Zad.1. ($2\frac{1}{2}$ min.): A❀

Przyporządkuj nazwy (twierdzeń, definicji itp.) do odpowiednich wzorów:

☐ (1) $Ax + By + Cz + D = 0$

☐ (2) $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_{g(a)}^{g(b)} f\big(g(t)\big)g'(t)\,dt$

☐ (3) $\int\limits_a^b f(x)g'(x)\,dx = f(b)g(b) - f(a)g(a) - \int\limits_a^b f'(x)g(x)\,dx$

☐ (4) $\int f(x)\,dx = \int f\big(g(t)\big)g'(t)\,dt$

☐ (5) $\int f(x)g'(x)\,dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)\,dx$

☐ (6) $\int\limits_a^{+\infty} f(x)\,dx < +\infty \Leftrightarrow \sum\limits_{n=1}^{+\infty} f(n) < +\infty$ dla f monotonicznej i $f > 0$

☐ (7) $P = P_0 + t\vec{u}$

☐ (8) $\lim\limits_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| < 1$

A) Podstawowe twierdzenie rachunku całkowego.

B) Definicja całki oznaczonej.

C) Definicja funkcji górnej granicy całkowania.

D) Reguła całkowania przez podstawienie.

E) Reguła całkowania przez części.

F) Kryterium całkowe zbieżności szeregu liczbowego.

G) Kryterium porównawcze zbieżności szeregu liczbowego.

H) Kryterium ilorazowe (d'Alamberta) zbieżności szeregu liczbowego.

J) Równanie ogólne płaszczyzny w przestrzeni.

K) Równanie parametryczne płaszczyzny w przestrzeni.

L) Równanie wektorowe płaszczyzny w przestrzeni.

M) Równanie wektorowe prostej w przestrzeni.

Zad.2. ($2\frac{1}{2}$ min.): A❀

Przyporządkuj wzory do odpowiednich twierdzeń i definicji:

☐	(1)	Równanie płaszczyznowe prostej w przestrzeni.
☐	(2)	Definicja promienia zbieżności szeregu potęgowego.
☐	(3)	Wzór na n-ty współczynnik szeregu potęgowego.
☐	(4)	Reguła całkowania przez części.
☐	(5)	Definicja zbieżności całki niewłaściwej drugiego rodzaju.

A) $\displaystyle\lim_{\varepsilon\to 0^+}\int\limits_{a+\varepsilon}^{b} f(x)\,dx$

B) $\displaystyle\lim_{\varepsilon\to +\infty}\int\limits_{a}^{\varepsilon} f(x)\,dx$

C) $\displaystyle R=\frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{c_{n+1}}{c_n}}$

D) $\displaystyle\frac{1}{n!}f^{(n)}(0),\ \text{gdzie } f(x)=\sum_{n=0}^{\infty} c_n\,x^n$

E) $Ax+By+Cz+D=0$

F) $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0,\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$

G) $\displaystyle\int\limits_a^b f(x)\,dx \;=\; \int\limits_{g(a)}^{g(b)} f\big(g(t)\big)g'(t)\,dt$

H) $\displaystyle\int\limits_a^b f(x)g'(x)\,dx \;=\; f(b)g(b)-f(a)g(a) \;-\; \int\limits_a^b f'(x)g(x)\,dx$

J) $\displaystyle\int f(x)\,dx \;=\; \int f\big(g(t)\big)g'(t)\,dt$

K) $\displaystyle\int f(x)g'(x)\,dx \;=\; f(x)g(x) \;-\; \int f'(x)g(x)\,dx$

Zad.3. (5 min.): A❀

Porównaj poniższe wyrażenia:

(a) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx$ $\square$ $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$

(b) $\int\limits_1^{3} x^2 - 4 \, dx$ $\square$ $\int\limits_0^{4} x^2 - 4 \, dx$

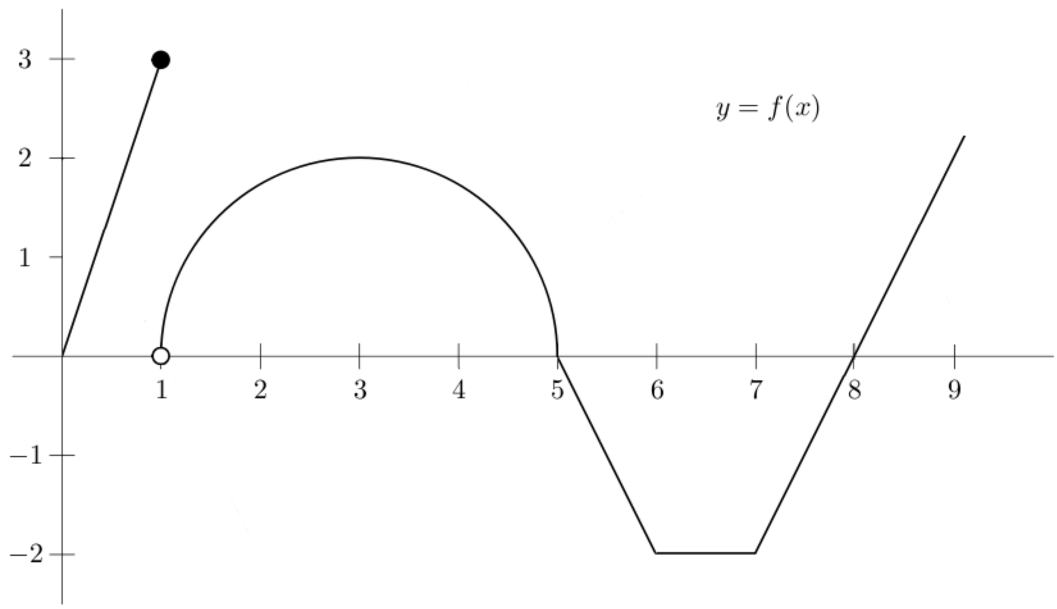
Funkcja f w kolejnych wyrażeniach jest przedstawiona na rysunku poniżej

(c) $\int\limits_7^{8} f(x) \, dx$ $\square$ $\int\limits_8^{9} f(x) \, dx$

(d) $\int\limits_1^{5} f(x) \, dx$ $\square$ $\int\limits_0^{6} f(x) \, dx$

(e) $\int\limits_5^{6} f'(x) \, dx$ $\square$ -2

(f) $\int\limits_3^{5} \sqrt{1 + f'(x)^2} \, dx$ $\square$ 2π



Zad.4. (5 min.): A❀

Które z poniższych zdań są prawdziwe?

	Prawda	**Fałsz**
a) $\int\limits_a^b f(x)\,dx + \int\limits_b^c f(x)\,dx + \int\limits_c^a f(x)\,dx = \int\limits_a^c f(x)\,dx + \int\limits_c^b f(x)\,dx + \int\limits_b^a f(x)\,dx$	☐	☐
b) $\int\limits_a^b \Big(f(x)g(x)\Big)\,dx = \Big(\int\limits_a^b f(x)\,dx\Big)\Big(\int\limits_a^b g(x)\,dx\Big)$	☐	☐
c) $\int\limits_a^b \Big(f(x)+g(x)\Big)\,dx = \int\limits_a^b f(x)\,dx + \int\limits_a^b g(x)\,dx$	☐	☐
d) Każda funkcja ciągła ma funkcję pierwotną.	☐	☐
e) Każda funkcja pierwotna jest funkcją ciągłą.	☐	☐
f) $\vec{u} \circ (\vec{v} \times \vec{w}) = (\vec{u} \circ \vec{v}) \times \vec{w}$	☐	☐
g) $(\vec{u} \times \vec{u}) \circ \vec{u} = \vec{0}$	☐	☐
h) $\operatorname{tg}(\operatorname{arc\,tg} x) = \operatorname{arc\,tg}(\operatorname{tg} x)$ dla każdego $x \in \mathbb{R}$.	☐	☐