

Beata Hejmanowska

## WPLYW NIEDOKŁADNOŚCI CYFROWEGO MODELU RZEŻBY TERENU NA BŁĄD NACHYLEŃ I AZYMUTÓW

### Wstęp

Cyfrowy Model Rzeźby Terenu (CMRT) wykorzystywany jest powszechnie w Systemach Informacji Geograficznej, między innymi w celu obliczenia spadków i ekspozycji terenu. Mogą one być dalej wykorzystywane do analiz typu np.: wybór optymalnej lokalizacji obiektu lub określenie najkrótszej drogi. CMRT może być także bezpośrednio wykorzystywany do analiz np. zagrożeń powodziowych. Od poprawności, wiarygodności modelu zależy wynik przeprowadzonej analizy. Cyfrowy model terenu występuje w postaci siatki trójkątów tzw. TIN lub kwadratów, tzw. GRID. Pomimo, że model typu TIN jest bardziej „reprezentatywny”, lepiej „przylega” do rzeczywistej powierzchni terenu do analiz przestrzennych wykorzystuje się zwykle model typu GRID. Gridowe pakiety GIS'owe zawierają moduły do generowania spadków i azymutów oparte o różne algorytmy obliczeniowe. W Zakładzie Fotogrametrii i Informatyki Teledetekcyjnej AGH w Krakowie badano wpływ algorytmu obliczeniowego na wartości spadków i ekspozycji [Drzewiecki, W, Mularz S., Pirowski T., 1999]. W niniejszym artykule przedstawiony został natomiast problem wpływu niedokładności modelu na błąd nachyleń i azymutów, a nie wpływu różnych algorytmów na poprawność określenia spadków i azymutów.

### Metodyka.

W oparciu o cyfrowy model terenu można obliczać kąt nachylenia i ekspozycję zbocza. Algorytm obliczeń jest różny w zależności od zastosowanego oprogramowania. Jeden z najbardziej popularnych jest oparty o poniższą formułę [Reeves, R.G., Anson, A., Landen, D., 1975]:

$$S = \arctan \left( \sqrt{\frac{(z_3 - z_1)^2 + (z_2 - z_4)^2}{2\Delta h}} \right) \quad (1)$$

$$A = \arctan \left( \frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_4} \right) \quad (2)$$

gdzie:

S- nachylenie,

A – azymut,

$\Delta h$ - wielkość oczka siatki modelu,

$z_i$  – jak na Rys.1.

	$z_2$	
$z_1$		$z_3$
	$z_4$	

Rys.1.

Problem modelowania rzeźby terenu interesował mnie, zanim dostępne były w Polsce pakiety GIS do obliczania wartości nachyleń i azymutów na podstawie CMRT. Wzory 1 i 2 posłużyły mi do napisania programu do obliczania wartości spadków i nachyleń. Początkowo problem wpływu dokładności modelu na błąd wartości S i A wydawał się nieinteresujący. W momencie jednak wykorzystywania CMRT do analiz przestrzennych pojawił się problem: w jaki sposób błędność modelu może wpływać na przeprowadzoną analizę, czyli np. jaki może być przebieg optymalnej drogi założywszy, że model nie jest bezbłędny. Problem ten był przedmiotem analiz prowadzonych w ramach prac doktorskich (Drzewiecki W., Pirowski T. – niepublikowane seminaria Zakładu Fotogrametrii i Informatyki Teledetekcyjnej, 2000). Istniejące oprogramowanie GIS problem ten zwykle zupełnie pomija. Ale np. IDRISI, które jest pakietem powszechnie wykorzystywanym w dydaktyce i stale rozwijanym w Clark University, po wprowadzeniu wartości błędu modelu podaje jako błąd nachyleń i azymutów „jakąś” wartość, nie komentowaną w instrukcji do programu. W związku z tym postanowiłam przeanalizować wzory 3 i 4 ze względu na wpływ błędności modelu, czyli na błąd  $z$ , i uzyskałam następujące wzory:

$$M_s = \frac{\sqrt{2}}{2\Delta h(1 + tg^2 S)} M_z \quad (3)$$

$$M_A = \frac{1}{\sqrt{2}\Delta h tg S} M_z \quad (4)$$

Jak widać błąd nachyleń jest oczywiście wprost proporcjonalny do wielkości błędu modelu,  $M_Z$  a odwrotnie proporcjonalny do nachylenia,  $S$ . Im większy kąt nachylenia tym mniejszy błąd, przy czym zależność ta jest powoli malejąca dla małych kątów.

Podczas badania wpływu błędności modelu na błąd wartości nachyleń i azymutów:

- Obliczono, w oparciu o wzory 3 i 4, wartości błędów nachyleń i azymutów dla wartości nachyleń  $S$ : 0.1, 1, 2, 3, 5, 10, 20 i 50 stopni oraz błędu modelu  $M_Z = 0.1, 0.5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10$  m, (Tabela 1 i 2);
- Obliczono błędy nachyleń i azymutów w zależności od kąta nachylenia ( $S$ ), błędu modelu ( $M_Z$ ) i wielkości oczka siatki, przyjmując  $\Delta h = 30$  m i 50 m, Rys.2, 3 i 4;
- Zasyulowano cyfrowy model terenu jako rozkład normalny charakteryzujący się takimi samymi parametrami jak wybrane pole testowe (patrz punkt następny) (wartość średnia = 113,4 m i odchylenie standardowe,  $\sigma = 14,5$  m); Zamodelowano także, w sposób przypadkowy, błędność modelu przy parametrach rozkładu: wartość średnia = 0 m, a odchylenia standardowe, odpowiednio: 0.1, 0.5, 1.5, 2, 5 m.;
- Zbadano wpływ błędności modelu terenu na wielkość nachyleń i azymutów na podstawie oryginalnego modelu z okolic Lasku Wolskiego.

Histogram rzeczywistego CMRT zwykle nie ma kształtu rozkładu normalnego. Może to być czynnikiem zaburzającym analizę wpływu błędności modelu na obliczane wartości nachylenia i azymutu. W związku z tym przyjęto początkowo, symulowany CMRT, o histogramie o kształcie rozkładu normalnego. W dalszej kolejności analizie poddano rzeczywisty model o niesymetrycznym histogramie. W obu przypadkach błędność modelu symulowano za pomocą rozkładu normalnego.

Jako pole testowe przyjęto fragment cyfrowego modelu terenu z okolic Lasku Wolskiego (warstwa KAWK [Bujakowski K. i in., 1998]). Rozdzielczość przestrzenna modelu wynosi 30 m. Fragment testowy obejmuje 319 kolumn i 205 wierszy (65395 pikseli). Model charakteryzuje się wartością średnią: 113,4 m i odchyleniem standardowym 14,5 m.

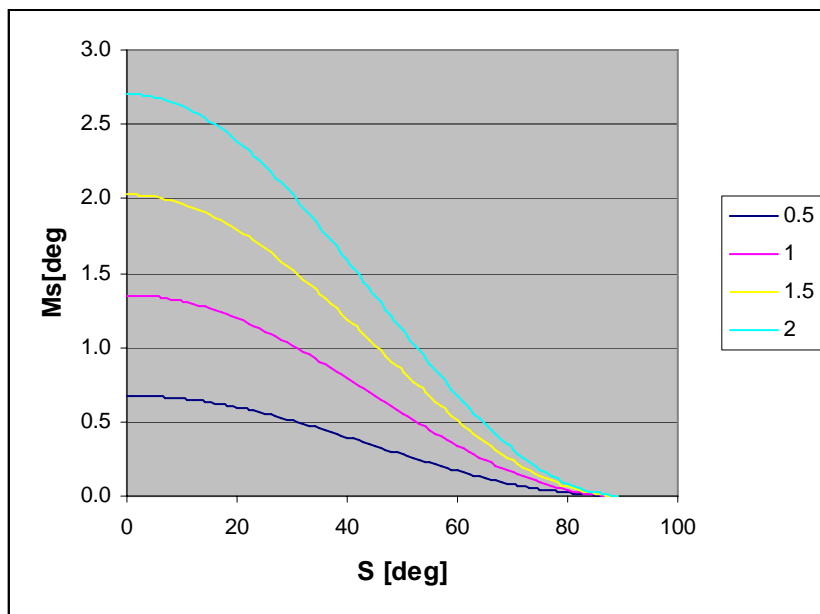
Do obliczeń wykorzystano pakiet IDRISI, z opcją symulowania w sposób przypadkowy wartości pikseli obrazu charakteryzującego się histogramem o rozkładzie normalnym (RANDOM).

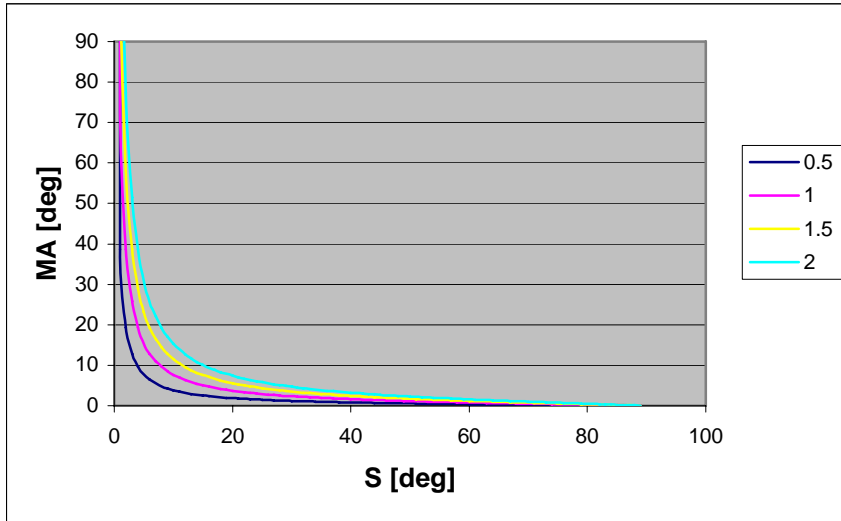
**Wyniki.****Tabela 1. Błąd nachylenia  $M_s$  [°] w zależności od kąta nachylenia  $S$  [°] i błędu modelu  $M_z$  [m]**

S [°]	M <sub>z</sub> [m]									
	0,1	0,5	1	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	10
0,1	0,14	0,68	1,35	2,02	2,70	4,05	5,40	6,76	8,11	13,51
1	0,14	0,68	1,35	2,02	2,70	4,05	5,40	6,75	8,10	13,51
3	0,13	0,67	1,35	2,01	2,69	4,04	5,39	6,74	8,08	13,47
5	0,13	0,67	1,34	2,02	2,68	4,02	5,36	7,70	8,04	13,41
10	0,13	0,66	1,31	1,97	2,62	3,93	5,24	6,55	7,86	13,11
20	0,12	0,60	1,20	1,80	2,39	3,60	4,80	5,99	7,19	11,99
45	0,08	0,38	0,77	1,14	1,51	2,27	3,02	3,78	4,54	7,57

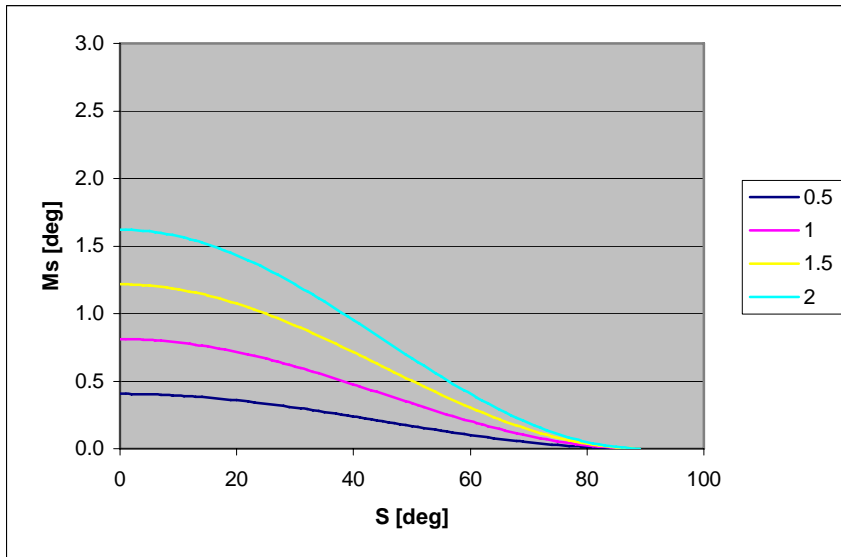
Tabela 2. Błąd azymutu  $M_A$  [°] w zależności od kąta nachylenia  $S$  [°] i błędu modelu  $M_z$ [m]

$S$ [°]	$M_z$ [m]									
	0,1	0,5	1	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	10
0,1	77,20	386,02	772,05	1158,08	1544,10	2316,16	3088,21	3860,26	4632,31	7720,52
1	7,74	38,72	77,43	116,14	154,86	232,29	309,72	387,15	464,58	774,30
3	2,58	12,89	25,78	38,67	51,56	77,34	103,12	128,90	154,68	257,81
5	1,54	7,72	15,44	23,16	30,88	46,33	61,77	77,22	92,66	154,43
10	0,77	3,83	7,66	11,49	15,33	22,99	30,65	38,31	45,98	76,63
20	0,37	1,86	3,71	5,57	7,42	11,14	14,84	18,56	22,27	37,12
45	0,14	0,67	1,35	2,02	2,70	4,05	5,50	6,76	8,11	13,51

Rys.2 Zależność błędu nachylenia,  $M_s$ , od nachylenia,  $S$ , dla różnych wartości błędów modelu  $M_z$  (0,5, 1, 1,5, 2 m) – oczko siatki – 30 m.



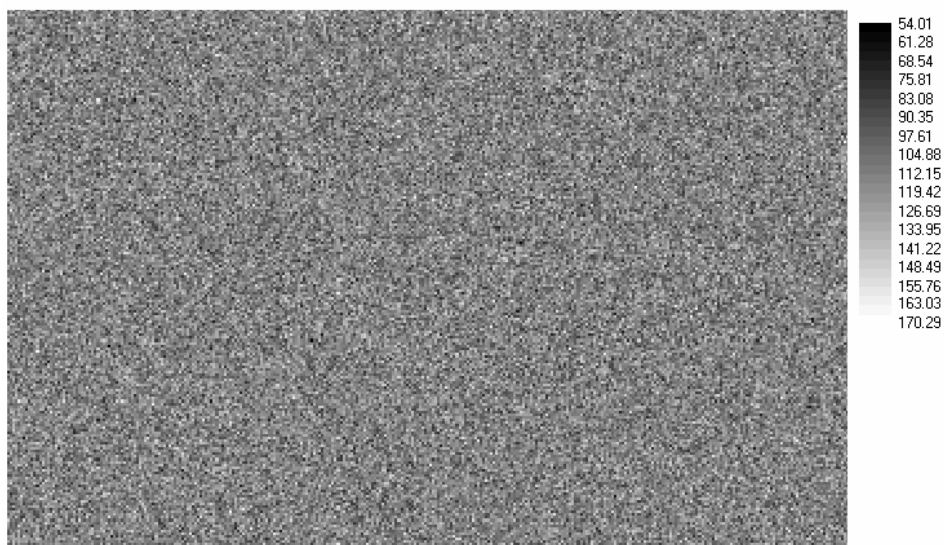
Rys.3 Zależność błędu azymutu,  $M_A$ , od nachylenia,  $S$ , dla różnych wartości błędu modelu  $M_z$  (0.5, 1, 1.5, 2 m) – oczko siatki – 30 m.



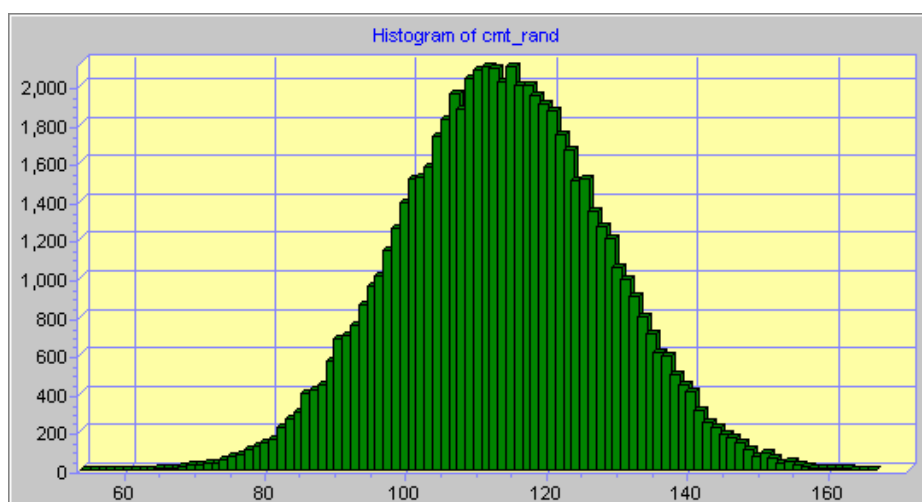
Rys.4 Zależność błędu nachylenia,  $M_s$ , od nachylenia,  $S$ , dla różnych wartości błędu modelu  $M_z$  (0.5, 1, 1.5, 2 m) – oczko siatki – 50 m.

Po przeanalizowaniu wzorów 3 i 4 z punktu widzenia wpływu wartości:  $S$ ,  $M_z$  i  $\Delta h$  na wartości błędów  $M_s$  i  $M_A$  przeprowadzono obliczenia na danych przestrzennych. Zasymulowano model wysokościowy w oparciu o rozkład normalny o wartości średniej 113,4 m i odchyleniu standardowym 14,5 m (cmt\_rand) (Rys.5 i 6). Na podstawie tego

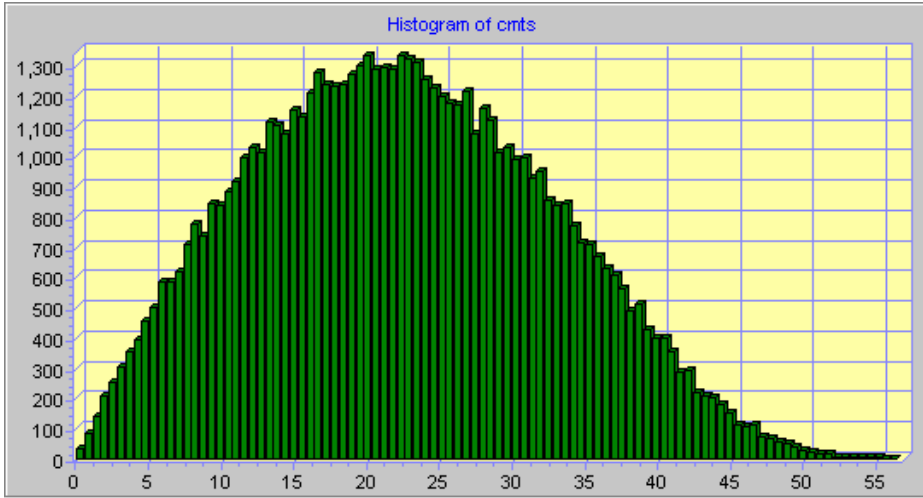
modelu obliczono nachylenia i azymuty (Rys. 7 i 8). Wartość średnia nachyleń wynosi 22,40, a odchylenie standardowe 10.25. Parametry rozkładu azymutów wynoszą odpowiednio: 180,02 i 103,95. Następnie symulowany model wysokościowy (cmt\_rand) został zaburzony błędem przypadkowym o rozkładzie (0 m, 1,5 m). Następnie policzono mapę nachyleń i azymutów, których rozkłady są prawie identyczne z rozkładem map nachyleń i azymutów przez zniekształceniem. W dalszej kolejności obliczono różnicę pomiędzy mapami nachyleń przed i po zniekształceniu (rs) (analogicznie mapy azymutów - ra). Parametry charakterystyczne obu map: rs i ra zamieszczono w Tabeli 4 i 5.



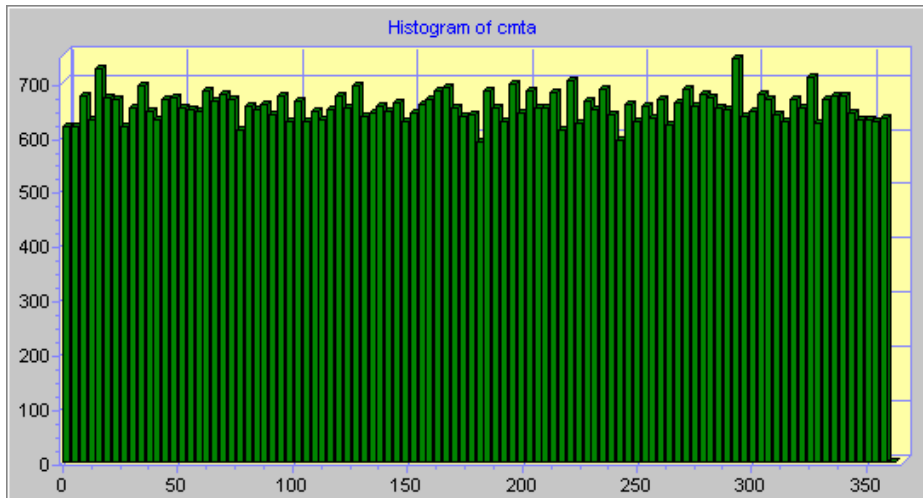
Rys. 5 CMRT – model symulowany za pomocą rozkładu normalnego (113.4, 14.5)



Rys. 6 Histogram obrazu (Rys.11)



Rys.7 Histogram nachyleń obliczonych na podstawie CMRT (Rys. 11)



Rys.8 Histogram azymutów obliczonych na podstawie CMRT (Rys. 11)

Tabela 3 Wartość średnia błędu nachylenia  $M_S [^\circ]$  w zależności od błędu modelu  $M_z [m]$  dla całego obszaru testowego dla CMRT symulowanego rozkładem normalnym.

$M_z [m]$	$M_S [^\circ]$ - średnia	$\sigma [^\circ]$ - odchylenie standardowe wartości średniej
0,1	0,1126	0,0170
0,5	0,5628	0,0851
1,5	1,6885	0,2554
2	2,2513	0,3405
5	5,6283	0,8512



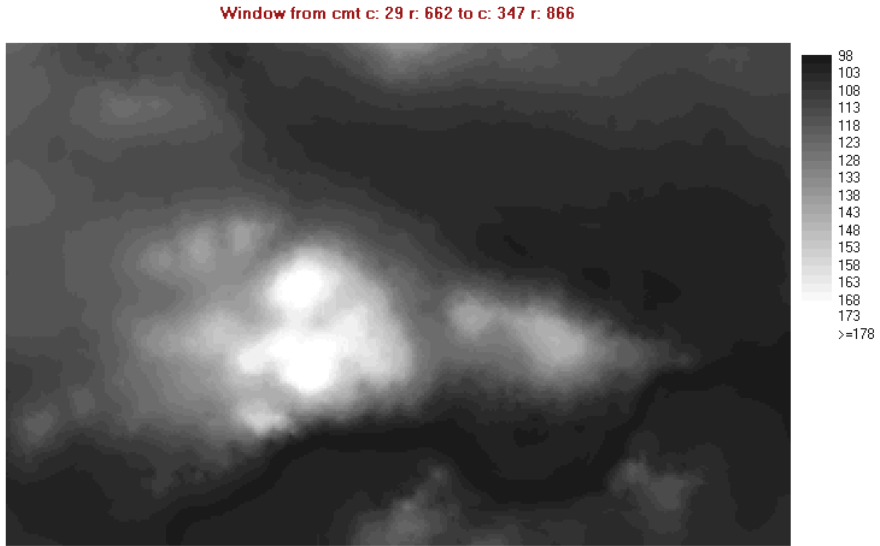
**Tabela 4 Wartość średnia, odchylenie standardowe, błąd średni kwadratowy (RMS) różnicy nachyleń rs obliczonych w oparciu o model cmt\_rand i model zniekształcony .**

$M_z[m]$	wartość średnia [°]	$\sigma$ [°] – odchylenie standardowe wartości średniej	RMS = [°]
1,5	-0,1031	1,7092	1,7038
5,0	-1,12	5,3722	5,4696

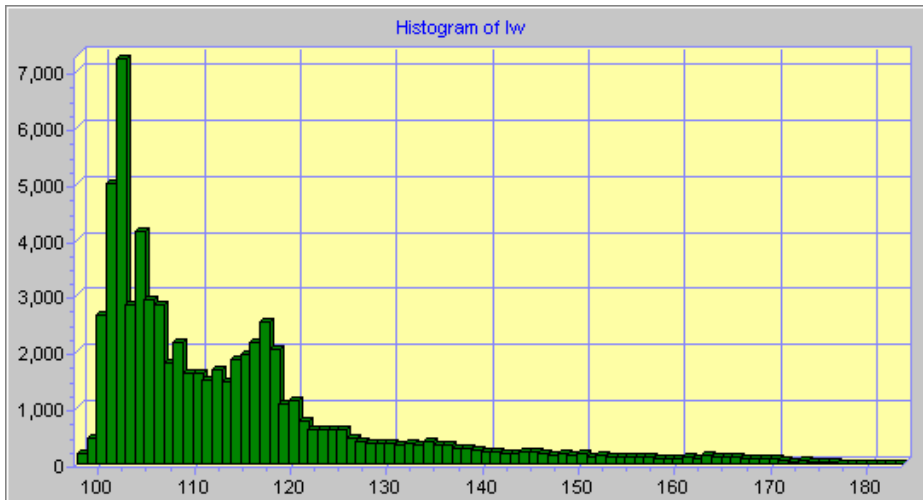
**Tabela 5 Wartość średnia, odchylenie standardowe, błąd średni kwadratowy (RMS) różnicy azymutów ra obliczonych w oparciu o model cmt\_rand i model zniekształcony .**

$M_z[m]$	wartość średnia [°]	$\sigma$ [°] – odchylenie standardowe wartości średniej	RMS = [°]
1,5	-0,1156	43,8179	43,18011
5,0	0,3682	76,3368	75,9618

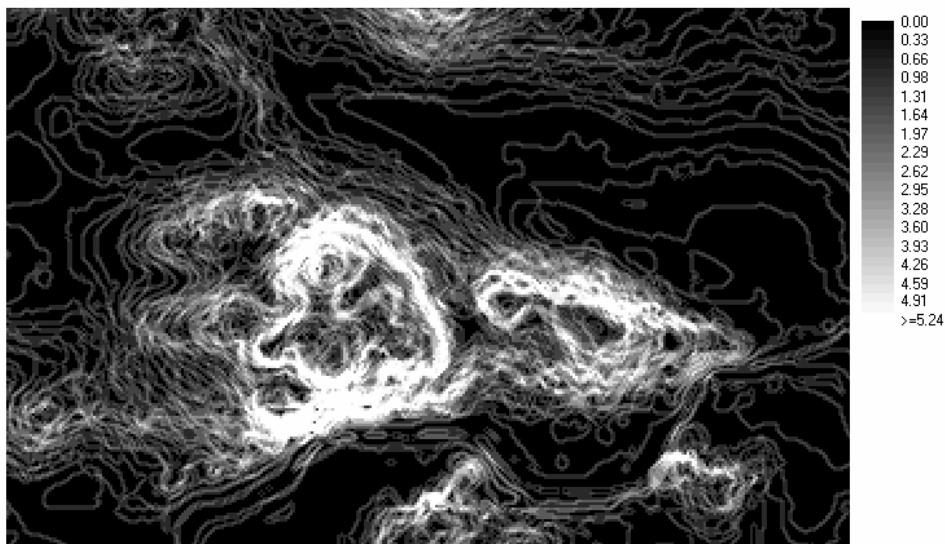
W ostatniej kolejności analizie poddano fragment rzeczywistego cyfrowego modelu terenu z okolic Łasku Wolskiego (lw) (Rys. 9). Model charakteryzuje się wartością średnio: 113,4 m i odchyleniem standardowym 14,5 m (Rys. 10). Obliczone na jego podstawie nachylenia i azymuty mają następujące parametry: średnie nachylenie  $1,2^0$  i  $\sigma$   $1,5^0$ , średni azymut  $89,4^0$  i  $\sigma$   $106,4^0$  (Rys. 11, 12, 13, 14). Model lw został zaburzony w sposób przypadkowy, symulując błąd modelu za pomocą rozkładu normalnego odpowiednio: 1,5 m, 2 m, 5 m. W każdym przypadku obliczono mapę nachyleń i azymutów. Dla błędu 1,5 m rozkład nachyleń był następujący: wartość średnia =  $3^0$ ,  $\sigma$  =  $1,7^0$ , dla błędu 2 m wartość =  $3,75^0$  i  $\sigma$  =  $2,05^0$ , a dla błędu 5 m wartość średnia =  $8,5^0$  i  $\sigma$  =  $4,4^0$ .



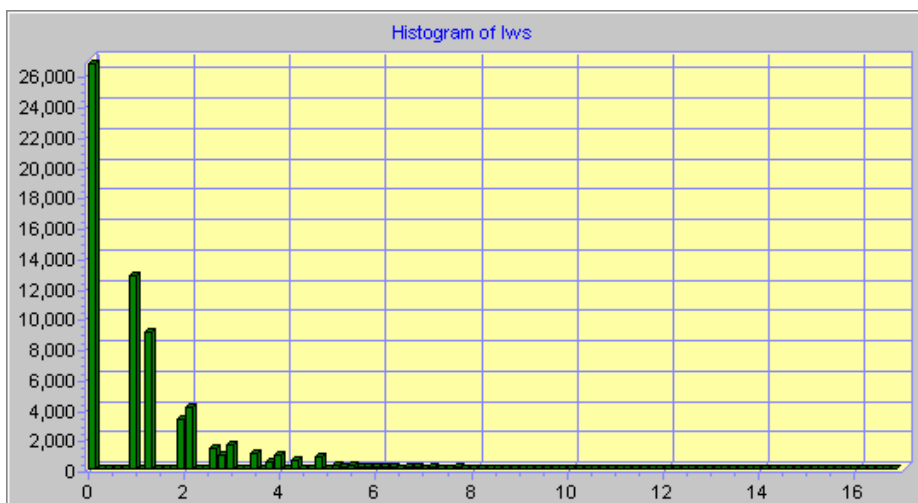
Rys. 9 CMRT – model rzeczywisty okolice, Lasku Wolskiego



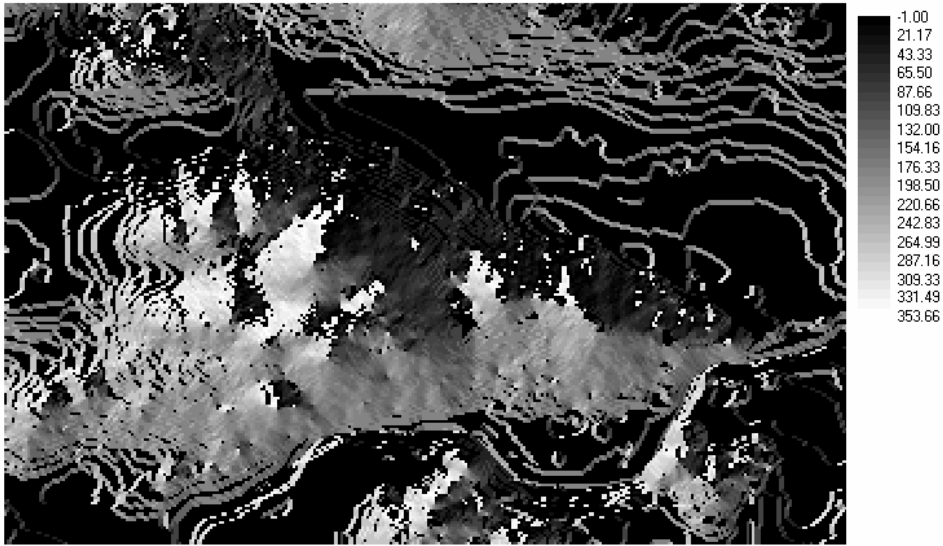
Rys. 10 Histogram CMRT – model rzeczywisty, okolice Lasku Wolskiego



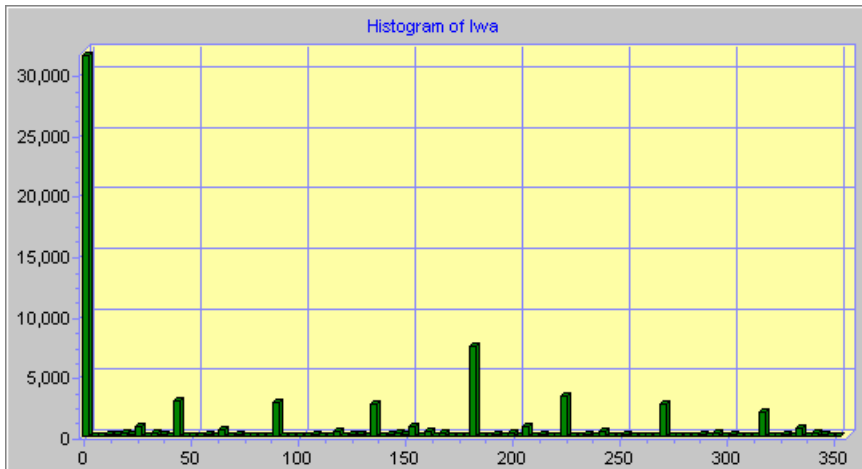
Rys. 11 Obraz nachyleń obliczony na podstawie rzeczywistego modelu (Rys. 5)



Rys. 12 Histogram obrazu nachyleń (Rys. 7)



Rys. 13 Obraz azymutów obliczony na podstawie rzeczywistego modelu (Rys. 5)



Rys. 14 Histogram obrazu azymutów (Rys. 9)

**Tabela 6 Wartość średnia błędu nachylenia  $M_S$  [°] w zależności od błędu modelu  $M_z$  [m] dla całego obszaru testowego (model rzeczywisty).**

$M_z$ [m]	$M_S$ [°] - średnia	$\sigma$ [°] – odchylenie standardowe wartości średniej
0,1	0,135	0,0004
0,5	0,675	0,0022
1,5	2,02	0,0078
2	2,70	0,0105
5	6,74	0,0258

**Tabela 7 Wartość średnia, odchylenie standardowe, błąd średni kwadratowy (RMS) różnicy nachyleń rs obliczonych w oparciu o model lw i model zniekształcony**

$M_z$ [m]	wartość średnia [°]	$\sigma$ [°] – odchylenie standardowe wartości średniej	RMS = [°]
1,5	-1,79	1,63	2,4
2,0	-2,54	2,06	3,3
5,0	-7,33	4,5	8,5

**Tabela 8 Wartość średnia, odchylenie standardowe, błąd średni kwadratowy (RMS) różnicy azymutów ra obliczonych w oparciu o model lw i model zniekształcony**

$M_z$ [m]	wartość średnia [°]	$\sigma$ [°] – odchylenie standardowe wartości średniej	RMS = [°]
1,5	-88,9	137,0	51,6
2,0	-89,0	139,8	165,6
5,0	-89,5	145,1	170,0

## Wnioski.

1. Na podstawie analizy wzorów 3 i 4 można wyciągnąć wniosek, że błąd nachyleń i azymutów zależy oczywiście głównie od błędu CMRT, oczka siatki i kąta nachylenia S. Ciekawy natomiast jest fakt, że dla terenów nie górzystych, o kącie nachylenia  $< 10^0$  błąd nachyleń jest prawie stały, wynika to z postaci wzorów . Być może dlatego np. w IDRISI podawany jest jedna wartość błędu nachyleń dla całości mapy i jedynym czynnikiem, który na niego wpływa jest wartość błędu modelu. Wartość liczbową błędu nachylenia, podawana w IDRISI, jest równa wartości błędu obliczonego dla małych kątów ze wzoru 3. Dla azymutów podawana jest taka sama wartość jak dla nachyleń co wydaje się być nie poprawne.
2. W przypadku CMRT o rozkładzie normalnym odchylenie standardowe różnicy nachyleń (azymutów) obliczonych w oparciu o model nieznieształcony i zniekształcony jest równe błędowi średniemu kwadratowemu co w przypadku modelu rzeczywistego nie występuje.
3. Szacunkowy wpływ zaburzenia modelu na błąd nachyleń może być scharakteryzowany jedną wartością: wartością średnią  $M_S$  ze względu na stosunkowo nieduży rozrzut  $M_S$  (Tab. 3 i 6).
4. Błądność CMRT w większym stopniu wpływa na błąd azymutu niż na błąd nachylenia (szczególnie w terenach o niewielkich deniwelacjach, gdzie możliwa jest diametralna

zmiana ekspozycji, jest to niebezpieczne podczas analiz przestrzennych, w których uwzględnia się tylko specyficzne azymuty).

Wielkość błędu CMRT zwykle nie jest stała dla całego obszaru, w terenie płaskim błąd jest mniejszy, a w terenie o urozmaiconej rzeźbie większy. Gdyby znana była mapa niedokładności CMRT, lub np. wartość błędu modelu w zależności od wysokości, czy różnic wysokości możliwe by było przeprowadzenie szczegółowej analizy wpływu błędu modelu na błąd nachyleń i azymutów. W dalszej kolejności można by przeprowadzić próbę uwzględnienia tego błędu podczas analiz przestrzennych.

## Literatura

1. Bujakowski K., Mierzwa W., Pyka K., Trafas K., 1998, *Komputerowy Atlas Województwa Krakowskiego (KAWK) – stan aktualny i przyszłość*, Materiały Konferencji Systemy Informacji Przestrzennej, Warszawa, maj 1998
2. Drzewiecki W., Mularz S., Pirowski T., 1999, *Generowanie map spadków i ekspozycji pod nadzorem różnych systemów GIS*, Geodezja, Tom 5, Zeszyt 1
3. Reeves, R.G., Anson, A., Landen, D., 1975, *Manual of Remote Sensing*, American Society of Photogrammetry, Falls Church, Virginia.

Recenzował: dr inż. Krystian Pyka