Zestaw zadań – SZEREGI LICZB RZECZYWISTYCH

1. Zbadaj zbieżność szeregów. Oblicz sumy szeregów zbieżnych:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}n^2\sin\frac{2}{n}\mathrm{tg}\frac{15}{n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n-2)(3n+1)},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\ln(1+\frac{1}{n}),$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1+3+5+...+(2n-1)}{n^3},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+3^n}{5^n}.$$

2. Zamień ułamek okresowy $1,2(38)$ na ułamek zwykły.

3. Zbadaj zbieżność szeregów:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^3+5n}},\quad \sum_{n=1}^{\infty}n\sin^3\frac{1}{n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}n\sqrt{n}\mathrm{tg}\frac{1}{n^2\sqrt{n}}\sin\frac{1}{\sqrt{n}},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[3]{n}}{n(\sqrt{n^2+n\sqrt{n}}-n)},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n-1)!(n+3)!3^n}{(2n)!},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n n!}{n^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}(\frac{4}{3})^n,\quad \sum_{n=2}^{\infty}\frac{\ln n}{n^2},\quad \sum_{n=2}^{\infty}\frac{\ln n}{\sqrt{n}},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{n}(\arcsin\frac{1}{n})^{n^2},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin 3^n}{3^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)5^n}{2^n3^{n+1}},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\mathrm{arctg}n)^n}{2^n},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^N(\sqrt[N]{2}-1),\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\log n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n)!-n!}{n^{2n}+2^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2+(-1)^n}{2^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+3^n}{3^n+4^n},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}+1}{n^n+1},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+1}{n3^n+2^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{n}\mathrm{e}^{-\sqrt{n}}.$$

4. Zbadaj zbieżność szeregu i określ jej rodzaj (warunkowa czy bezwzględna):

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n+5}{2n-1},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n+1}},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^3(\frac{\pi}{2}(2n+1))}{\sqrt[3]{n^4}},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^5(n\pi)}{\sqrt{n}}.$$

5. Zbadaj dla jakiego parametru $a\in\mathbf{R}$ szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{na^n}{5^n}\cos(n\pi)$$

jest zbieżny. Określ rodzaj zbieżności.

6. Znajdz granicę ciągu o wyrazie ogólnym:

$$a_n=\frac{(n!)^2}{(2n)!},\quad b_n=\frac{(n+1)^{2n}}{(2n^2+1)^n}.$$