Zad. 1. (1 min.) Podaj definicję (zaznacz właściwą odpowiedź):

a) ciągu malejącego:

❑ $\forall_{n,m\in\mathbb{N}}\ n > m \Rightarrow a_m > a_n$

❑ $\forall_{n\in\mathbb{N}}\ a_{n+1} < a_n$

❑ $\exists_{M\in\mathbb{R}}\forall_{n\in\mathbb{N}}\ M \geqslant a_n$

❑ $\forall_{n\in\mathbb{N}}\exists_{\varepsilon>0}\ |a_{n+1} - a_n| < \varepsilon$

b) granicy ciągu:

❑ $\forall_{\varepsilon>0}\exists_{n_0\in\mathbb{N}}\forall_{n\geqslant n_0}\ \left|a_n - g\right| < \varepsilon$

❑ $\forall_{n\in\mathbb{N}}\ a_{n+1} < a_n$

❑ $\exists_{M\in\mathbb{R}}\forall_{n\in\mathbb{N}}\ M \geqslant a_n$

❑ $\exists_{\varepsilon>0}\forall_{n\in\mathbb{N}}\ |a_{n+1} - a_n| < \varepsilon$

c) Cauchy'ego granicy funkcji w $+\infty$:

❑ $\forall_{x\in D(f)}\ -x \in D(f)\ \wedge\ f(-x) = -f(x)$

❑ $\forall_{\varepsilon>0}\exists_{\delta>0}\forall_{x\in D(f)}\ 0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow \left|f(x) - g\right| < \varepsilon$

❑ $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$

❑ $\forall_{\varepsilon>0}\exists_{M>0}\forall_{x\in D(f)}\ x > M \Rightarrow \left|f(x) - g\right| < \varepsilon$

a) funkcji rosnącej:

❑ $\forall_{x_1,x_2\in D(f)}\ x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

❑ $\exists_{T>0}\forall_{x\in D(f)}\ x + T \in D(f)\ \wedge\ f(x+T) = f(x)$

❑ $\forall_{\{x_n\}\subset D(f)}\ \lim\limits_{n} x_n = x_0 \Rightarrow \lim\limits_{n} f(x_n) = g$

❑ $\exists_{\varepsilon>0}\forall_{n\in\mathbb{N}}\ |a_{n+1} - a_n| < \varepsilon$

Zad. 2. (1 min.) Podany wzór jest definicją (zaznacz właściwą odpowiedź):

a) $\forall_{\varepsilon>0}\,\exists_{n_0\in\mathbb{N}}\,\forall_{n\geqslant n_0}\,\left|a_n-g\right|<\varepsilon$:

- ❑ granicy ciągu;
- ❑ ciągu rosnącego;
- ❑ ciągu monotonicznego;
- ❑ podciągu;

b) $\forall_{n\in\mathbb{N}}\; a_{n+1}<a_n$:

- ❑ ciągu ograniczonego;
- ❑ ciągu rosnącego;
- ❑ ciągu okresowego;
- ❑ granicy podciągu;

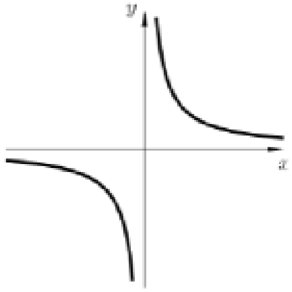
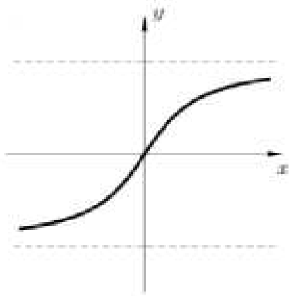
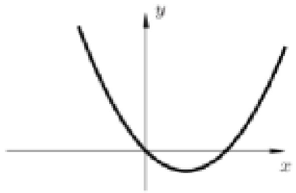
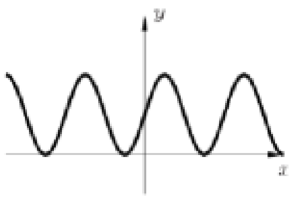
c) $\exists_{T>0}\,\forall_{x\in D(f)}\; x+T\in D(f)\;\wedge\; f(x+T)=f(x)$:

- ❑ funkcji ograniczonej;
- ❑ funkcji parzystej;
- ❑ funkcji monotonicznej;
- ❑ funkcji okresowej;

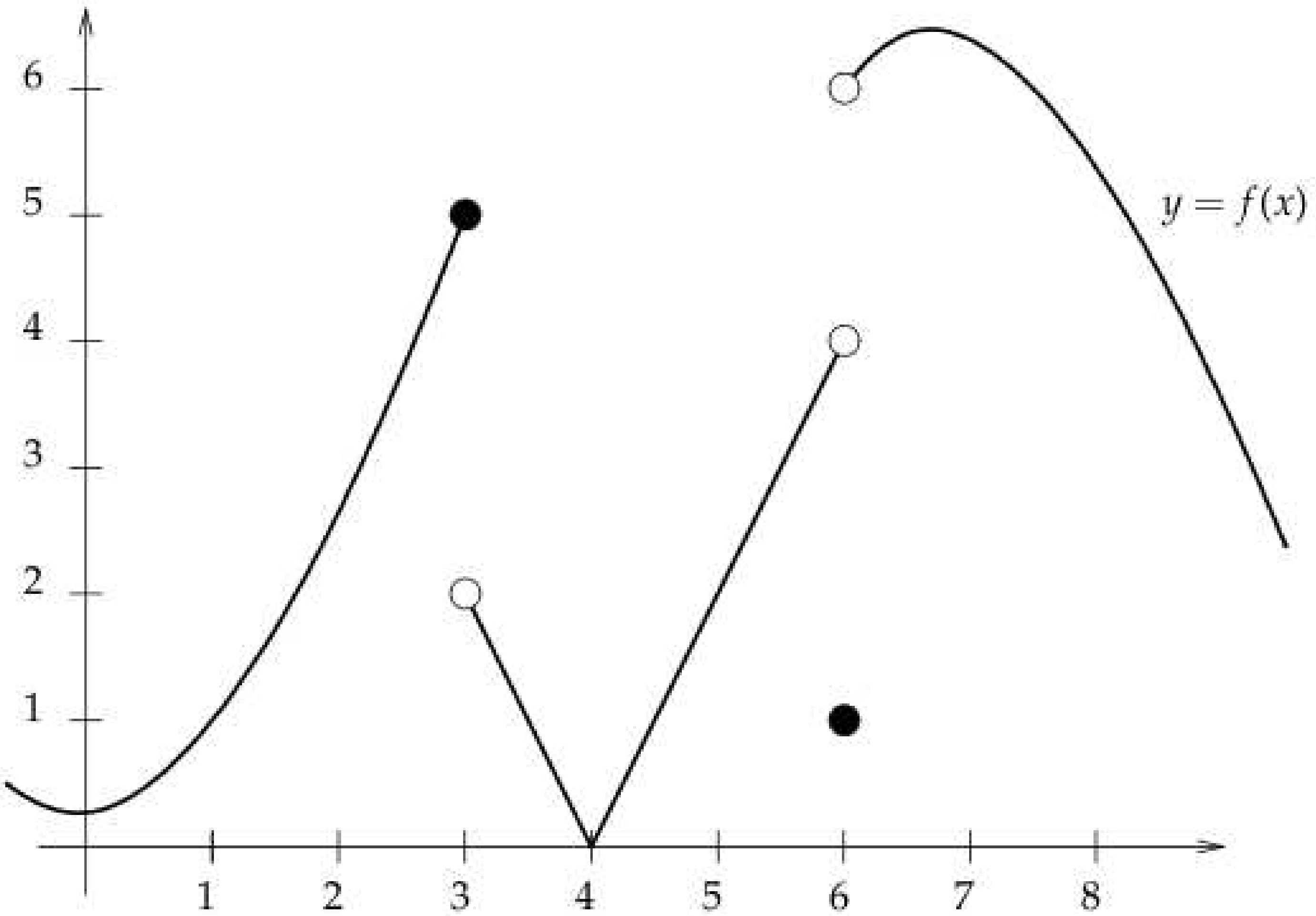
d) $\forall_{\{x_n\}\subset D(f)}\; \lim\limits_{n} x_n=x_0\Rightarrow \lim\limits_{n} f(x_n)=g$:

- ❑ Heinego granicy funkcji;
- ❑ Cauchy'ego granicy funkcji;
- ❑ funkcji ciągłej;
- ❑ pochodnej funkcji w punkcie;

Zad. 3. (2 min.) Odczytaj z wykresu własności poniższych funkcji:

	parzysta	nieparzysta	okresowa	rosnąca	malejąca
	❑	❑	❑	❑	❑
	❑	❑	❑	❑	❑
	❑	❑	❑	❑	❑
	❑	❑	❑	❑	❑

rysunek do Zad.4.



Zad.4. (2 min.) Odczytaj z wykresu wartości:

a) $\lim_{x \to 3^+} f(x) = \boxed{}$; d) $f'(5) = \boxed{}$;

b) $\min_{x \in [1,5]} f(x) = \boxed{}$; e) $\lim_{x \to 6} f(x) = \boxed{}$;

c) $f(3) = \boxed{}$; f) $f(5) = \boxed{}$;

Odpowiedzi to (w innej kolejności): 0, 2, 2, 2, 5 nie istnieje.

Zad.5. (2 min.) Czy poniższe stwierdzenia są prawdziwe?

	TAK	**NIE**
a) $\ln(2+3) = \ln 2 + \ln 3$	❑	❑
b) $2^{2+3} = 2^2 \cdot 2^3$	❑	❑
c) Każda funkcja ciągła jest różniczkowalna.	❑	❑
d) $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$	❑	❑
e) Złożenie funkcji rosnącej i funkcji malejącej jest funkcją malejącą.	❑	❑
f) $\lim\limits_{x \to x_0} \ln f(x) = \ln\Big(\lim\limits_{x \to x_0} f(x)\Big)$	❑	❑
g) $\Big(f(x \cdot y)\Big)' = f'(x) \cdot y + x \cdot f'(y)$	❑	❑