

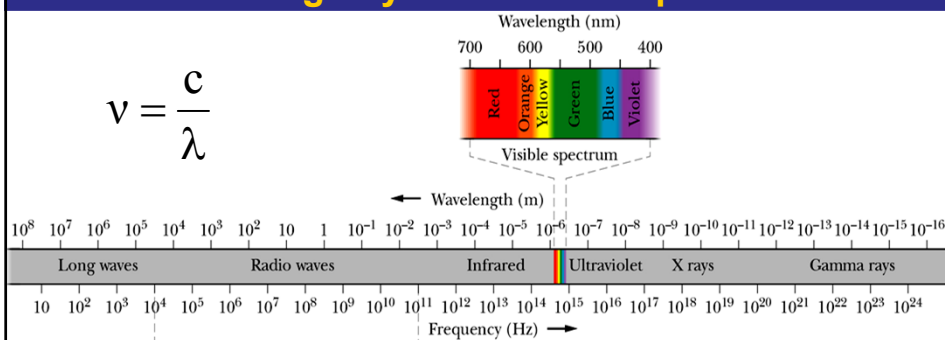
Światło – jako fala

2011/12, lato

1

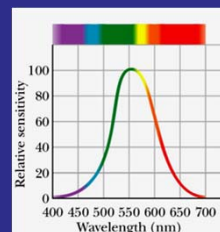
Fala elektromagnetyczna – widmo promieniowania

$$v = \frac{c}{\lambda}$$



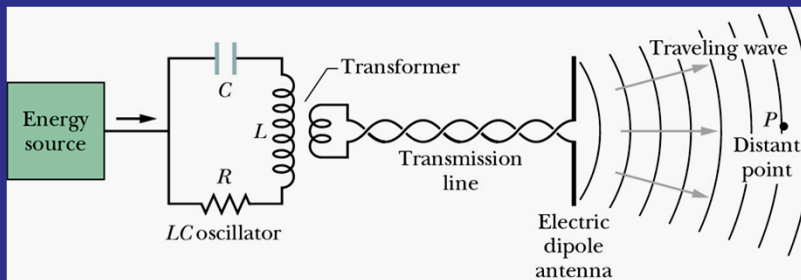
Czułość oka ludzkiego w zakresie widzialnym

2011/12, lato



2

Wytwarzanie fali elektromagnetycznej o częstotliwościach radiowych



$$E(x, t) = E_m \sin(kx - \omega t)$$

$$B(x, t) = B_m \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{E_m}{B_m} = c$$

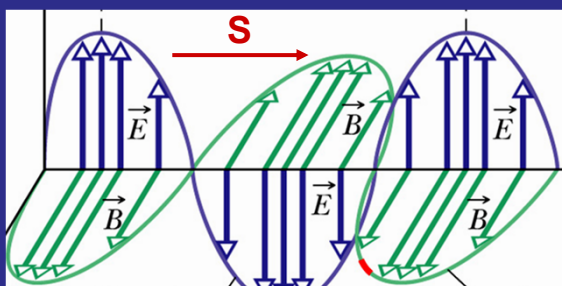
$$\frac{E}{B} = c$$

H. Hertz (1888)
doświadczalne
potwierdzenie
istnienia fal EB

2011/12, lato

3

Fala elektromagnetyczna – przepływ energii i wektor Poyntinga



Definicja wektora Poyntinga

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

Kierunek wektora Poyntinga jest kierunkiem rozchodzenia się fali i kierunkiem przepływu energii

2011/12, lato

4

Natężenie fali elektromagnetycznej

Wartość wektora Poyntinga wiąże się z szybkością, z jaką energia fali przepływa przez jednostkową powierzchnię w danej chwili. Średnia wartość wektora Poyntinga jest natężeniem fali elektromagnetycznej.

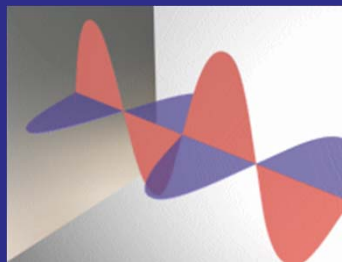
chwilowa szybkość
przepływu energii

$$S = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \mathbf{B} = \frac{1}{c \mu_0} E^2$$

natężenie fali
elektromagnetycznej

$$I = S_{\text{sr}} = \frac{1}{2c\mu_0} E_m^2$$

Fala elektromagnetyczna (zaburzenie pola E i B) rozchodzi się w próżni – nie jest potrzebny ośrodek materialny



Doświadczenie Michelsona-Morleya, 1887 – „eter świetlny” nie istnieje

Ze względu na zależność pomiędzy kierunkiem drgań i kierunkiem rozchodzenia się fale dzielimy na **podłużne** (gdy kierunki są zgodne) oraz **poprzeczne** (gdy kierunki są prostopadłe). Fale EB są poprzeczne.



2011/12, lato

7

INNY PODZIAŁ FAL



Ze względu na kształt czoła fali, wyróżniamy m.in. **fale kuliste** i **płaskie**. Czoło fali jest to powierzchnia łącząca punkty w tej samej fazie zaburzenia

2011/12, lato

8

Od czego zależy prędkość fali?

Prędkość fali mechanicznej określa bezwładność i sprężystość ośrodka

Przykład 1. Prędkość fali w strunie.

Bezwładność: masa na jednostkę długości $\mu=M/L$ [kg/m]

Sprężystość: siła naprężająca strunę T [kg m/s²]

Analiza wymiarowa daje jako jedyną kombinację:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Prędkość fali mechanicznej w ciele stałym:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

moduł Younga

gęstość

Prędkość fali akustycznej w gazie:

$$B = - \frac{\Delta p}{\Delta V / V}$$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

moduł ściśliwości

gęstość

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}$$

ciśnienie

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

Prędkość fali elektromagnetycznej w próżni:

$$c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}$$

Wynika z teorii (równań Maxwella)

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

stałe uniwersalne

$$\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ H / m}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F / m}$$

w ośrodku

$$v = \frac{c}{n}$$

n - współczynnik
załamania ośrodka

OGÓLNE RÓŻNICZKOWE RÓWNANIE FALI

Wzór $y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t)$

przypomina rozwiązanie równania oscylatora harmonicznego

A jakie równanie naprawdę rozwiązuje?

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 y_m \sin(kx - \omega t) = -\omega^2 y$$

$$\omega = vk$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 y_m \sin(kx - \omega t) = -k^2 y$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

OGÓLNE RÓŻNICZKOWE RÓWNANIE FALI

3D

Zaburzenie jest opisywane funkcją $\Psi(x,y,z,t)$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

czyli

$$\Delta \Psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

Operator różniczkowy Laplace'a (laplasjan)

$$\Delta = \nabla \circ \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

PODSTAWOWE ZJAWISKA FALOWE:

- interferencja
- dyfrakcja
- polaryzacja

ale także: załamanie, rozszczepienie (dyspersja), odbicie, transmisja, absorpcja

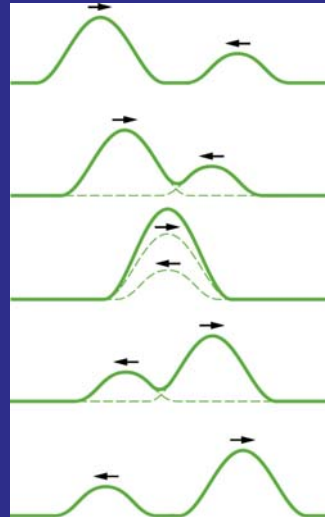
Zjawiska są wspólne dla wszystkich rodzajów fal

ZASADA SUPERPOZYCJI FAL

Często się zdarza, że dwie lub więcej fal przechodzi równocześnie przez ten sam obszar. Fale te nakładają się, w żaden sposób nie wpływają na siebie wzajemnie a zaburzenia dodają się algebraicznie tworząc **falę wypadkową**.

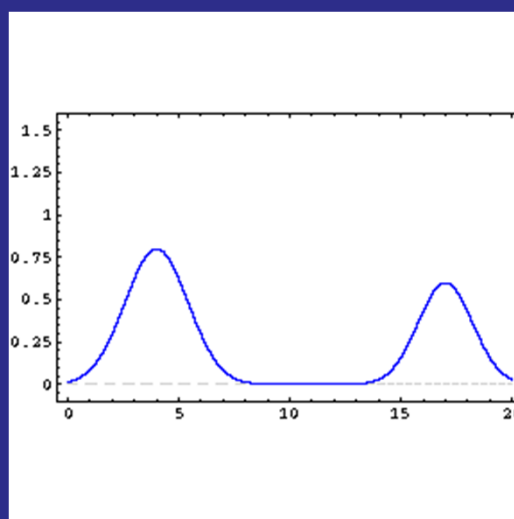
$$y_w(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

2011/12, lato



15

Demonstracja

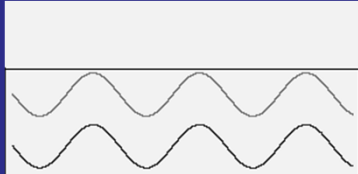


2011/12, lato

16

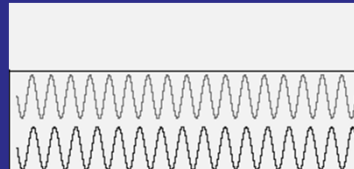
Skutki superpozycji fal

Wzmocnienie (interferencja konstruktywna) lub osłabienie (interferencja destruktywna)



2011/12, lato

Dudnienia (nakładanie się fal o bardzo zbliżonych częstościach)



17

Interferencja

Zakładamy, że dwie sinusoidalne fale o tej samej długości i amplitudzie biegną wzdłuż napiętej liny w tym samym kierunku. Fale te interferują ze sobą dają wypadkową falę sinusoidalną biegnącą w tym samym kierunku. Amplituda fali wypadkowej zależy od względnej różnicy faz fal interferujących.

$$y_1(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$

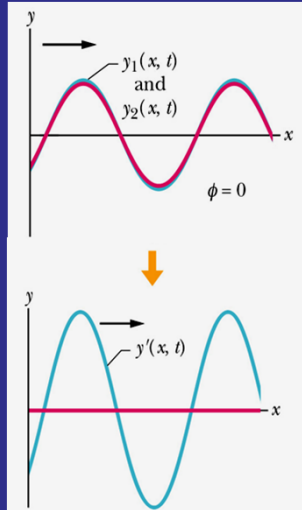
$$y_2(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$y = y_1(x, t) + y_2(x, t) = \left[2y_m \cos \frac{1}{2} \varphi \right] \sin\left(kx - \omega t + \frac{1}{2} \varphi\right)$$

amplituda

2011/12, lato

18



2011/12, lato

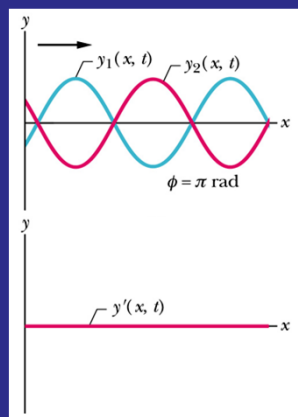
Interferencja konstruktywna (wzmocnienie) występuje, gdy fazy są zgodne, tj. gdy $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$

Amplituda wypadkowa jest dwukrotnie większa niż amplituda każdej z fal interferujących

$$y'_m = 2y_m \cos \frac{1}{2}\phi = 2y_m$$

Natężenie fali wypadkowej jest czterokrotnie większe niż natężenie każdej z fal interferujących

19



Interferencja destruktywna – całkowite wygaszenie, gdy fazy są przeciwne, tj. gdy $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$

Amplituda i natężenie fali wypadkowej wynoszą zero

$$y'_m = 2y_m \cos \frac{1}{2}\phi = 0$$

Przypomnienie: Podobny efekt obserwowaliśmy przy nakładaniu drgań zachodzących wzdłuż jednej prostej

2011/12, lato

20

Metoda wektora wirującegogo - wskaźy

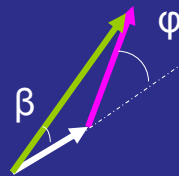
Wskaźy jest wektorem, którego długość jest równa amplitudzie fali. Wektor ten obraca się wokół początku układu współrzędnych z prędkością kątową równą częstości fali ω .



$$y_1(x, t) = y_{m1} \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2(x, t) = y_{m2} \sin(kx - \omega t + \phi)$$

Wynik interferencji – wynik dodawania wskaźów



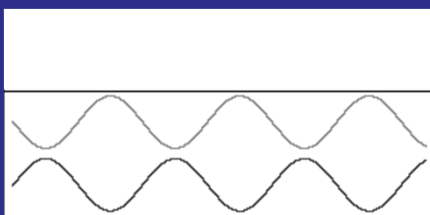
$$y'(x, t) = y'_m \sin(kx - \omega t + \beta)$$

Metodą wskaźów można się posługiwać nawet gdy amplitudy fal interferujących są różne

2011/12, lato

21

Fala stojąca



Fala stojąca powstaje gdy dwie sinusoidalne fale o tej samej długości i amplitudzie bieżą wzdłuż napiętej linii w przeciwnym kierunku.

$$y_1(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2(x, t) = y_m \sin(kx + \omega t)$$

Można pokazać, że

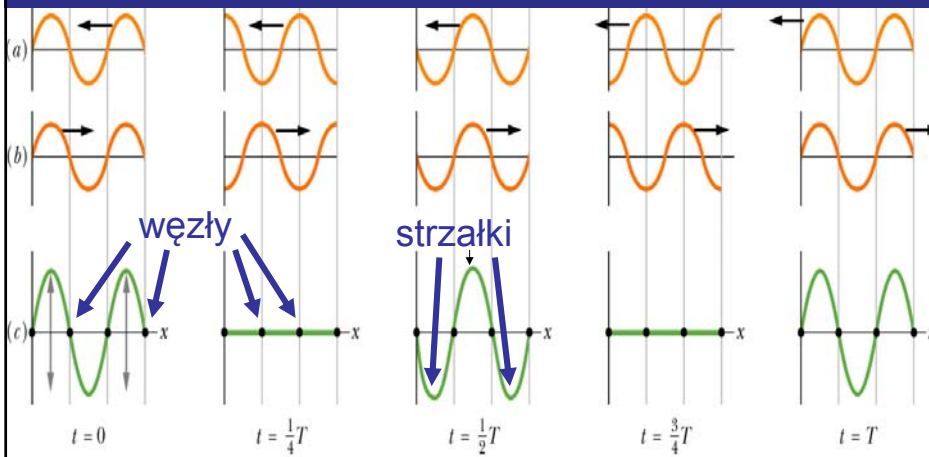
$$y = y_1 + y_2 = [2y_m \sin kx] \cos(\omega t)$$

amplituda fali

2011/12, lato

22

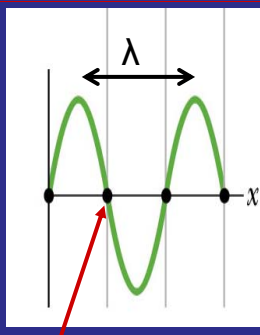
Fala stojąca



2011/12, lato

Położenia węzłów i strzałek nie ulegają zmianie. Amplituda fali zależy od położenia

23



położenie węzła dla $n'=1$

Położenia węzłów są opisane relacją:

$$x = n' \frac{\lambda}{2}$$

gdzie $n'=0,1,2,\dots$

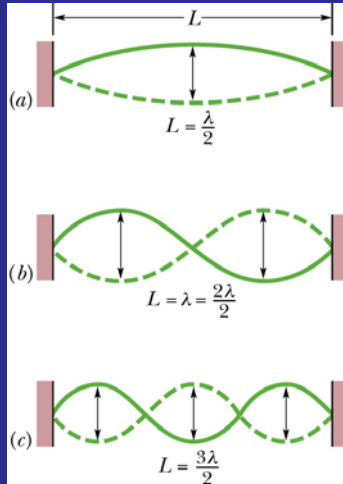
Rezonans występuje, gdy przy pewnych częstościach w wyniku interferencji powstaje fala stojąca o dużej amplitudzie

Struna wykazuje rezonans przy pewnych częstościach zwanych częstościami rezonansowymi

2011/12, lato

24

Rezonans



Narzucając warunki brzegowe kwantujemy długość fali i częstotliwość

warunki brzegowe:

dla $x=0$ $y=0$ i dla $x=L$ $y=0$ (węzły na końcach struny)

warunek kwantyzacji długości fali:

$$\lambda_{n'} = \frac{2L}{n'} \quad \text{gdzie } n'=1,2,3,\dots$$

warunek kwantyzacji częstotliwości:

$$\gamma_{n'} = n' \frac{v}{2L}$$

prędkość fali

2011/12, lato

25

Częstości rezonansowe są całkowitymi wielokrotnościami najniższej częstotliwości – częstotliwości podstawowej γ_1

$$\gamma_1 = \frac{v}{2L}$$

Drganie własne o częstotliwości podstawowej nazywamy modem podstawowym lub pierwszą harmoniczną

Szereg harmoniczny czyli zbiór wszystkich możliwych drgań własnych opisany jest przez

$$\gamma_{n'} = n' \gamma_1$$

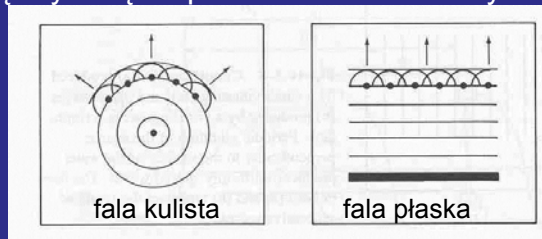
liczba harmoniczna

2011/12, lato

26

Christian Huygens – 1678 r. pierwsza falowa teoria światła

Zasada Huygensa: Wszystkie punkty czoła fali zachowują się jak punktowe źródła elementarnych kulistych fal wtórnych. Po czasie t nowe położenie czoła fali jest wyznaczone przez powierzchnię styczną do powierzchni fal wtórnych



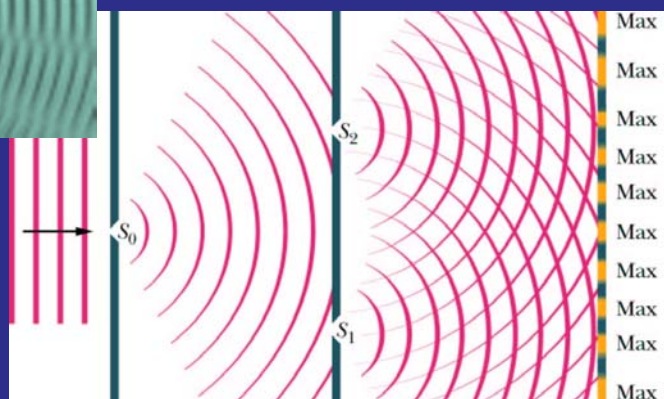
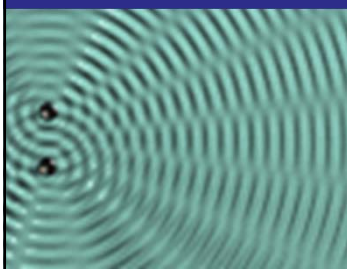
Zasada ta pozwala wyprowadzić m.in. prawo załamania, prawo odbicia (HRW, t.4, 36.2). Wykorzystuje się ją również w interferencji i dyfrakcji

2011/12, lato

27

Doświadczenie Younga

1801 r. – światło jest falą bo ulega interferencji



2011/12, lato

28

O wyniku interferencji fal decyduje różnica faz $\Delta\phi$

Jakie mogą być przyczyny powstawania różnicy faz?

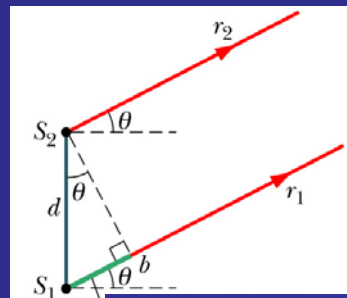
Dla światła rozchodzącego się w przestrzeni 3D (w próżni lub ośrodku materialnym) główną przyczyną powstawania różnicy faz $\Delta\phi$ jest różnica dróg optycznych ΔL

$$\Delta\phi = 2\pi$$

$$\Delta L = \lambda$$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L$$

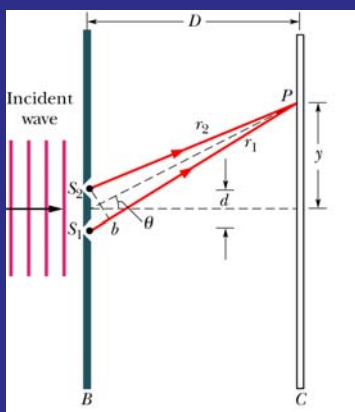
gdy $\Delta L = \lambda$ to $\Delta\phi = 2\pi$ i zachodzi interferencja konstruktywna



$$S_1b = \Delta L$$

$$\Delta L = S_1b = d \sin\theta$$

29



Warunki interferencji:

różnica faz musi być stała w czasie – spójność czasowa i w przestrzeni – spójność przestrzenna

Źródła światła muszą być spójne (koherentne)

warunek interferencji konstruktywnej (maximum)

$$d \sin\theta = m\lambda$$

warunek interferencji destruktywnej (minimum)

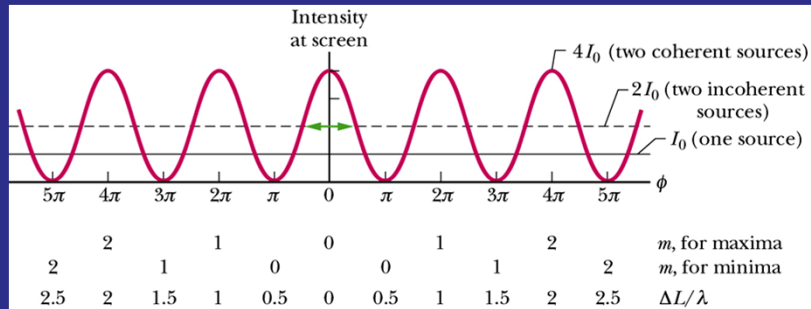
$$d \sin\theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$m=0,1,2,\dots$$

2011/12, lato

30

Obraz interferencyjny – rozkład natężenia światła na ekranie



$$I = 4I_0 \cos^2(\phi/2)$$

różnica faz

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

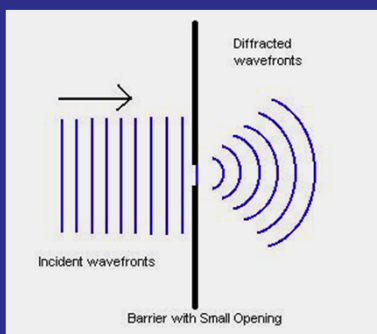
2011/12, lato

odległość między szczelinami

kąt obserwacji

31

Dyfrakcja



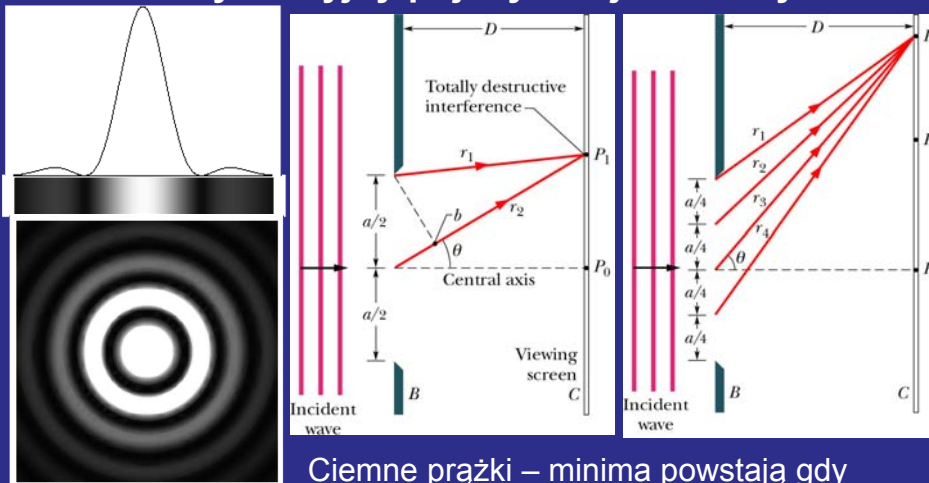
Jeżeli fala napotyka na swojej drodze przeszkodę, otwór lub szpilkę o rozmiarach porównywalnych z długością fali, to po przejściu przez nią będzie się inaczej rozprzestrzeniać (fala będzie ulegać ugięciu – dyfrakcji).

W wyniku dyfrakcji powstaje złożony z prążków obraz interferencyjny zwany obrazem dyfrakcyjnym

2011/12, lato

32

Obraz dyfrakcyjny pojedynczej szczeliny



Ciemne prążki – minima powstają gdy

2011/12, lato

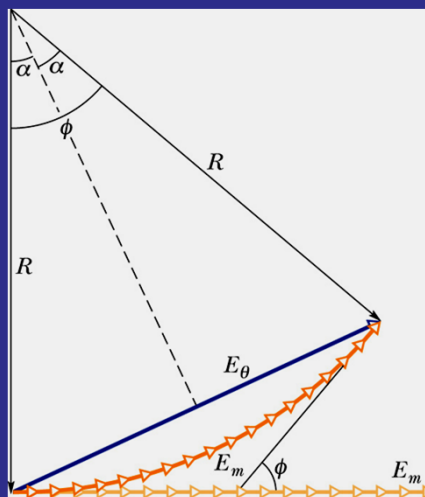
szerokość
szczeliny

$$a \sin \theta = m \lambda \quad m=0, 1, 2, \dots$$

kąt ugięcia

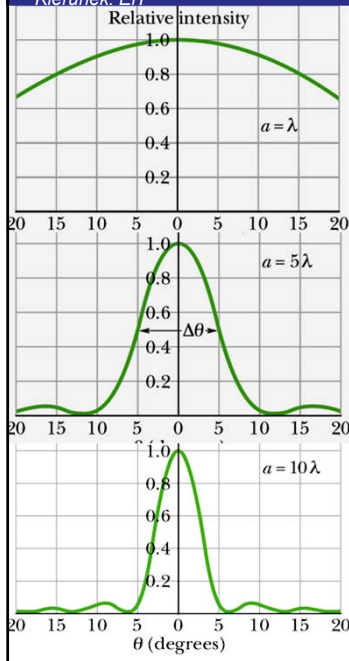
33

Metoda wskazów-
wyprowadzenie
wzoru na natężenie
światła w obrazie
dyfrakcyjnym
pojedynczej
szczeliny (HWR, t.4,
37.4)



2011/12, lato

34



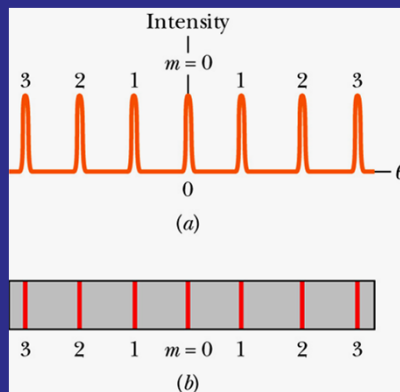
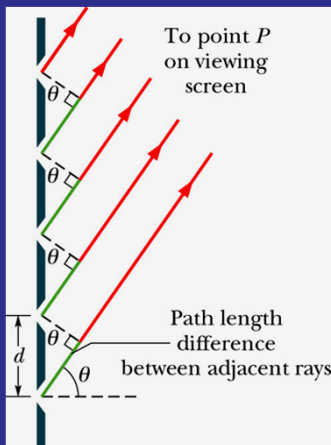
$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{\phi}{2} = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

Im większy stosunek a/λ tym węższy jest obraz dyfrakcyjny (szerokość centralnego maksimum).

Siatka dyfrakcyjna

układ wielu szczelin

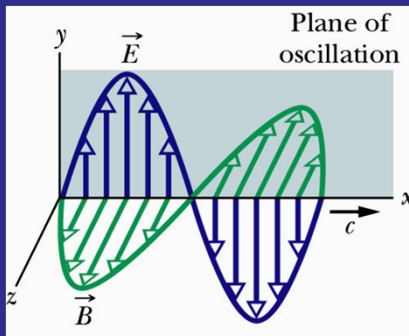


warunek powstawania maksimum

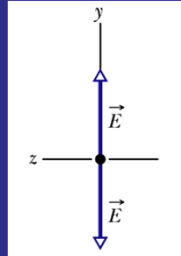
$$d \sin \theta = m\lambda$$

$$m=0,1,2,..$$

Polaryzacja fali elektromagnetycznej



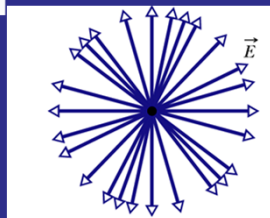
światło niespolaryzowane



światło całkowicie spolaryzowane liniowo

Prawo Malusa

$$I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$$

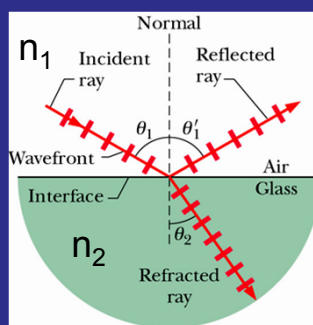


2011/12, lato

37

Odbicie i załamanie

Czemu ołówek wydaje się być złamany?



Prawo odbicia:

$$\theta_1 = \theta_1'$$

Prawo załamania- prawo Snella

$$n_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_1$$

różna jest prędkość rozchodzenia się fali w ośrodkach różniących się współczynnikiem załamania $n=c/v$

2011/12, lato

38

Zasada Fermata

1679 r

Światło przebiegające między dwoma punktami wybiera drogę, na przebycie której trzeba zużyć minimum lub maksimum czasu (zazwyczaj minimum) w porównaniu z sąsiednimi drogami

$$t = \int \frac{ds}{v} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{1}{c} \int n ds = \frac{\text{droga optyczna}}{c}$$

Minimalizacja czasu to minimalizacja drogi optycznej

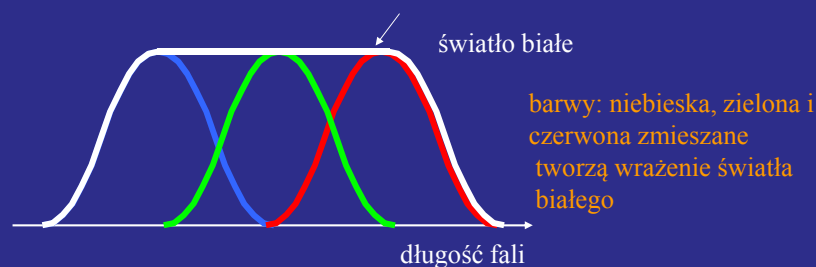
Zasada Fermata tłumaczy prostoliniowy bieg światła w ośrodku jednorodnym, można z niej wyprowadzić prawo odbicia i prawo załamania

2011/12, lato

39

Światło białe

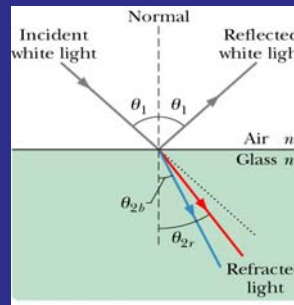
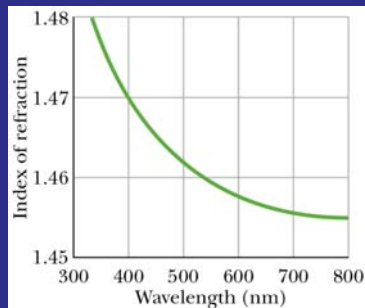
Światło białe stanowi idealną mieszaninę barw



2011/12, lato

40

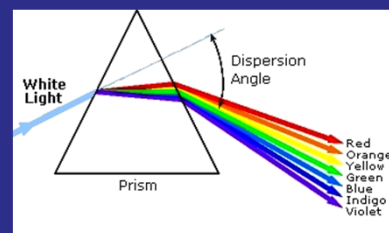
Dyspersja



Światło monochromatyczne o określonej długości fali można utworzyć wykorzystując:

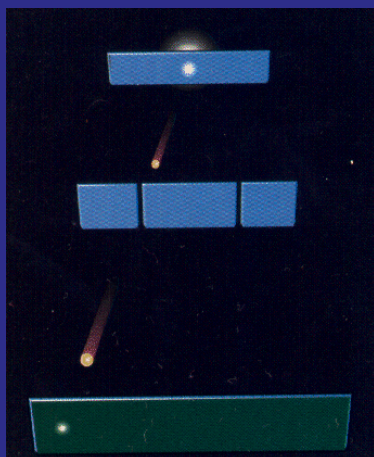
dyspersję $n(\lambda)$ – pryzmat

ugięcie $\theta(\lambda)$ – siatka dyfrakcyjna

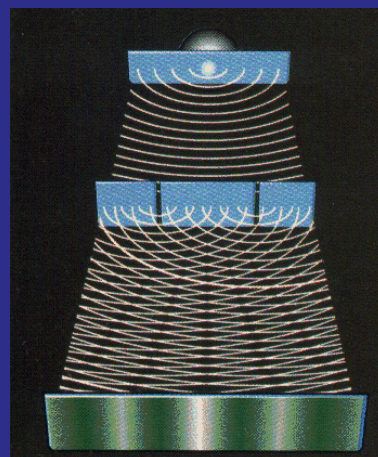


41

Podsumowanie – refleksja na temat natury falowej



2011/12, lato Czy światło jest cząstką?



Czy światło jest falą?

42

Dualizm korpuskularno-falowy:

W pewnych eksperymentach ujawnia się charakter falowy światła (dyfrakcja, interferencja, polaryzacja) a pewne zjawiska (efekt fotoelektryczny, efekt Comptona) można wytłumaczyć w modelu zakładającym istnienie kwantu promieniowania elektromagnetycznego – fotonu o energii $E=h\nu$ (h -stała Plancka)

Foton jest cząstką o zerowej masie spoczynkowej

Czy elektron jest falą czy cząstką? Czy istnieją fale materii?

Hipoteza de Broglie'a odpowiada twierdząco:

długość fali
stowarzyszonej
z cząstką

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

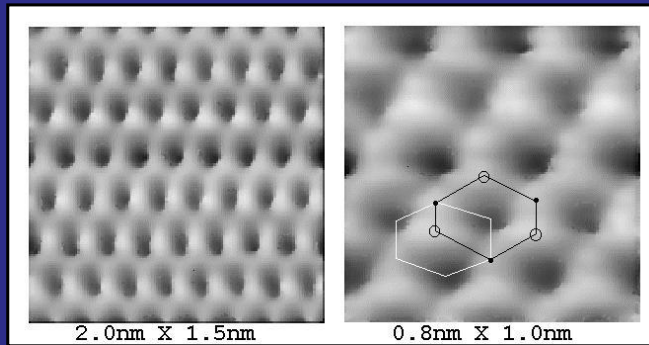
stała Plancka

pęd cząstki

Dyfrakcja fal elektronowych rzeczywiście zachodzi – transmisyjna mikroskopia elektronowa TEM



STM (Scanning Tunneling Microscope)



rozdzielczość na poziomie atomowym