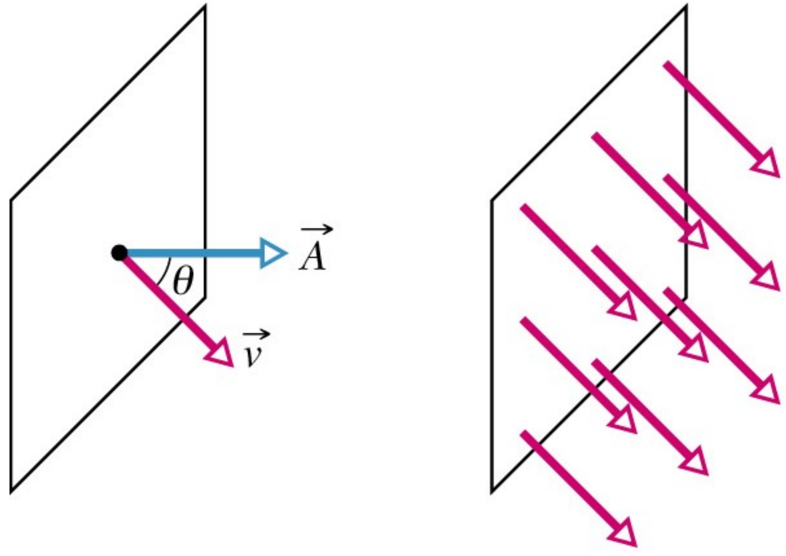
$$\vec{\mathbf{A}} = A\hat{\mathbf{n}}$$

Pole powierzchni A oblicza się zgodnie ze wzorem na pole równoległoboku

$$\mathbf{A} = \left|\vec{\mathbf{a}} \times \vec{\mathbf{b}}\right|$$

STRUMIEŃ WIELKOŚCI WEKTOROWEJ

pole prędkości



- Strumień wielkości $\vec{\mathbf{v}}$ przez powierzchnię A

$$\Phi_{\vec{\mathbf{v}}} = \vec{\mathbf{v}} \circ \vec{\mathbf{A}} = \mathrm{vAcos}\ \theta$$

- Strumień pola elektrycznego

$$\Phi_E = \vec{\mathbf{E}} \circ \vec{\mathbf{A}}$$

Jednostka $1\mathrm{Nm}^2/\mathrm{C}$

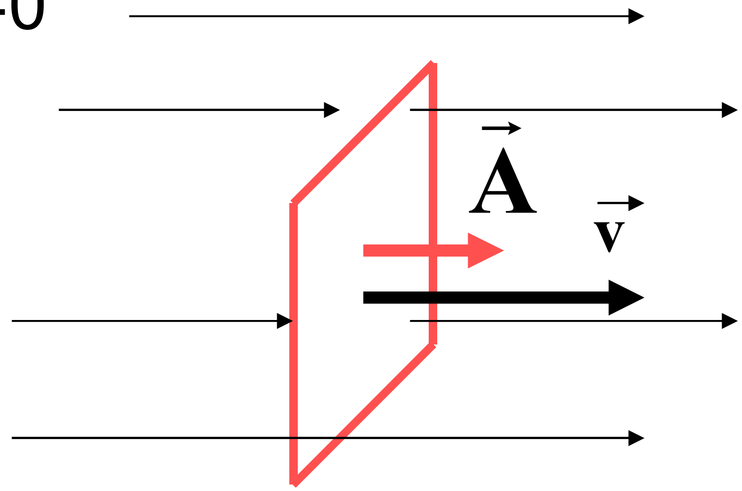
- Strumień pola magnetycznego

$$\Phi_B = \vec{\mathbf{B}} \circ \vec{\mathbf{A}}$$

Jednostka 1 Wb (weber) = 1 T (tesla) m^2

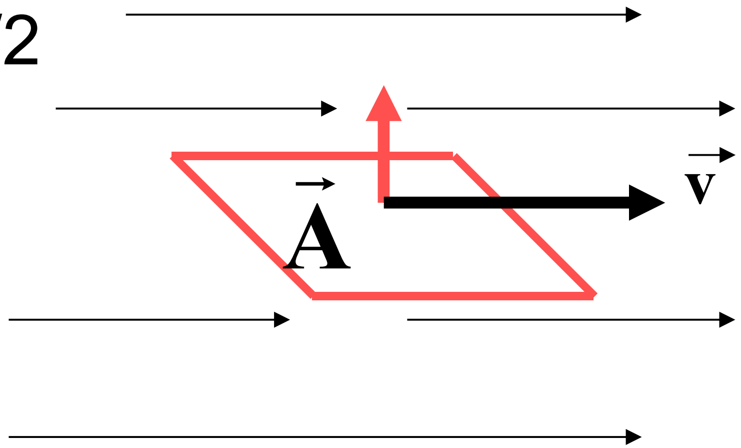
Przypadki szczególne:

- gdy θ=0



$$\Phi_{\vec{v}} max = vA$$

- gdy θ=π/2



$$\vec{A} \perp \vec{v}$$

$$\Phi_{\vec{v}} = 0$$

STRUMIEŃ POLA ELEKTRYCZNEGO – definicja

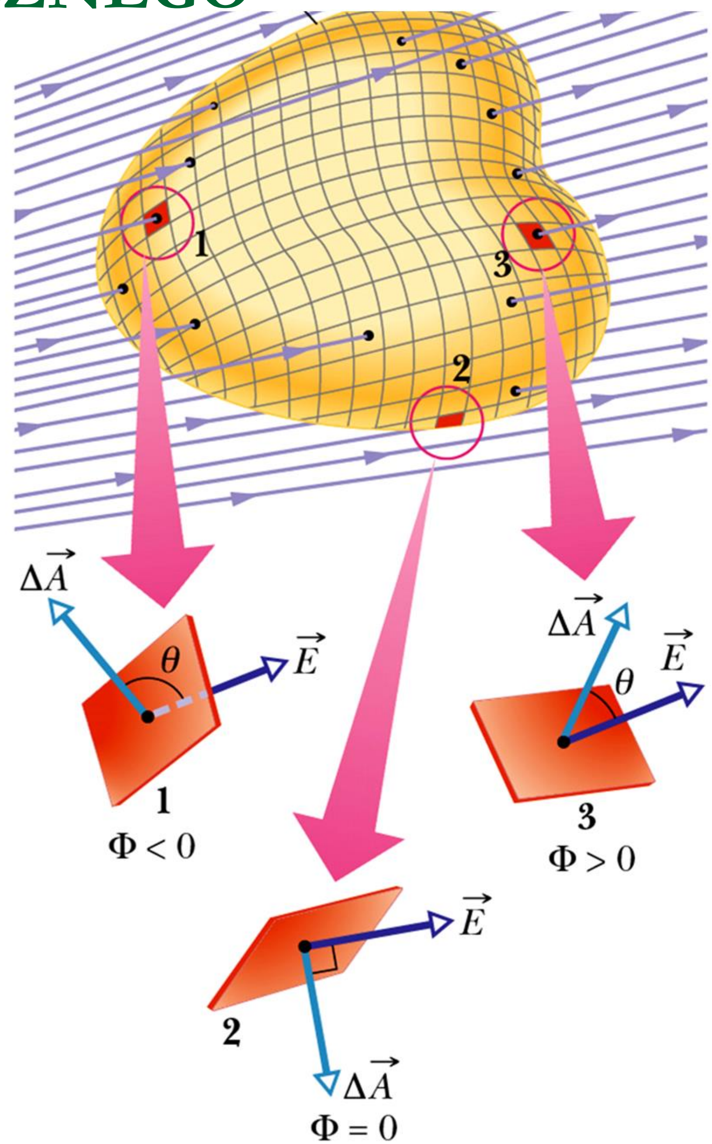
dla dowolnej powierzchni

$$\Delta\Phi_{\vec{\mathbf{E}}} = \vec{\mathbf{E}} \circ \Delta\vec{\mathbf{A}}$$

$$\Phi_{\vec{\mathbf{E}}} = \sum \vec{\mathbf{E}} \circ \Delta\vec{\mathbf{A}}$$

$$\boxed{\Phi_{\vec{\mathbf{E}}} = \int \vec{\mathbf{E}} \circ d\vec{\mathbf{A}}}$$

definicja

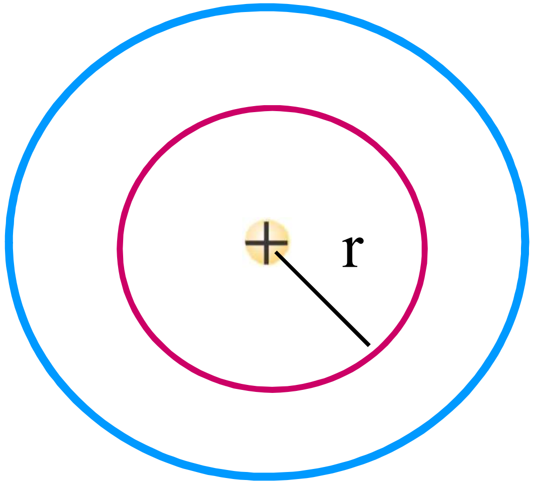


W prawie Gaussa występuje strumień przez powierzchnię zamkniętą

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \circ d\vec{\mathbf{A}}$$

PRAWO GAUSSA

Dla ładunku punktowego, $E \sim 1/r^2$



Szacujemy strumień pola przez powierzchnię kuli Φ_E

$$\Phi_E = E\,A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}4\pi\,r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

Pole powierzchni kuli $A \sim r^2$

W miarę oddalania się od źródła pola, zwiększa się powierzchnia A ale maleje E, tak, że strumień pola (EA) pozostaje stały

PRAWO GAUSSA

<u>Całkowity</u> strumień pola elektrycznego przez powierzchnię <u>zamkniętą</u> zależy wyłącznie od ładunku elektrycznego zawartego <u>wewnątrz</u> tej powierzchni. Powierzchnię tę nazywamy powierzchnią Gaussa

$$\boxed{\Phi_E = \frac{Q_{wew}}{\varepsilon_o}}$$

Prawo Gaussa dla pola elektrycznego w postaci całkowej

Jedno z **<u>równań Maxwella</u>**

$$\boxed{\oint_S \vec{\mathbf{E}} \circ d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q_{wew}}{\varepsilon_o}}$$

Właściwości powierzchni Gaussa:

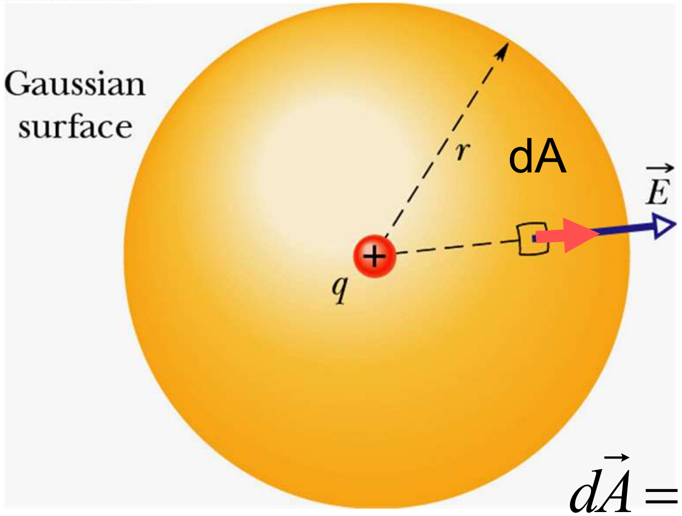
•Powierzchnia Gaussa jest tworem hipotetycznym, matematyczną konstrukcją myślową,

•Jest dowolną powierzchnią zamkniętą, lecz w praktyce powinna mieć kształt związany w symetrią pola,

•Powierzchnię Gaussa należy tak poprowadzić aby punkt, w którym obliczamy natężenie pola elektrycznego leżał na tej powierzchni.

- Prawo Gaussa stosujemy do obliczania natężenia pola elektrycznego gdy znamy rozkład ładunku lub do znajdowania rozkładu ładunku gdy znamy pole.
- Prawo Gaussa możemy stosować **zawsze** ale sens ma to tylko w tym przypadku gdy pole elektryczne wykazuje symetrię (sferyczną, cylindryczną).
- Aby skutecznie skorzystać z prawa Gaussa trzeba **coś wiedzieć** o polu elektrycznym na wybranej powierzchni Gaussa.
- Korzystając z prawa Gaussa można wykazać równoważność prawa Gaussa z empirycznym prawem Coulomba

Od prawa Gaussa do prawa Coulomba



$$d\vec{A} = \hat{n} dA$$

1. Ładunek punktowy q otaczamy powierzchnią Gaussa – sferą o promieniu r (dlaczego?).

Bo wiemy, że pole ładunku punktowego ma symetrię sferyczną (A co to znaczy?)

$\vec{\mathbf{E}} \parallel \hat{n}$

cos 0 = 1

E = const. na pow. sfery

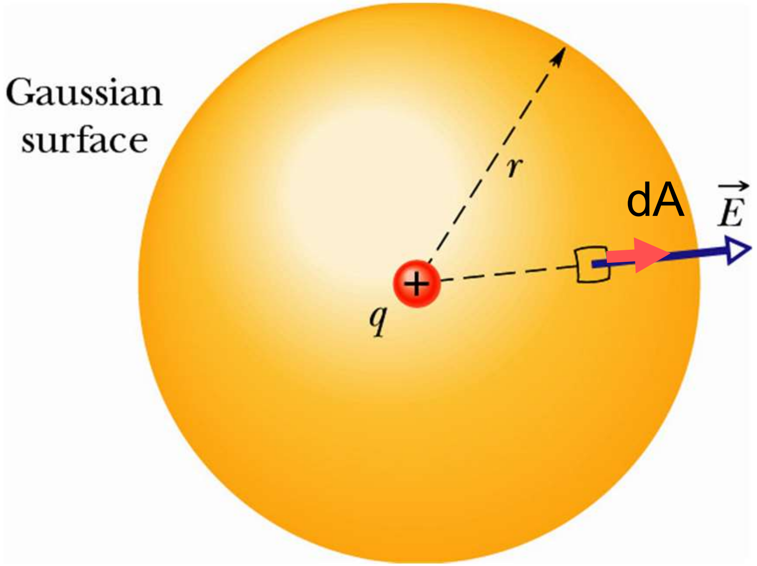
2. Obliczamy całkowity strumień przez powierzchnię Gaussa

$$\Phi_E = \oint \vec{\mathbf{E}} \circ d\vec{\mathbf{A}} = \oint E\cos\theta\, dA = \oint E dA$$

Od prawa Gaussa do prawa Coulomba

$$d\vec{A} = \hat{n} dA$$

3. Korzystamy z faktu, że E jest stałe co do wartości na powierzchni Gaussa



$$\Phi_E = E \oint dA = E(4\pi r^2)$$

4. Korzystamy z prawa Gaussa

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_o}$$

5. Porównujemy stronami:

$$E(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon_o} \Rightarrow E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2}$$

Prawo Coulomba

ZASTOSOWANIA PRAWA GAUSSA

W praktyce zastosowanie prawa Gaussa jest ograniczone do konkretnych przypadków - symetrii:

a) pole (jednorodne) od naładowanej nieskończonej płaszczyzny (powierzchniowy rozkład ładunku)

b) pole (o symetrii cylindrycznej) od nieskończenie długiego pręta (liniowy rozkład ładunku) lub walca (powierzchniowy rozkład ładunku – walec przewodzący, objętościowy rozkład ładunku - walec nie przewodzący)

c) pole (o symetrii sferycznej) od naładowanej kuli lub powierzchni sferycznej

JAK KORZYSTAĆ Z PRAWA GAUSSA?

1. Wybrać właściwą powierzchnię Gaussa – dopasowaną do symetrii rozkładu ładunku. Uzasadnić ten wybór. Wykonać odpowiedni rysunek
2. Obliczyć strumień pola elektrycznego przez powierzchnię Gaussa (*lewa strona prawa Gaussa*).
3. Znaleźć ładunek zawarty <u>wewnątrz</u> powierzchni Gaussa (*prawa strona prawa Gaussa*).
4. Porównać obie strony prawa Gaussa wyznaczając wartość wektora natężenia pola elektrycznego E.

Przykład 9-2. Pole elektryczne nieskończonej powierzchni

- Całkowity strumień przez powierzchnię Gaussa

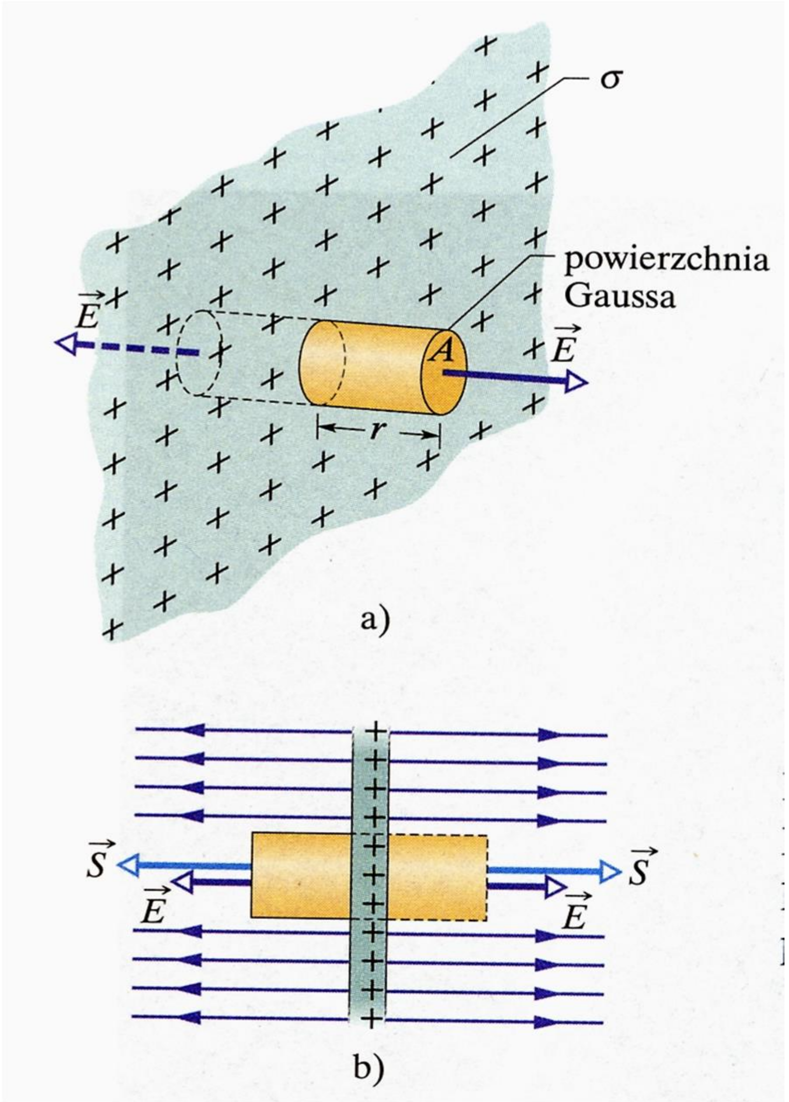
$$\Phi_E = 2ES$$

- Z prawa Gaussa

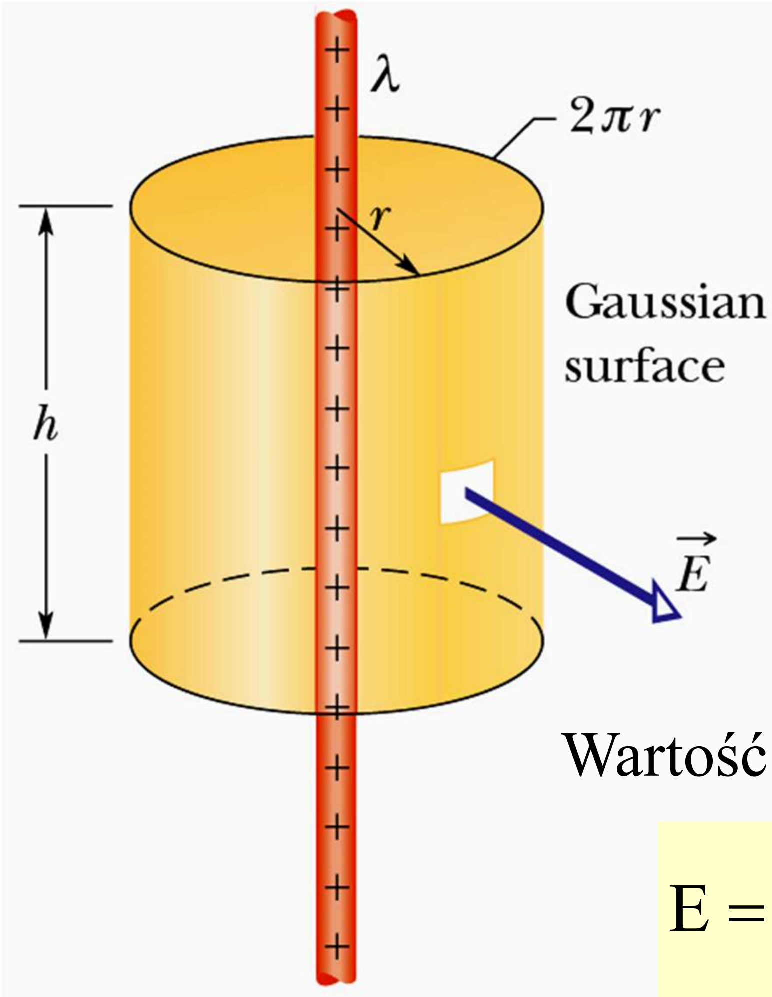
$$\Phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_o} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_o}$$

- Wartość wektora natężenia pola

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}}$$



Przykład 9-3. Pole elektryczne liniowego rozkładu ładunku



Całkowity strumień przez powierzchnię Gaussa

$$\Phi_E = 2\pi r h E$$

Całkowity ładunek zawarty wewnątrz powierzchni Gaussa

$$\Phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_o} = \frac{\lambda h}{\varepsilon_o}$$

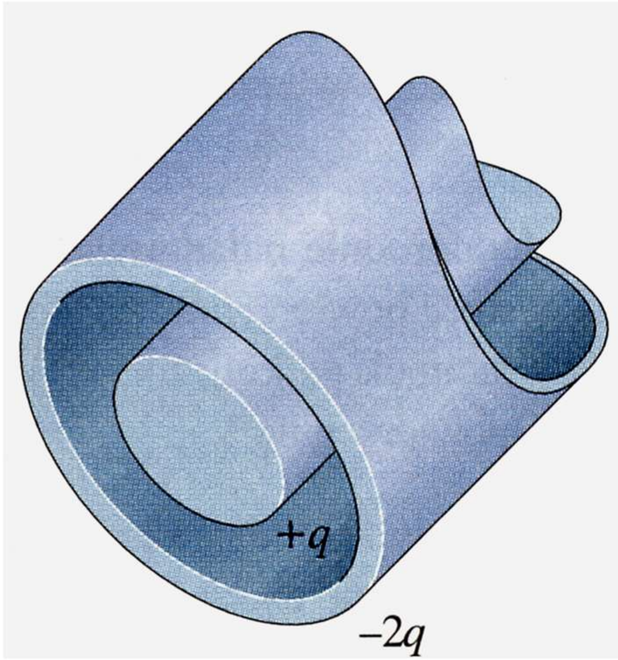
Wartość wektora natężenia pola elektrycznego

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o}\frac{1}{r}$$

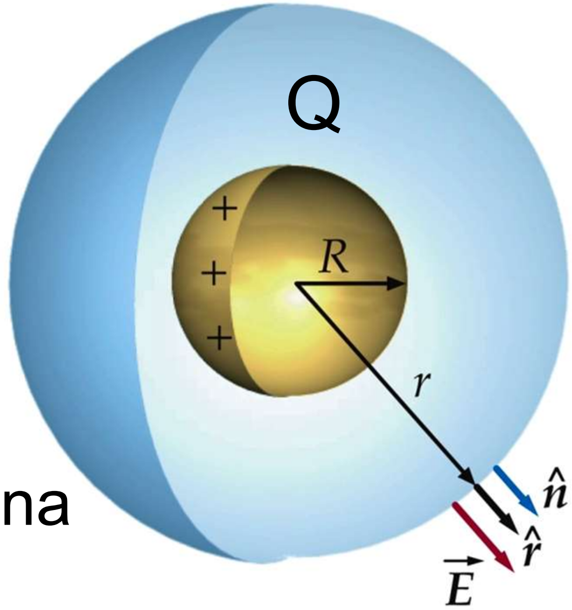
symetria cylindryczna

Zadanie domowe 9-4.

Bardzo długi walcowy pręt przewodzący o długości L całkowitym ładunku +q jest otoczony przewodzącą walcową powłoką (także o długości L) i całkowitym ładunku -2q (jak na rysunku). Korzystając z prawa Gaussa, znajdź: (a) natężenie pola elektrycznego w punktach na zewnątrz przewodzącej powłoki, (b) rozkład ładunku na powłoce, (c) natężenie pola elektrycznego w obszarze między powłoką i prętem



Przykład 9-4. Pole elektryczne sferycznego rozkładu ładunku – powłoka sferyczna



Całkowity strumień przez powierzchnię Gaussa będącą sferę o promieniu r wynosi: $\Phi_E = 4\pi r^2 E$

Z prawa Gaussa: $\Phi_E = \dfrac{Q}{\varepsilon_o}$

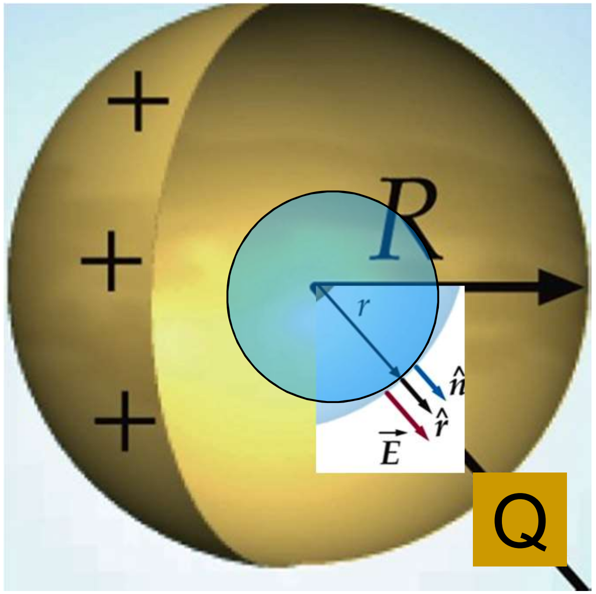
Ładunek całkowity Q jest rozłożony tylko na powierzchni sfery o promieniu R

Ze względu na rozkład ładunku rozważmy dwa przypadki:

- r>R $\quad E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o r^2}$

Pole na zewnątrz pustej powłoki sferycznej jest takie jakby cały ładunek był skupiony w środku kuli

Przykład 9-4 cd



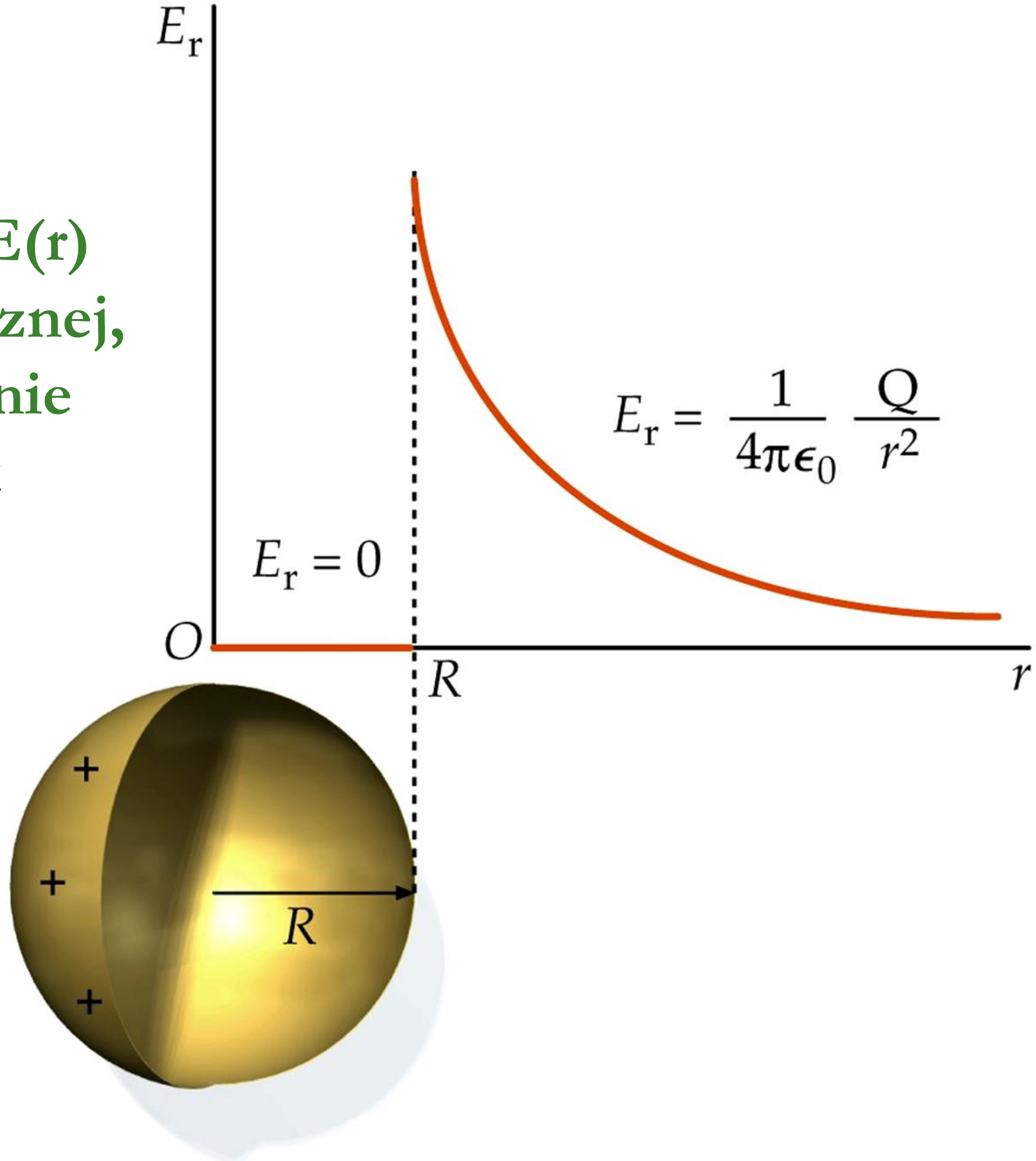
- r<R

wewnątrz powierzchni Gaussa tj. sfery o promieniu r nie ma ładunku

czyli Q=0, Φ_E=0 a zatem E=0

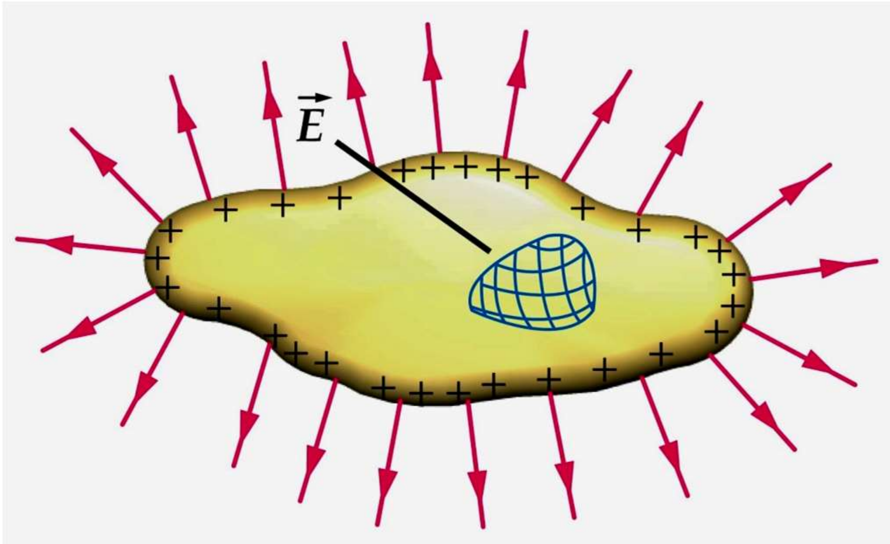
Pole wewnątrz naładowanej powłoki sferycznej wynosi zero

Rozkład natężenia pola E(r) dla pustej powłoki sferycznej, o promieniu R, jednorodnie naładowanej (Q-ładunek całkowity)



Pole elektryczne przewodnika

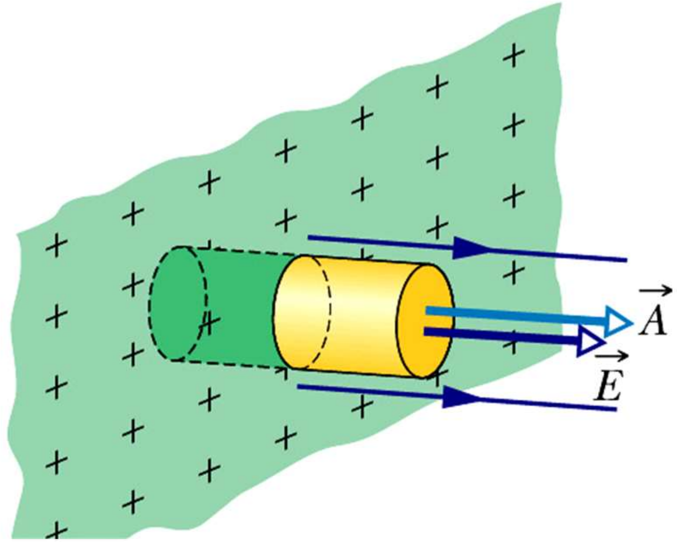
- Ładunek znajduje się tylko na powierzchni przewodnika
- Wewnątrz przewodnika Q=0, a zatem E=0
- Na powierzchni przewodnika wektor natężenia pola $\vec{\mathbf{E}}$ jest prostopadły do tej powierzchni



Pole elektryczne na powierzchni przewodnika

- Całkowity strumień przez powierzchnię Gaussa

$$\Phi_E = EA$$

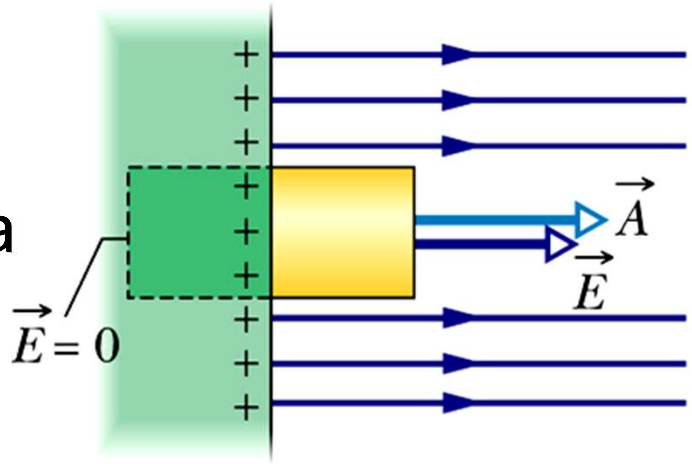


- Z prawa Gaussa

$$\Phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_o} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_o}$$

- Wartość wektora natężenia pola

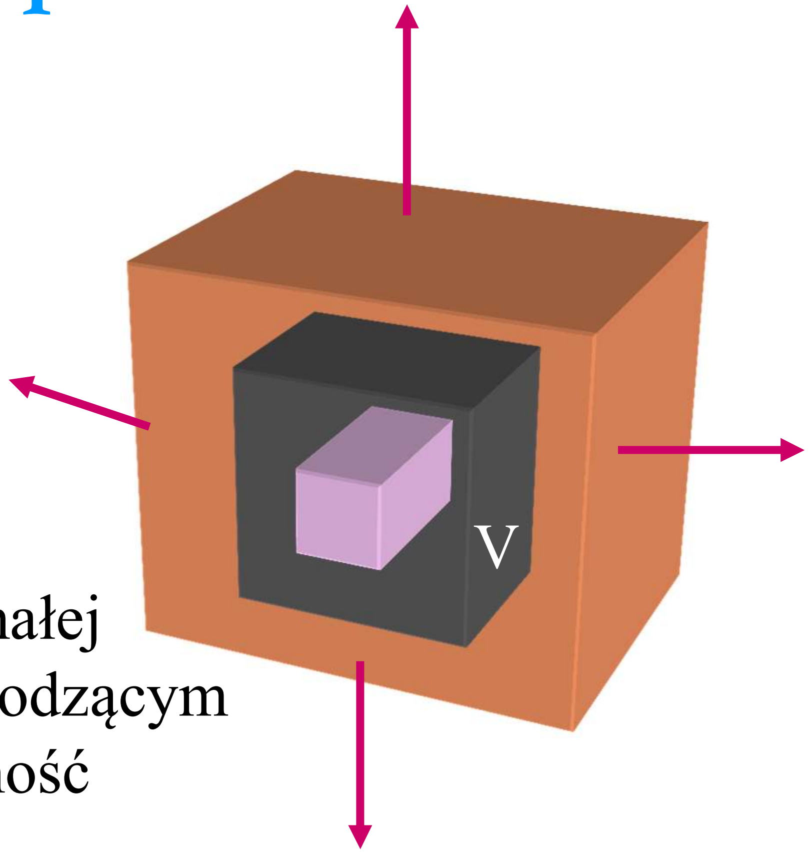
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o}$$



Związek strumienia z operatorem dywergencji

Definicja operatora dywergencji

$$\operatorname{div}\ \vec{\mathbf{E}} = \lim_{V \to 0} \frac{\oint \vec{\mathbf{E}} \circ d\,\vec{\mathbf{A}}}{V}$$



$\operatorname{div}\ \vec{\mathbf{E}}$ jest w granicy nieskończenie małej objętości V, strumieniem wychodzącym ze źródła i określa jego wydajność

Twierdzenie Gaussa-Ostrogradskiego

$$\oint_S \vec{\mathbf{E}} \circ d\vec{\mathbf{A}} = \oiiint_V \operatorname{div}\vec{\mathbf{E}}\, dV$$

PRAWO GAUSSA w postaci RÓŻNICZKOWEJ

Korzystamy z twierdzenia Gaussa-Ostrogradskiego:

$$\oint_S \vec{\mathbf{E}} \circ d\vec{\mathbf{A}} = \oiiint_V \operatorname{div} \vec{\mathbf{E}}\, dV$$

Z prawa Gaussa w postaci całkowej:

$$\oint_S \vec{\mathbf{E}} \circ d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q_{wew}}{\varepsilon_o} = \frac{1}{\varepsilon_o} \oiiint_V \rho dV$$

Porównując wyrażenia podcałkowe:

$$\boxed{\operatorname{div} \vec{\mathbf{E}} = \frac{\rho}{\varepsilon_o}}$$

POTENCJAŁ

- Wektor natężenia pola –istnieje zawsze

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q_o}$$

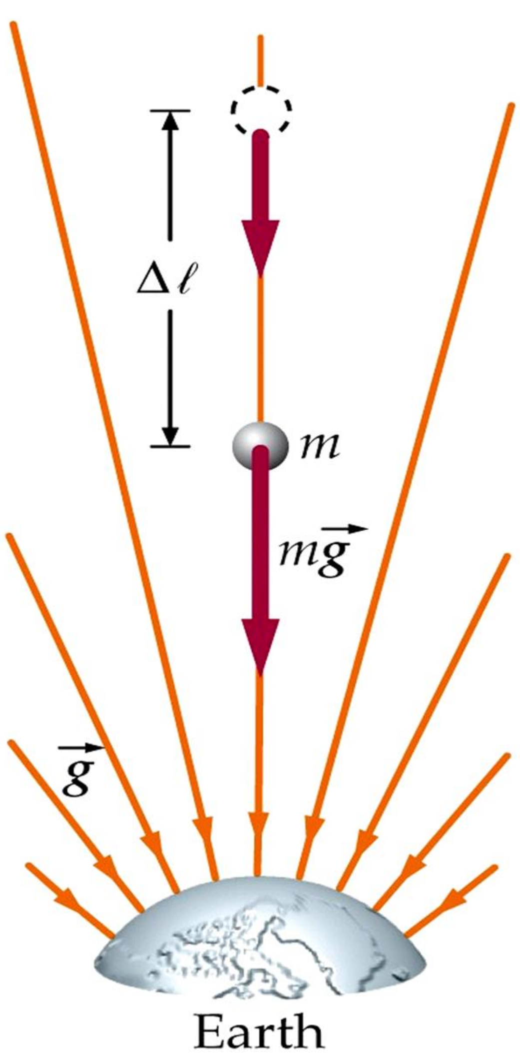
definicja

- Potencjał (skalar) – istnieje tylko dla pól zachowawczych (potencjalnych)

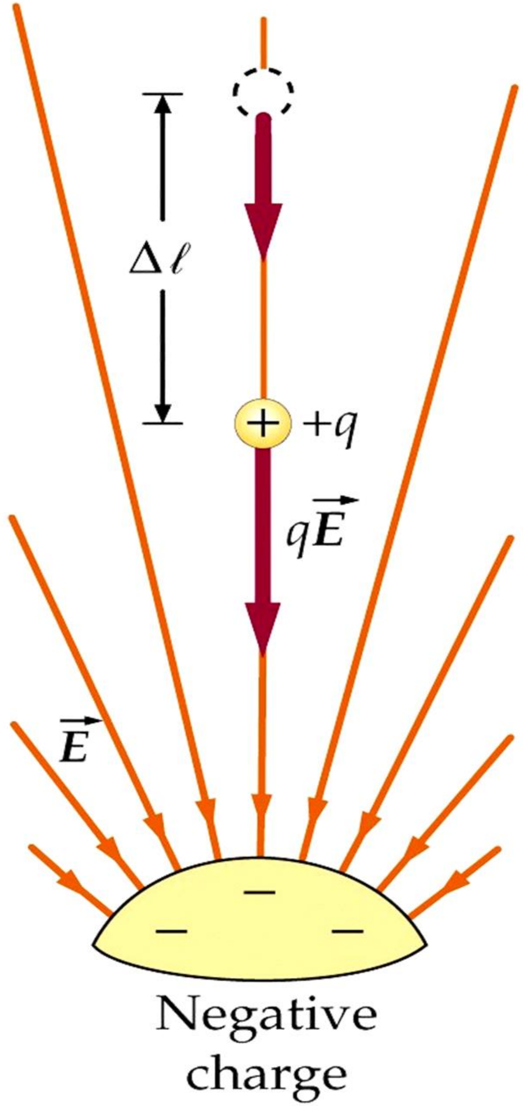
$$V = \frac{E_p}{q_o}$$

definicja

Wielkości charakteryzujące:	oddziaływanie pomiędzy ładunkami punktowymi	pole elektrostatyczne
siła $\vec{\mathbf{F}}$ energia potencjalna E_p	$\vec{\mathbf{F}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$ $E_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_1 q_2}{r}$	
natężenie $\vec{\mathbf{E}}$ potencjał V		$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q_o}$ $V = \frac{E_p}{q_o}$



pole grawitacyjne



pole elektrostatyczne ładunku ujemnego

Związek potencjału z natężeniem pola

Dla dowolnej siły zachowawczej, zmiana energii potencjalnej dE_p dana jest:

$$dE_p = -\underbrace{\vec{\mathbf{F}} \circ d\,\vec{\mathbf{l}}}_{\text{praca } dW} = -q_o \vec{\mathbf{E}} \circ d\,\vec{\mathbf{l}}$$

Z definicji potencjału:

$$dV = \frac{d\,E_p}{q_o}$$

$$dV = -\vec{\mathbf{E}} \circ d\,\vec{\mathbf{l}}$$

$$\vec{\mathbf{E}} = -\,\mathrm{grad}\ V$$

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}} \circ d\,\vec{\mathbf{l}}$$

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}} \circ d\,\vec{\mathbf{l}} \quad \Rightarrow \quad \Delta V = V_b - V_a = -\frac{W}{q_o}$$

Różnica potencjałów ΔV między dwoma punktami jest równa wziętej z przeciwnym znakiem pracy W wykonanej przez siłę elektrostatyczną, przy przesunięciu jednostkowego ładunku z jednego punktu do drugiego.

Różnicę potencjałów nazywamy napięciem U=ΔV

Jednostki

Na postawie wzoru $$V = \frac{E_p}{q_o}$$

- jednostką potencjału jest wolt 1 V = 1 J/C
- elektronowolt 1 eV jako jednostka energii w skali atomowej

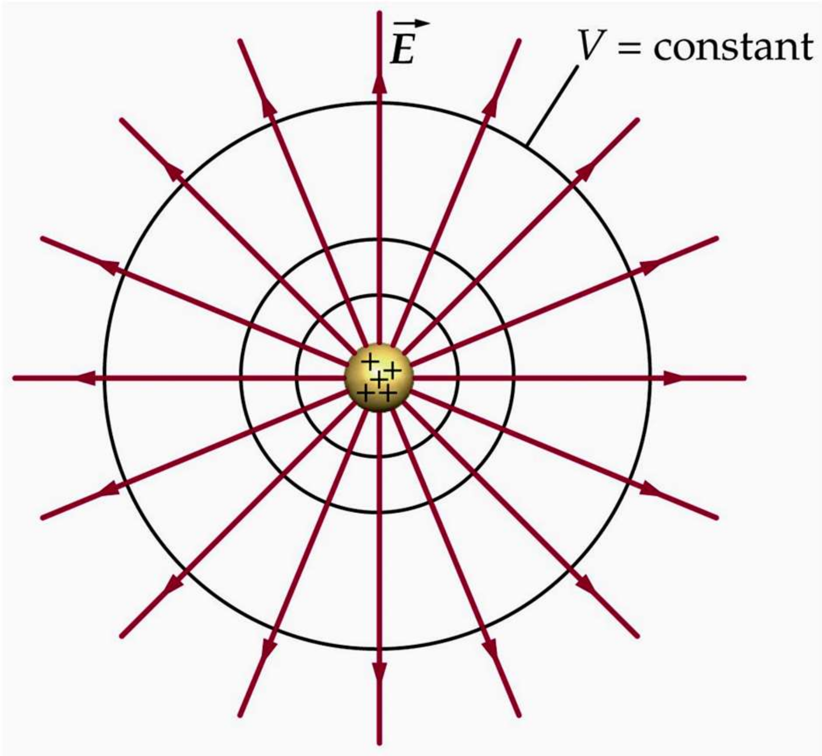
Jest to energia równa pracy, potrzebnej do przesunięcia pojedynczego ładunku elementarnego *e*, na przykład elektronu lub protonu, między punktami o różnicy potencjałów równej jednemu woltowi

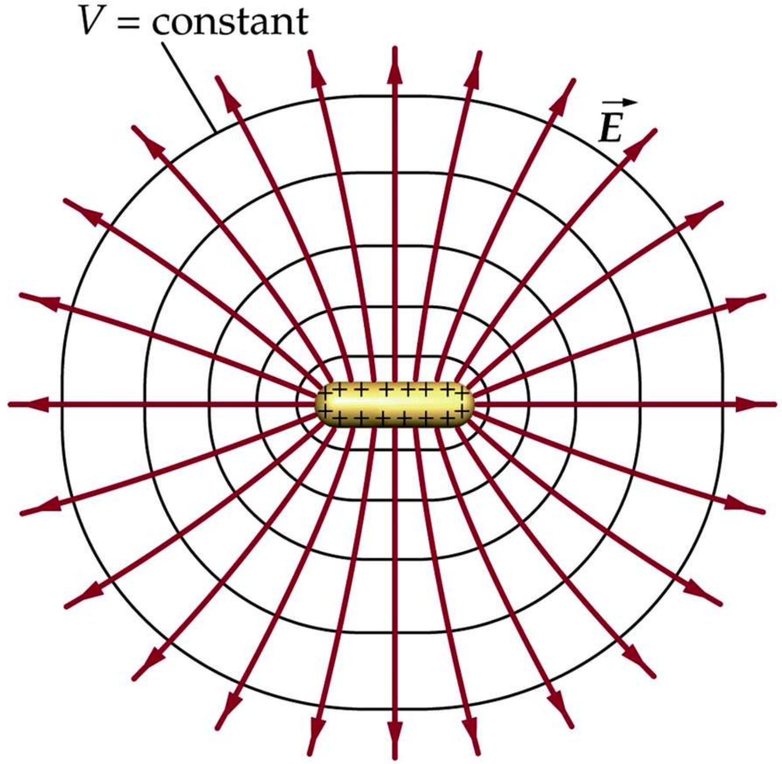
$$1\ \text{eV} = e\,(1\text{V}) = (1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C})\,(1\ \text{J/C}) = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Na podstawie wzoru $$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}} \circ d\vec{\mathbf{l}}$$

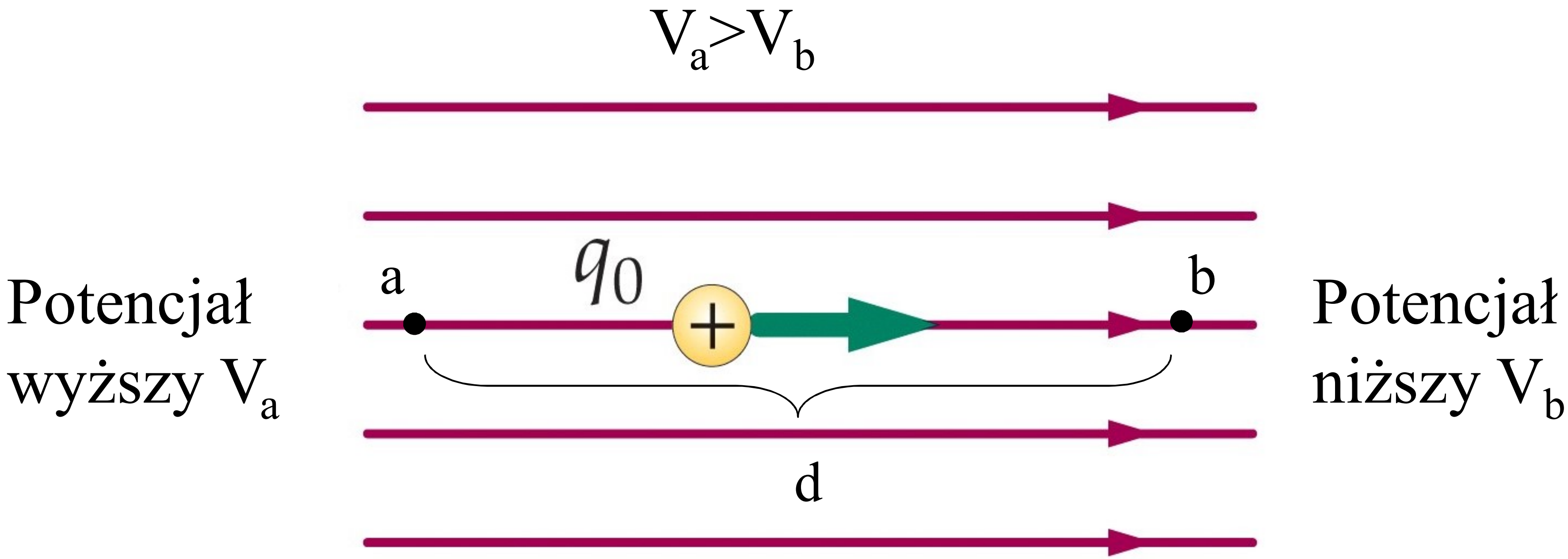
• nowa jednostka natężenia pola elektrycznego 1 V/m

Powierzchnie ekwipotencjalne- powierzchnie stałego potencjału

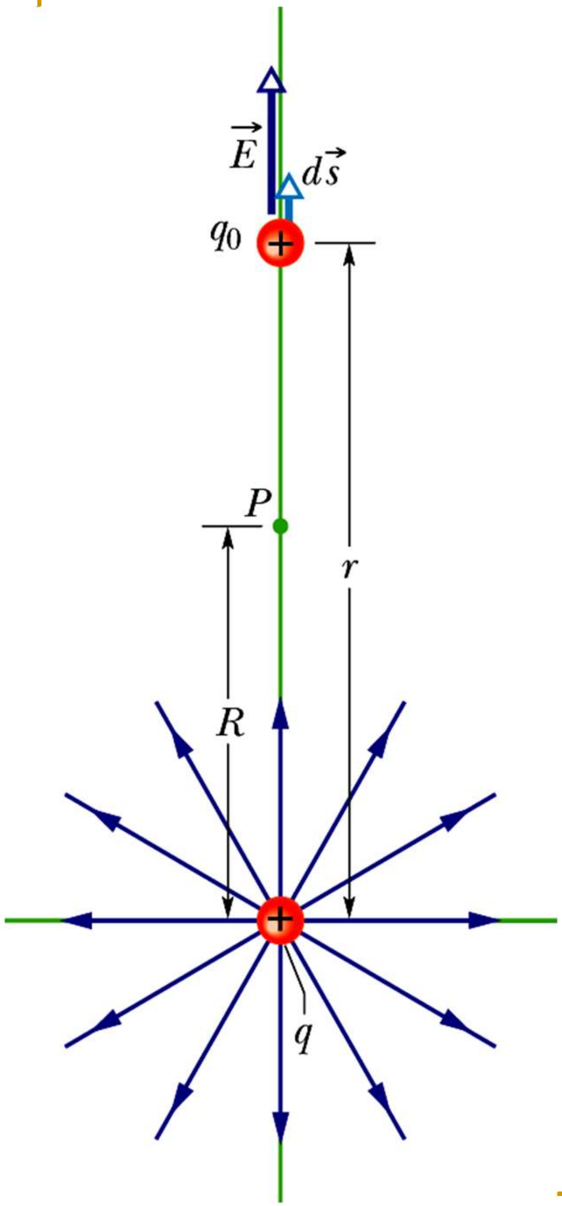




Potencjał pola jednorodnego



$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}} \circ d\vec{\mathbf{l}} = -\int_a^b E\,dl = -E\int_a^b dl = -E(b-a) = -Ed$$



Potencjał pola ładunku punktowego

Przesuwamy ładunek próbny q_o z punktu P do nieskończoności

$$\vec{\mathbf{E}} \circ d\,\vec{\mathbf{s}} = E\,ds\cos\theta$$

$$V_\infty - V_P = -\int_R^\infty \vec{\mathbf{E}} \circ d\,\vec{\mathbf{s}} = -\int_R^\infty E dr \qquad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}$$

Przyjmujemy V_∞=0

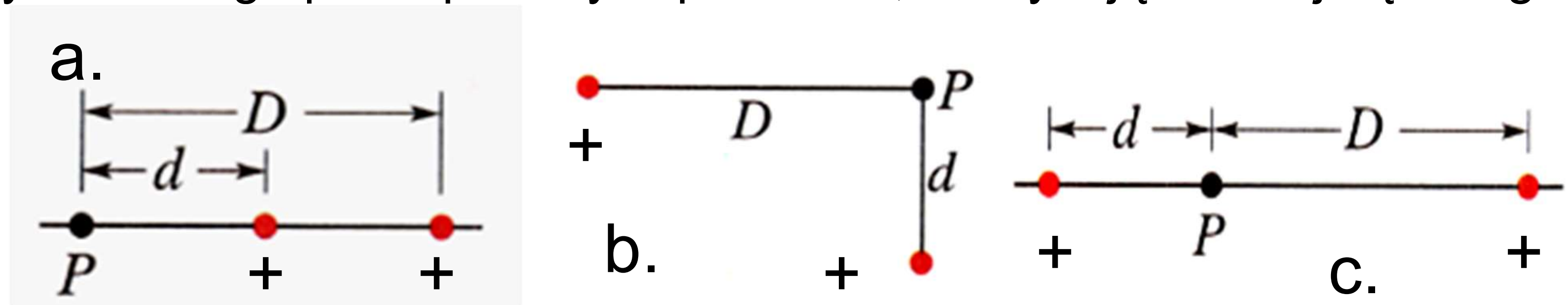
$$\boxed{V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r}}$$

Potencjał dla dyskretnego rozkładu ładunku

Wypadkowy potencjał V układu n ładunków punktowych q_i obliczamy korzystając z zasady superpozycji

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i}$$

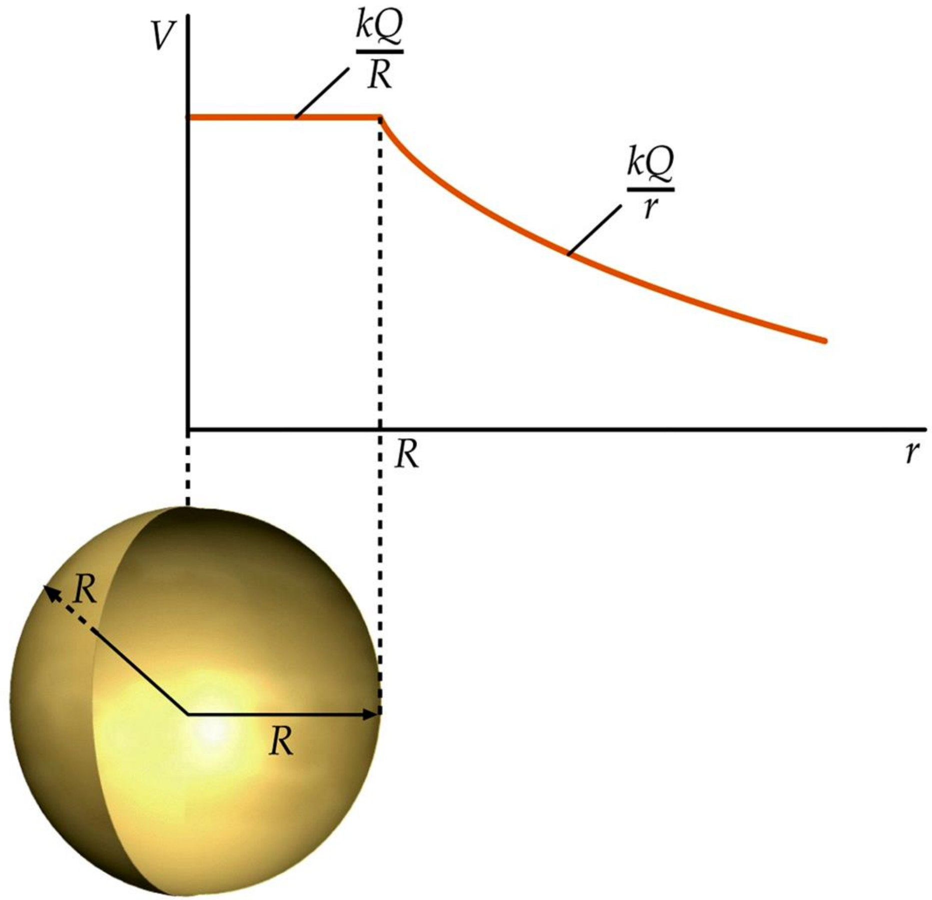
Zadanie domowe 8-5 Na rysunku przedstawiono trzy układy, zawierające po dwa protony. Uszereguj te układy według wypadkowego potencjału pola, wytworzonego przez protony w punkcie P, zaczynając od największego.



Potencjał ciągłego rozkładu ładunku

Dla naładowanej ładunkiem powierzchniowym Q powłoki sferycznej gdy r<R, E=0, czyli potencjał V jest wielkością stałą, niezależną od r.

Dla r>R, V zanika z odległością r jak 1/r



Zadanie domowe 8-6 Pokazać (obliczając), że potencjał dla powłoki sferycznej wykazuje taką zależność V(r) jak na powyższym wykresie

POJEMNOŚĆ

- Definicja

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Jednostką pojemności jest 1F (farad). W praktyce używamy μF, pF, nF

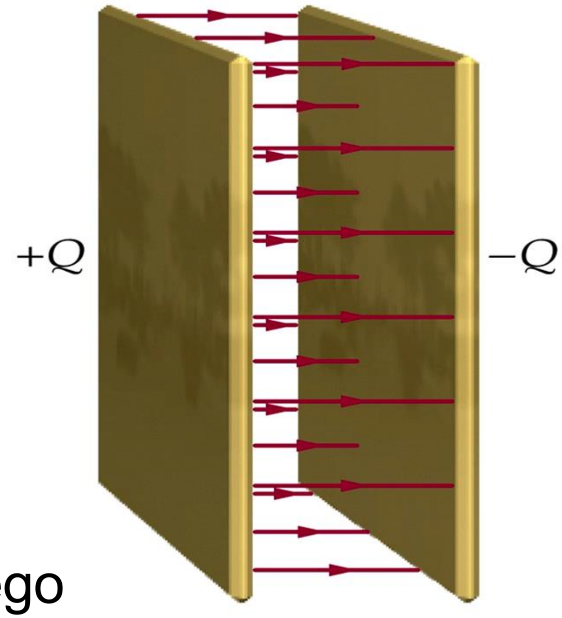
Analogia między kondensatorem mającym ładunek q i sztywnym zbiornikiem o objętości $\mathcal{V}$, zawierającym n moli gazu doskonałego:

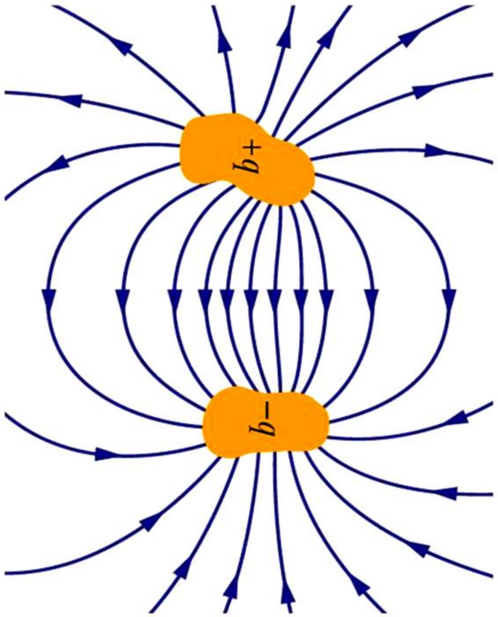
$$n = \frac{\mathcal{V}}{RT} p \qquad\qquad q = C\Delta V$$

Przy ustalonej temperaturze T, pojemność kondensatora C pełni podobną funkcję jak objętość zbiornika

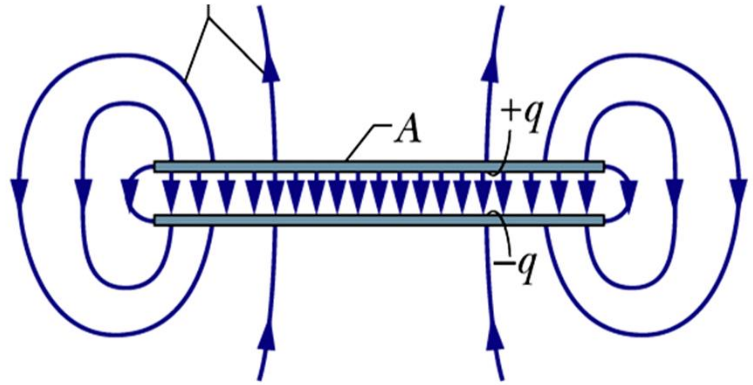
Kondensator

- Służy do magazynowania energii
- Stanowi istotny element obwodu

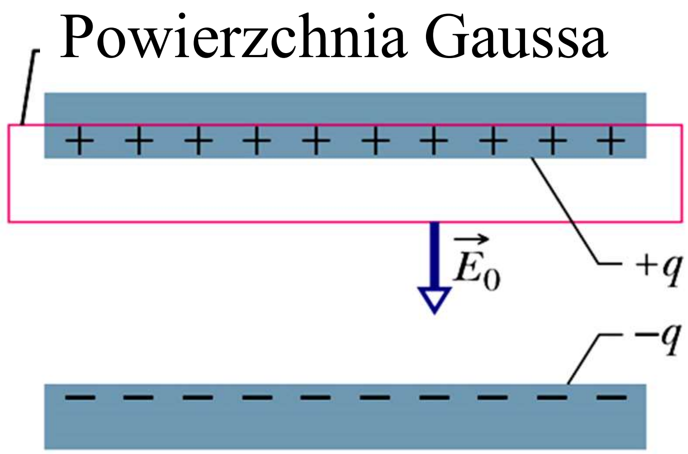




Linie pola elektrycznego



POJEMNOŚĆ KONDENSATORA PŁASKIEGO



$$E_o = \frac{\sigma}{\varepsilon_o} = \frac{q}{\varepsilon_o A}$$

$$\Downarrow$$

$$q = E_o\, \varepsilon_o A$$

Dla pola jednorodnego pokazaliśmy, że

$$V = E_o d$$

z definicji pojemności

$$C = \frac{\varepsilon_o A}{d}$$

Pojemność zależy tylko od parametrów geometrycznych: A-powierzchni okładki, d-odległości okładek

Przykład 9-5: Jaka musiałaby być powierzchnia okładki kondensatora płaskiego, aby, przy odległości okładek d=1 mm, uzyskać pojemność C=1 F?

$$C = \frac{\varepsilon_o A}{d} \quad \Longrightarrow \quad A = \frac{Cd}{\varepsilon_o}$$

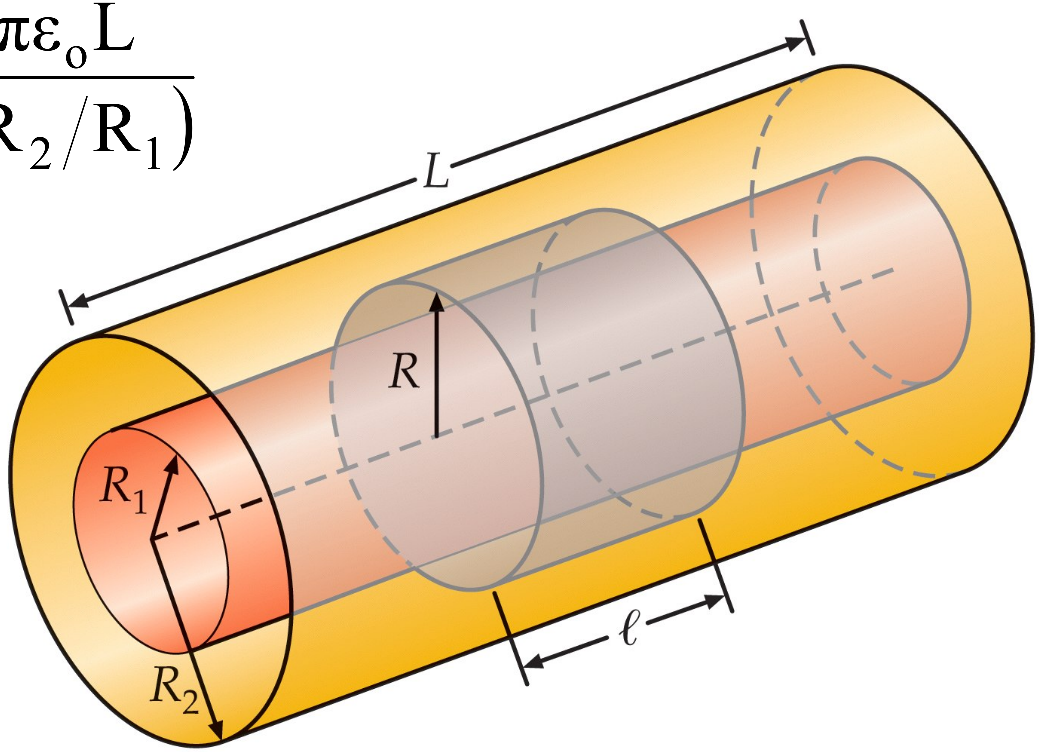
$$A = \frac{1\,\mathrm{F} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{C}^2/\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2} = 1{,}13 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m}^2$$

mało praktyczne rozwiązanie!!!

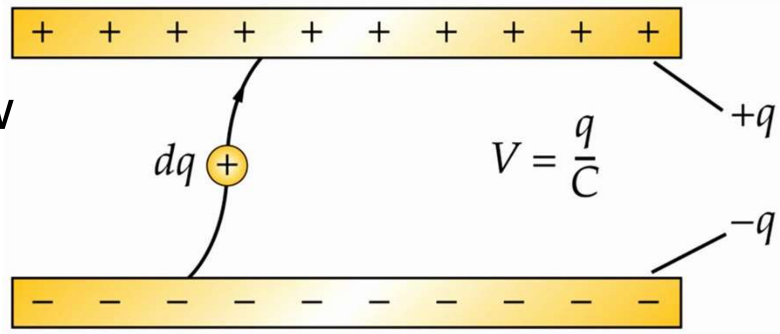
Zadanie domowe 9-7

Udowodnić, że pojemność kondensatora cylindrycznego wyraża się wzorem

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_o L}{\ln\left(R_2/R_1\right)}$$



Energia zmagazynowana w polu elektrycznym



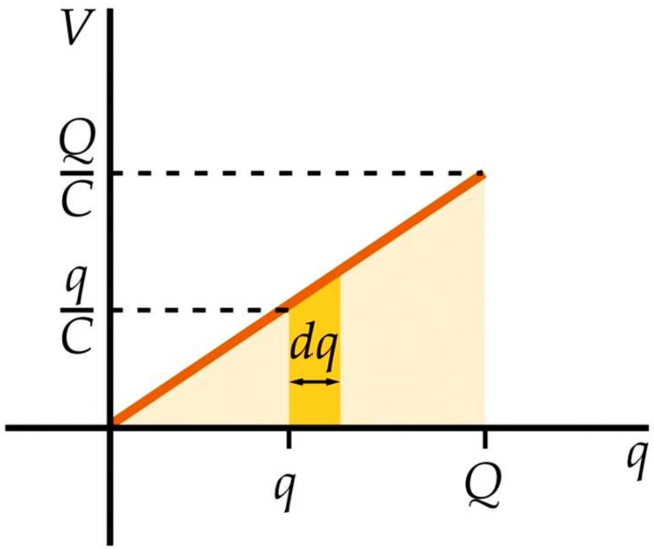
Praca W wykonana przy ładowaniu kondensatora zostaje zmagazynowana w postaci elektrycznej energii potencjalnej E_E, w polu elektrycznym między okładkami.

Praca elementarna dW wykonana gdy zostaje przeniesiony dodatkowy ładunek dq wynosi

$$dW = Vdq = \frac{q}{C}dq$$

$$W = \int dW = \int \frac{q}{C}dq = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

$$W = E_E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2$$



Gęstość energii

Gęstość energii u_E jest to energia potencjalna przypadająca na jednostkę objętości

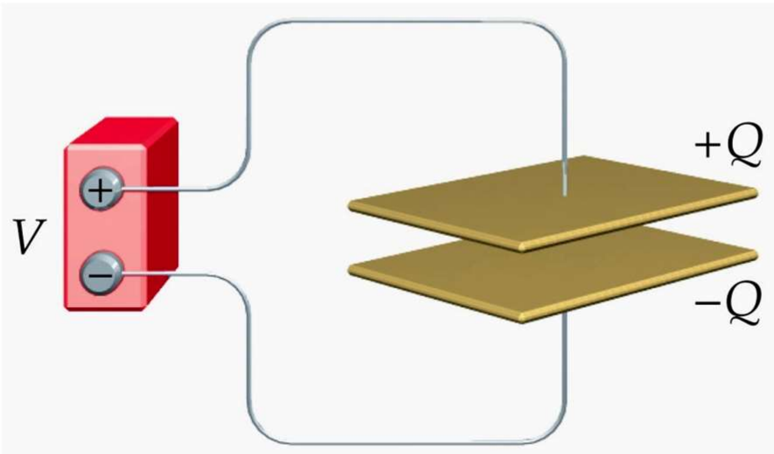
$$u_E = \frac{E_E}{Ad} = \frac{CV^2}{2Ad} \qquad C = \varepsilon_o \frac{A}{d}$$

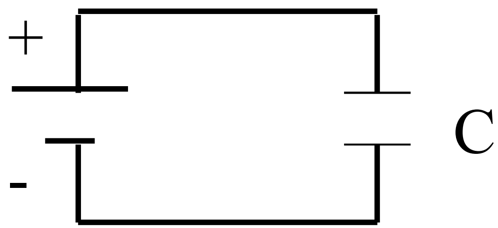
$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_o\left(\frac{V}{d}\right)^2$$

$$\boxed{u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2}$$

Kondensator w obwodzie

Przykład 9-6: Kondensator o pojemności C=6 μF jest podłączony do zacisków 9 V baterii. Jaki ładunek zgromadzi się na okładkach kondensatora?





$Q=CV=54\ \mu C$

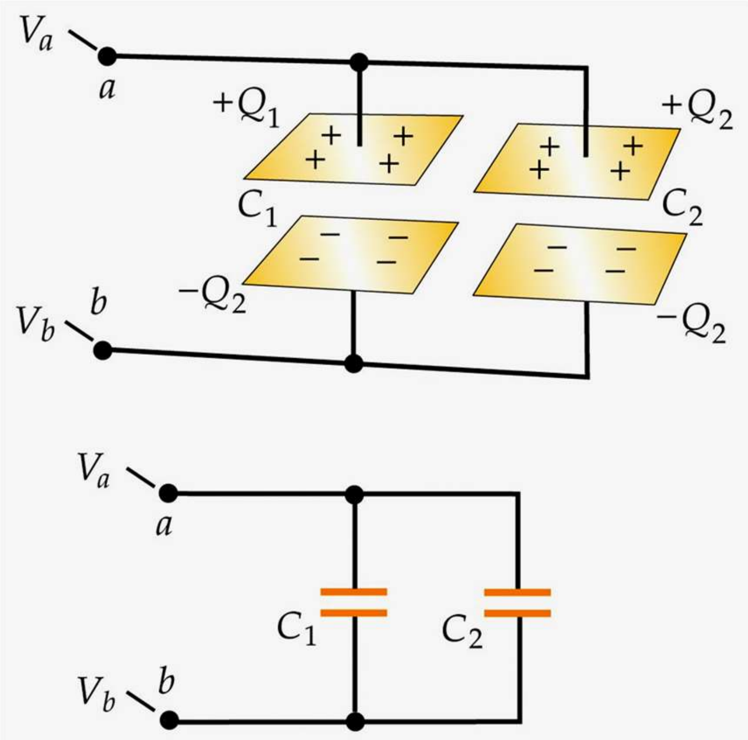
Połączenie równoległe kondensatorów

$$V_a - V_b = U_1 = U_2 = U \qquad \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q}{C} = U$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 U + C_2 U = (C_1 + C_2)U$$

$$C = C_1 + C_2$$

Pojemność kondensatora zastępczego

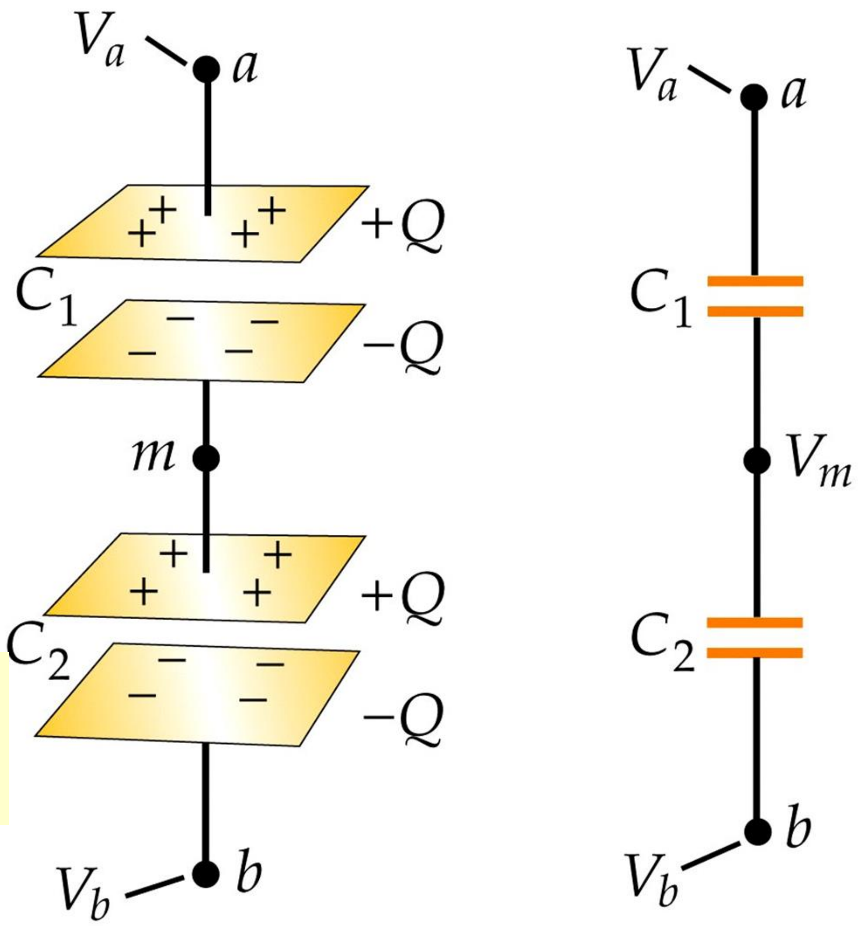


Połączenie szeregowe kondensatorów

$$U = U_1 + U_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

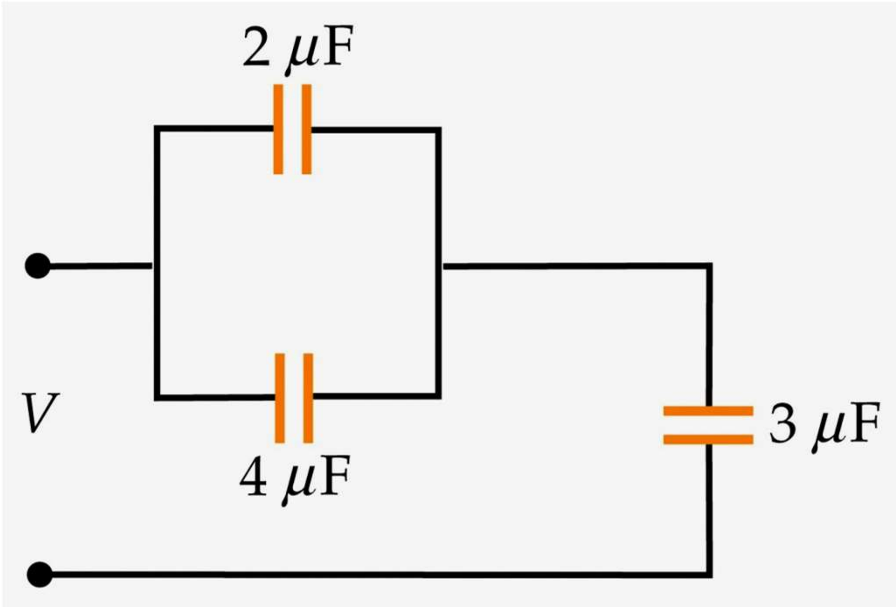
Pojemność kondensatora zastępczego



Zadanie domowe 9-8

(a) Znajdź pojemność zastępczą układu kondensatorów przedstawionych na rysunku

(b) Znajdź ładunek i spadek potencjału na każdym kondensatorze jeżeli układ podłączono do baterii 6V.



PODSUMOWANIE

- Elektrostatyka opisuje pola statyczne utworzone przez ładunki elektryczne w spoczynku.
- Pole elektrostatyczne jest zachowawcze (potencjalne). Pole to jest charakteryzowane przez wektor natężenia pola i potencjał.
- Wartość natężenia pola pochodzącego od konkretnych rozkładów ładunku obliczamy bądź z zasady superpozycji i prawa Coulomba bądź z prawa Gaussa.
- Kondensator jest urządzeniem, w którym magazynowana jest potencjalna energia elektrostatyczna. Gęstość energii zmagazynowanej jest proporcjonalna do kwadratu pola E.
- Prawo Gaussa w postaci całkowej lub różniczkowej stanowi jedno z równań Maxwella