RÓWNANIA FALI ELEKTROMAGNETYCZNEJ

RÓWNANIA MAXWELLA

Prawo:	Postać całkowa	Postać różniczkowa
Gaussa dla elektrostatyki	$\oint_S \vec{\mathbf{E}} \circ d\vec{\mathbf{A}} = \frac{q}{\varepsilon_o}$	$\operatorname{div} \vec{\mathbf{E}} = \frac{\rho}{\varepsilon_o}$
Gaussa dla magnetyzmu	$\oint_S \vec{\mathbf{B}} \circ d\vec{\mathbf{A}} = 0$	$\operatorname{div} \vec{\mathbf{B}} = 0$
Ampere'a-Maxwella	$\oint_C \vec{\mathbf{B}} \circ d\vec{\mathbf{l}} = \mu_o(i + \varepsilon_o \frac{d\Phi_E}{dt})$	$\operatorname{rot} \vec{\mathbf{B}} = \mu_o(\vec{\mathbf{j}} + \varepsilon_o \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t})$
Faraday'a	$\oint_C \vec{\mathbf{E}} \circ d\vec{\mathbf{l}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$	$\operatorname{rot} \vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t}$

FALA ELEKTROMAGNETYCZNA
w próżni

- Zakładamy, że j=0, ρ=0
- Równania Maxwella mają postać:

$$\mathrm{div}\,\vec{\mathbf{E}} = 0 \quad\Longrightarrow\quad \nabla \circ \vec{\mathbf{E}} = 0$$

$$\mathrm{div}\,\vec{\mathbf{B}} = 0 \quad\Longrightarrow\quad \nabla \circ \vec{\mathbf{B}} = 0$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{\mathbf{B}} = \mu_o\,\varepsilon_o \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} \quad\Longrightarrow\quad \nabla \times \vec{\mathbf{B}} = \mu_o \varepsilon_o \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t}$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} \quad\Longrightarrow\quad \nabla \times \vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t}$$

Wyprowadzenie równania fali EB

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{\mathbf{E}}) = -\nabla \times \frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{\mathbf{B}}$$

ale $\nabla \times \vec{\mathbf{B}} = \mu_o \varepsilon_o \dfrac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t}$ **czyli:**

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{\mathbf{E}}) = -\mu_o \varepsilon_o \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{E}}}{\partial t^2} \qquad (1)$$

Korzystając z tożsamości: $\vec{\mathbf{a}} \times (\vec{\mathbf{b}} \times \vec{\mathbf{c}}) = (\vec{\mathbf{a}} \circ \vec{\mathbf{c}})\vec{\mathbf{b}} - (\vec{\mathbf{a}} \circ \vec{\mathbf{b}})\vec{\mathbf{c}}$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = (\underbrace{\nabla \circ \vec{E}}_{0})\nabla - \nabla^2 \vec{E} \qquad (2)$$

Łącząc (1) i (2) otrzymujemy:

$$\boxed{\nabla^2 \vec{\mathbf{E}} = \mu_o \varepsilon_o \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{E}}}{\partial t^2}}$$

Ogólne równanie fali:

$$\nabla^2 \Psi(\vec{\mathbf{r}}, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

PRĘDKOŚĆ ROZCHODZENIA SIĘ FALI EB W PRÓŻNI

Podobnie dla pola magnetycznego $$\nabla^2\vec{\mathbf{B}} = \mu_o\varepsilon_o \frac{\partial^2\vec{\mathbf{B}}}{\partial t^2}$$

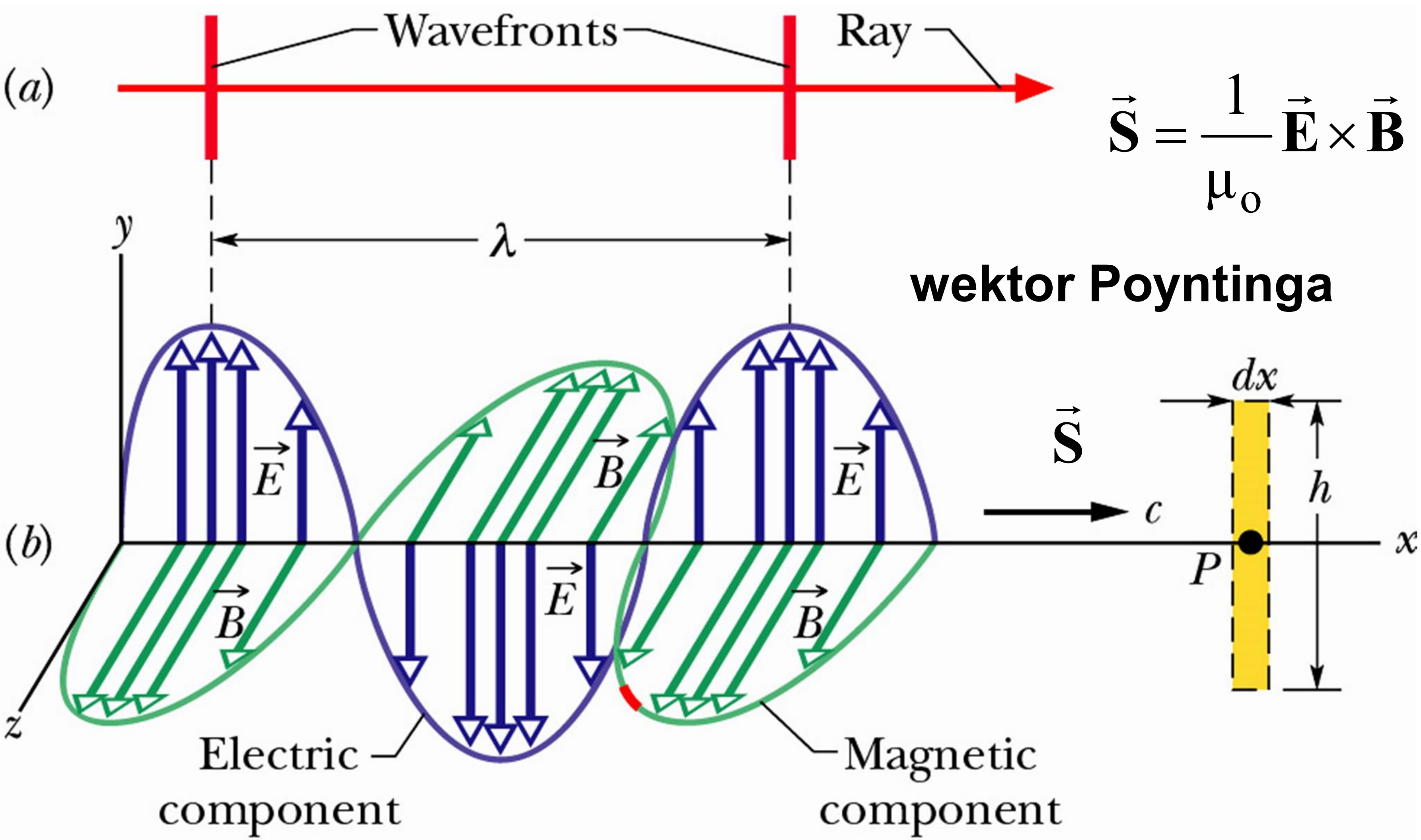
razem z $$\nabla^2\vec{\mathbf{E}} = \mu_o\varepsilon_o \frac{\partial^2\vec{\mathbf{E}}}{\partial t^2}$$ stanowią równania fali elektromagnetycznej

Zaburzeniem ψ jest wektor natężenia pola elektrycznego **E** lub indukcji pola magnetycznego **B** a prędkość fali v jest określona wyłącznie przez stałe uniwersalne:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_o\varepsilon_o}} = c$$

prędkość fali EB (prędkość światła) w próżni można obliczyć teoretycznie $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s

Propagacja fali elektromagnetycznej



$$\vec{\mathbf{S}} = \frac{1}{\mu_o}\vec{\mathbf{E}}\times\vec{\mathbf{B}}$$

wektor Poyntinga

Podsumowanie

- Równania Maxwella w próżni mają charakter symetryczny dla obu pól
- Równania Maxwella przewidują istnienie fali elektromagnetycznej, która rozchodzi się w próżni z prędkością c
- Fala elektromagnetyczna ma charakter poprzeczny